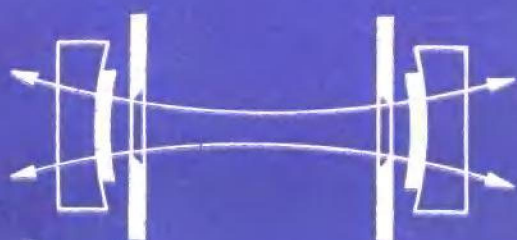


激光谐振腔

[西 德] H·韦 伯 著
丘军林 孙荫才 编译



华中科技大学出版社



科工委学统802 2 0036919 6

031043

激光谐振腔

〔西德〕 H·韦伯 著
丘军林、孙荫才 编译



华中工学院出版社

激光谐振腔

丘军林 孙荫才 编译

责任编辑 白战雄

华中工学院出版社出版

(武昌喻家山)

湖北省新华书店发行 各地新华书店经售

湖北省沔阳县印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/3 印张: 6.875 字数: 155,000

1983年8月第1版 1983年8月第1次印刷

印数: 1—5,000

统一书号: 13255-011 定价: 1.00元

内 容 简 介

本书比较系统地、详细地讨论了激光光学谐振腔的高斯光束传输理论；比较详细地讨论了常用的法布里-珀罗干涉仪、稳定谐振腔和非稳定谐振腔的工作特性、设计和应用；此外还对谐振腔的调整及失调问题进行了讨论。

本书可供从事激光工作的研究人员、技术人员、研究生及大学有关专业的高年级学生参考。

编译者的话

激光光学谐振腔是激光系统的重要部件之一，从真空紫外到远红外的绝大部分激光系统都使用了光学谐振腔。

本书采用无界限孔径条件下光波波动方程的典型解——基模高斯光束，拉盖尔分布或厄密分布以及高斯光束在各种光学介质中的矩阵变换方法来描述稳定腔和非稳定腔的特性；采用衍射积分方程的本征解来描述有界限孔径条件下的稳定腔和非稳定腔的特性。本书还给出了许多具体的、有用的实验研究成果。因此本书具有叙述方法新颖、内容精练和技术实用性强的特点。

H. Weber博士是西德凯撒斯劳特大学的教授兼物理系系主任，他从六十年代开始研究光学谐振腔，在这方面理论水平较高、实践经验丰富。在1981年9月他曾应邀到华中工学院激光研究所讲学。本书主要是根据他的讲稿以及他所提供的有关光学谐振腔的实验研究报告编译而成的。

本书的初稿曾请北京工业学院工程光学系魏光辉先生、杭州大学物理系王绍民先生审查修改；华中工学院出版社对本书的出版也给了大力的支持，在此一并致谢。

丘军林、孙荫才

1982年12月于武汉

前 言

光学谐振腔是应用光学中最重要的器件，并且在测量技术、光谱学、图象处理和激光物理等领域中获得了应用。

用作激光器的谐振腔就是其重要应用之一。激光辐射的质量（例如光束发散、模的结构和输出功率等）主要受谐振腔的影响，由于这个原因，近十年来对光学谐振腔的特性进行了深入的研究。

从原理上说，光学谐振腔和我们所熟悉的高频技术的空腔谐振腔没有什么区别。但是，在光学范围内，波长要比谐振腔的尺寸小得多；另一方面，对光学谐振腔一般是作开腔来处理的，因此其波动方程式不可能有闭合解，而只能采用基尔霍夫-菲涅耳近似方法求解。

本书在描述谐振腔及受衍射限制的光波传输时是把光束作为高斯光束来处理的，为了叙述高斯光束便首先讨论了矩阵公式。

光学谐振腔的谐振特性原则上与法布里-珀罗干涉仪的特性没有什么区别，因此在第二章对法-珀干涉仪进行了详细的讨论。

球面谐振腔是光学谐振腔的最重要的代表，并且在工程和实验中得到了广泛的应用，因此，在第三章和第四章中分别讨论了稳定球面谐振腔和非稳定球面谐振腔的特性。

本书的基础是在均匀、各向同性介质中的经典的麦克斯韦方程组，也就是说忽略了光的量子特性。

H. Weber

1982年于西德凯撒斯劳特大学

目 录

编译者的话

前言

第一章	高斯光束的传输	(1)
§ 1	光波传输的基本方程式	(1)
§ 1.1	波动方程式	(1)
§ 1.2	在真空中传输的平面波	(3)
§ 1.3	复数的描述方法	(4)
§ 1.4	相互作用的洛仑兹模型	(5)
§ 1.5	平面波在均匀介质中的传输	(8)
§ 2	衍射问题的处理	(11)
§ 2.1	基尔霍夫-菲涅耳近似	(12)
§ 2.2	夫琅和费近似	(16)
§ 2.3	菲涅耳数的解释	(17)
§ 2.4	具有慢变化包络近似的衍射问题的处理	(18)
§ 3	径向有限制的光束传输	(19)
§ 3.1	在真空中传输的高斯光束	(19)
§ 3.2	在非均匀介质中传输的高斯光束	(24)
§ 3.3	ABCD定律	(27)
§ 3.4	几何光学的极限情况	(29)
§ 3.5	特定的光学矩阵	(30)
§ 4	高斯光束的聚焦	(42)
§ 4.1	高斯光束的图象方程式	(42)
§ 4.2	高斯光束的聚焦	(45)
§ 4.3	高斯光束的自聚焦	(48)

§ 4.4	多模的情形	(50)
第二章	法布里-珀罗干涉仪	(52)
§ 1	理想的法布里-珀罗干涉仪	(52)
§ 1.1	透射	(52)
§ 1.2	环系统	(55)
§ 1.3	分辨率	(56)
§ 1.4	起振时间和Q值	(58)
§ 2	实际的法布里-珀罗干涉仪	(59)
§ 2.1	精度	(59)
§ 2.2	反射镜的不平度	(60)
§ 2.3	有界限的反射镜	(60)
§ 2.4	光源的扩展	(64)
§ 2.5	反射镜的失调	(64)
§ 2.6	法布里-珀罗干涉仪的数字举例	(66)
§ 3	具有偏振元件的谐振腔	(68)
§ 3.1	偏振状态的描述	(68)
§ 3.2	琼斯(Jones) 矩阵	(69)
§ 3.3	偏振矩阵的本征值	(74)
§ 3.4	在谐振腔中的偏振本征状态	(76)
第三章	稳定球面谐振腔	(83)
§ 1	无限大孔径谐振腔	(85)
§ 1.1	谐振腔的稳定性	(85)
§ 1.2	谐振腔的类型、光斑半径和光束发散角	(88)
§ 1.3	无限大反射镜中的横向波形	(62)
§ 2	透镜谐振腔和多模谐振腔的光束发散角	(106)
§ 2.1	工作物质的屈光度	(106)
§ 2.2	等效谐振腔	(111)
§ 2.3	透镜谐振腔的稳定性	(114)
§ 2.4	透镜谐振腔中基模的光束发散角和光场分布	(117)
§ 2.5	多模光束发散	(120)

§ 3	有限孔径谐振腔	(133)
§ 3.1	有限孔径共焦谐振腔	(135)
§ 3.2	有限孔径非共焦谐振腔	(140)
§ 3.3	孔径匹配的谐振腔	(142)
§ 4	增益分布对模结构的影响	(144)
§ 4.1	工作物质的增益饱和	(144)
§ 4.2	考虑增益介质影响的基尔霍夫-菲涅耳积分方程	(147)
§ 4.3	模式结构	(149)
§ 4.4	输出功率和发散角	(156)
§ 5	调整灵敏度	(157)
§ 5.1	g 参数的影响	(157)
§ 5.2	反射镜的倾斜度	(158)
§ 5.3	反射镜失调理论的探讨	(160)
§ 5.4	反射镜失调的实验研究	(163)
§ 6	球面谐振腔作为光学延迟线	(164)
§ 7	相位共轭谐振腔 (PCM谐振腔)	(167)
§ 8	望远镜谐振腔	(171)
第四章	非稳定球面谐振腔	(173)
§ 1	几何光学近似分析	(174)
§ 2	几种典型的谐振腔及其耦合输出	(177)
§ 3	波动光学的分析方法	(178)
§ 3.1	有效菲涅耳数	(178)
§ 3.2	反射率分布为高斯分布的反射镜	(180)
§ 3.3	锐边反射镜	(192)
§ 3.4	无界限孔径非稳定谐振腔的本征值	(194)
§ 4	非稳定谐振腔的发散角	(197)
§ 5	失调灵敏度	(201)
参考文献		(205)

第一章 高斯光束的传输

§ 1 光波传输的基本方程式

§ 1.1 波动方程式

光是一种电磁波，其电磁场可用电场强度 $\vec{E}(\vec{r}, t)$ 和 磁场强度 $\vec{H}(\vec{r}, t)$ 来描述。在合适的边界条件和起始条件下，场强的表达式可以由麦克斯韦方程式导出。在这里讨论光波传输时只考虑材料的特性（导电性、电和磁的极化特性），而忽略光的量子特性，因此场的参数是经典参数，而不用算符来表示。

如众所知，麦克斯韦方程组具有下面的形式：

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \vec{D} &= \rho; \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

电磁场 $(\vec{E}, \vec{H})$ 可以在介质中感生电和磁的偶极子，从宏观来说，可以导致电的极化 $(\vec{P})$ 或者磁的极化 $(\vec{M})$ 。从而可得下列物质方程：

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}; \\ \vec{B} &= \mu_0 \vec{H} + \vec{M}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

式中, $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-14} \text{ (As/Vcm)};$
 $\mu_0 = 1.257 \times 10^{-8} \text{ (Vs/Acm)}.$

电流密度 $\vec{i}$ 在许多情况下是和电场强度 $\vec{E}$ 成正比的, 即

$$\vec{i} = \gamma \vec{E}, \quad (1.3)$$

对均匀的各向同性介质而言, 式中电导率 γ 是一个恒定的标量. 如果我们讨论的介质是非荷电 ($\rho = 0$)、非导电 ($\gamma = 0$) 和非磁性 ($\vec{M} = 0$) 的, 则可以简化麦克斯韦方程组, 并消去 $\vec{H}$ 项, 然后利用矢量的关系式

$$\text{rot rot} = \text{grad div} - \Delta,$$

便可以导出

$$-\Delta \vec{E} + \mu_0 \epsilon_0 \ddot{\vec{E}} = -\mu_0 \ddot{\vec{P}} - \text{grad div} \vec{E}. \quad (1.4)$$

对均匀、各向同性的介质 $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$, 由 $\text{div} \vec{D} = 0$ 可得到 $\text{div} \vec{E} = 0$, 以及利用

$$c_0^2 = 1/\epsilon_0 \mu_0$$

则可以得到光在非磁性的、各向同性的极化介质中传输的波动方程式:

$$-\Delta \vec{E} + \frac{\ddot{\vec{E}}}{c_0^2} = -\frac{\ddot{\vec{P}}}{\epsilon_0 c_0^2}, \quad (1.5)$$

这是一个二阶微分方程, 式中,

$E(\text{V/cm})$ 为光波的场强;

$P(\text{As/cm}^2)$ 为介质的电极化强度;

$c_0 = 2.998 \times 10^{10} \text{ cm/s}$ 为真空中的光速.

(1.5) 式描述了均匀的各向同性介质中的所有光学现象, 如几何光学现象, 衍射、干涉和金属光学现象等, 但是不能描述光波在等离子体、磁化介质和双折射晶体中的传输.

§ 1.2 在真空中传输的平面波

在真空中 $\vec{P} = 0$ ，波动方程式的解是在 z 方向传输的平面波，因此

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t \pm \vec{k}_0 z + \varphi), \quad (1.6)$$

式中， $\vec{k}_0$ 表示传输方向上的波矢量；

$$k_0 = \omega/c_0 = 2\pi/\lambda_0 \text{ 为波数；} \quad (1.7)$$

λ_0 是真空波长；

$\omega = 2\pi\nu$ 为圆频率。

对于这个解可以简单地假定，波在 z 方向传输且垂直地无限扩展。那么所有的衍射效应都可以忽略。如果余弦幅角的符号是正的，表明波向左运动；如果符号是负的，则表明波向右运动。由 $\text{div } \vec{E} = 0$ 可以证明，真空中的光波具有横向性，并且

$$(\vec{E}_0 \cdot \vec{k}_0) = 0. \quad (1.8)$$

由麦克斯韦方程可以得出磁场强度的表示式：

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t + \vec{k}_0 z + \varphi). \quad (1.9)$$

E_0 对 H_0 之比是常数，称为真空中的波阻抗，即

$$E_0/H_0 = Z_0, Z_0 = [\mu_0/\epsilon_0]^{\frac{1}{2}} = 376.7\Omega. \quad (1.10)$$

参数 $\vec{E}_0$ ， $\vec{H}_0$ ， $\vec{k}_0$ 形成直角坐标的三条轴线， $\vec{k}_0$ 表示波

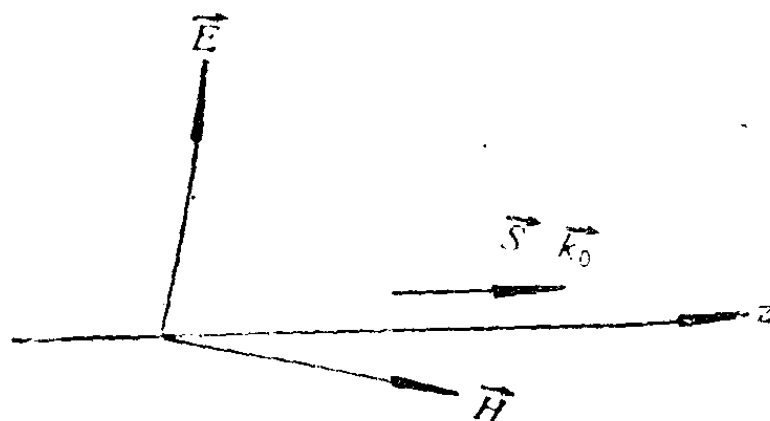


图1.1 在 z 方向传输的平面波

波的强度定义为波印亭矢量，即

$$J = |\vec{S}| = |\vec{E} \times \vec{H}|, \quad (1.11)$$

它是光波振荡周期的平均值。辐射场的能量密度为

$$u = J/c_0.$$

对于真空而言，用前面的公式可以得出

$$\left. \begin{array}{l} \text{强度} \quad J = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c_0 E_0^2 \quad (\text{W/cm}^2); \\ \text{能量密度} \quad u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 \quad (\text{Ws/cm}^3). \end{array} \right\} \quad (1.12)$$

§ 1.3 复数的描述方法

平面谐波可以用复指数函数表示，即

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{2} e^{i(\omega t - k \cdot \vec{r} + \varphi)} + c \cdot c, \quad (1.13)$$

式中， $c \cdot c$ 表示共轭复数。这样表示的目的是将起始相位计入振幅 $\vec{E}_0$ 中，使计算简化。同样，复数场强也可以表示成

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_0 \cdot e^{i(\omega t - k_0 \cdot \vec{r})}. \quad (1.14)$$

众所周知，只有它的实部才表示实际的场强。而共轭复数场强 $\vec{\mathcal{E}}$ 、 $\vec{\mathcal{E}}^*$ 之和的1/2则为实际的场强，即

$$\vec{E} = \frac{1}{2} (\vec{\mathcal{E}} + \vec{\mathcal{E}}^*). \quad (1.15)$$

根据(1.12)式，因 $Z_0 = 1/c_0 \varepsilon_0$ ，波的强度就容易表示为

$$J = \frac{1}{2Z_0} (\vec{\mathcal{E}}_0 \cdot \vec{\mathcal{E}}_0^*) = \frac{1}{2Z_0} (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}^*). \quad (1.16)$$

在这里，复数场强也称为解析信号。

数字举例，

垂直入射的太阳光强度约为 $2 \text{ cal/min} \cdot \text{cm}^2$ (卡/分·厘米²)，相应的强度 $J = 0.12 \text{ W/cm}^2$ 。由此得电场强度振幅和磁场强度振幅

$$E_0 = 10 \text{ V/cm}, \quad H_0 = 2.6 \times 10^{-2} \text{ A/cm}.$$

假定太阳光为单色光，并且上面的数值只适用于地球外层空间，如果考虑吸收和云层的影响，则在撒哈拉的年平均光强要降低到 $J = 0.028 \text{ W/cm}^2$ ，而在德国的年平均光强降为 $J = 0.009 \text{ W/cm}^2$ 。

§ 1.4 相互作用的洛伦兹模型

光波在介质中传输时，电场将激励介质中的电子使之发生谐振（经典模型）。在小振幅时，斥力和偏移成正比，并且有

$$\ddot{x} + \frac{\dot{x}}{\tau_j} + \omega_j^2 x = \vec{E} \cdot e/m. \quad (1.17)$$

式中， ω_j 是电子可能具有的谐振频率； τ_j 是阻尼常数，它是由辐射和晶格振动的相互作用引起的。假定介质是各向同性的，则偏移 $\vec{x}$ 和激励场强 $\vec{E}$ 平行。然而重核是不会偏移的，因此电场的激励就会产生偶极矩

$$\langle \vec{\mu} \rangle = e \cdot \sum_j \vec{x}_j,$$

并且介质的宏观极化强度

$$\vec{P} = n_0 e \cdot \sum_j \vec{x}_j. \quad (1.18)$$

如果我们引入极化强度和电场强度的关系，则根据大家所熟悉的阻尼振荡方程式

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - k_0 z)$$

的解可以得出在稳定状态下的极化强度

$$\vec{P} = \epsilon_0 \vec{E}_0 [\chi_1 \cos(\omega t - k_0 z) - \chi_2 \sin(\omega t - k_0 z)]. \quad (1.19)$$

如果利用复数的方法进行描述, 那么介质的偶极矩的复数形式可以写为

$$\begin{aligned} \vec{P} &= \epsilon_0 \cdot \chi \cdot \vec{E}; \\ \vec{P}_0 &= \epsilon_0 \cdot \chi \cdot \vec{E}_0, \end{aligned} \quad (1.20)$$

式中, χ 作为总常数, 称之为极化率, $\chi = \chi_1 + i \chi_2$, 并且

$$\chi_1 = \frac{n_0 e^2}{m \cdot \epsilon_0} \sum_j \frac{f_j (\omega_j^2 - \omega^2)}{(\omega_j^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 / \tau_j^2}, \quad (1.21)$$

$$\chi_2 = - \frac{n_0 e^2}{m \cdot \epsilon_0} \sum_j \frac{f_j \omega / \tau_j}{(\omega_j^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 / \tau_j^2}.$$

在谐振点, $\omega_j \approx \omega$, 则 $(\omega_j^2 - \omega^2)^2 \approx (\omega_j - \omega)^2 \cdot 4\omega_j^2$, 那么 χ_1 和 χ_2 可以近似地写成

$$\chi_1 \approx \frac{2n_0 e^2}{m \epsilon_0} f_j \frac{\omega_j - \omega}{\omega_j} \tau_j^2 f(\omega), \quad (1.22)$$

$$\chi_2 \approx - \frac{n_0 e^2}{m \epsilon_0} f_j \frac{\tau_j}{\omega_j} f(\omega),$$

式中, 函数 $f(\omega)$ 是半值宽度为 $\Delta\omega_j = 1/\tau_j$ 的标准洛伦兹分布:

$$f(\omega) = \frac{(\Delta\omega_j/2)^2}{(\omega_j - \omega)^2 + (\Delta\omega_j/2)^2}. \quad (1.23)$$

对于 χ 的两个分量 χ_1 和 χ_2 可以得到一个典型的谐振状态, 如图1.2所示. 如果在经典近似时 χ_2 始终是负的话, 那么 χ_1 可能是正的或负的, χ_1 有极化的分量, 这分量随场的相位振荡, 而 χ_2 是一个反相的分量.

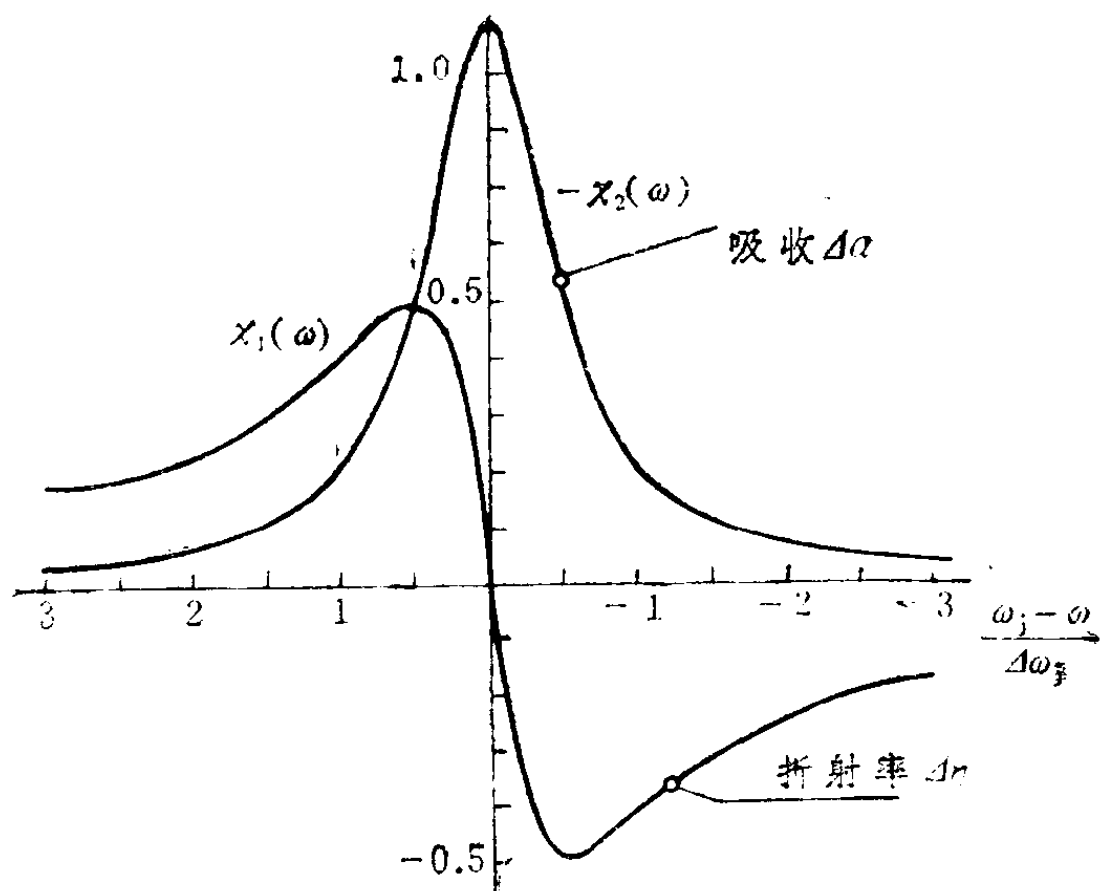


图1.2 在谐振点 ω_j 处和半值宽度 $\Delta\omega = 1/\tau_j$ 时,
 χ_1 和 χ_2 与频率 ω 的函数关系

量子力学计算表明, $\vec{P}$ 和 $\vec{E}$ 之间的关系与经典模型的相同, 频率关系 $\chi(\omega)$ 和经典模型的也定量地符合. 量子力学计算还表明, χ_2 也可能是正的(在反转状态), 这是受激辐射形成光放大的结果.

必须注意的是, 这里所进行的计算只适合于稳态情形. 振子具有一定的振荡时间, 并且和阻尼时间 τ_j 相等, 同时场振幅也必须慢慢地随 τ_j 变化而变化.

数字举例:

观察在谐振状态($\omega = \omega_j$)下的一个原子, 可知仅仅在谐振点极化才变强. 由(1.21)式可以得出

$$\chi_1 \approx 0, \quad \chi_2 = -\frac{n_0 e^2 \tau_j}{m \varepsilon_0 \omega_j} f_j$$

电子振动的振幅可以由公式

$$\begin{aligned} \vec{P} &= n_0 e \vec{x}_{ej} \sin(\omega t - k_0 z) \\ &= -\varepsilon_0 \vec{E}_0 \chi_2 \sin(\omega t - k_0 z) \end{aligned}$$

求出, 为

$$\vec{x}_{ej} = \frac{e \tau_j}{m \omega_j} f_j \vec{E}_0.$$

将典型数值

$$\left. \begin{aligned} e/m &= 1.8 \times 10^{15} \text{ cm}^2/\text{Vs}^2, \\ f_j &= 0.57, \\ \tau_j &= 10^{-9} \text{ s}, \\ \omega_j &= 1.5 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}, \\ E_0 &= 1 \text{ V/cm} \end{aligned} \right\} \quad 2p-1s \text{ 氢原子}$$

代入上式得

$$\chi_{ej} \approx 6.8 \times 10^{-11} \text{ cm}$$

§ 1.5 平面波在均匀介质中的传输

在各向同性的均匀介质中, 极化率在时间和空间上都是常数. 利用(1.20)式, 可以将光波在极化介质中传输的波动方程式[(1.5)式]改写成复数形式:

$$-\Delta \vec{e} + \frac{1}{c_0^2} (1 + \chi) \ddot{\vec{e}} = 0. \quad (1.24)$$

在稳态情况下, 用

$$\vec{e} = \vec{e}_0(\vec{r}) e^{i\omega t}$$

可将波动方程式简化为

$$\Delta \vec{e}_0 + \eta^2 k_0^2 \vec{e}_0 = 0, \quad (1.25)$$