

钢结构稳定理论与应用

陈 骥 编著



科学技术文献出版社

钢结构稳定理论与应用

陈 骥 编著

科学技术文献出版社

(京)新登字130号

内 容 简 介

本书较全面系统地阐述了钢结构中的轴心受压、压弯和受弯构件、刚架、薄板与圆柱壳的弹性和塑性稳定理论。考察了构件的几何缺陷和残余应力对稳定性能的影响。结合钢结构设计规范中有关构件稳定计算的问题，介绍了应用塑性稳定理论在解决工程结构设计中的方法。书中各章均编写了较多例题和习题，有助于读者加深对基本理论的理解。

本书可供结构工程专业的研究生学习和高年级大学生选读，并供有关教学、科研和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

钢结构稳定理论与应用/陈骥编著.-北京:科学技术文献出版社, 1994. 9

ISBN 7-5023-2159-4

I . 钢…

II . 陈…

III . 钢结构

IV . TU391

科学技术文献出版社出版

(北京复兴路15号 邮政编码100038)

北京昌平马池口印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

1994年9月第1版 1994年9月第1次印刷

787×1092毫米 16开本 21.75印张 550千字

科技新书目:316—113 印数: 1—2000册

定价: 25.00元

序

结构稳定理论就其性质而言属于结构力学的一个分支。但究其发展过程，则与金属结构工程的发展息息相关。在 1936 年出版的经典性著作《弹性稳定理论》一书的序言中，S.P. 铁摩辛柯曾经指出：“钢和高强度合金在现代工程结构中的运用，尤其是用于桥梁、船舶和飞机，已使弹性稳定成为极重要的问题。”虽然时隔半个多世纪，这句反映稳定理论和结构工程之间密切关系的话并没有过时，不过房屋结构已和桥梁、船舶和飞机并驾齐驱，而弹性稳定则已扩展到非弹性稳定。建筑结构所用的钢材是弹塑性材料，焊接已经成为钢结构的主要连接手段，致使残余应力成为影响钢构件稳定性能的不可忽视的因素。因此，钢结构的稳定问题有其不同于轻金属结构的特点。

陈骥教授编写的这本《钢结构稳定理论与应用》，体现了稳定理论和钢结构设计的紧密结合。本书在理论方面反映了当前学科发展的水平。近年来，稳定理论的研究已经从完善的弹性杆的临界荷载的分析扩展到有缺陷的、非弹性杆的稳定性和屈曲后性能的研究。本书在第一章的一开始就指出分岔屈曲有稳定的与不稳定的之别，并通过一系列计算模型加以分析论证，揭示出不同模型屈曲后的不同行径（包括几何缺陷的影响），使读者眼界开阔。在理论知识全面论述的同时，又注意把理论用于分析实际构件。在第一章中对构件进入塑性后的性能（包括强化阶段和抗剪的性能）和残余应力分布都作了充分介绍，为把稳定分析扩展到非弹性范围奠定了基础。书中对各类构件和板件的弹塑性稳定分析，都不只是简单地用应力超过钢材比例极限后的切线模量方法，而是对残余应力的效应作出具体考察，这在同类的其他书中还不多见。通常分析框架稳定时，都只限于作用在柱顶上的荷载，而实际的框架横梁上总是作用有荷载。本书对后一种情况作了比较详尽的分析，是理论紧密结合实际的又一例证。可以断言，这是一本饶有特色的钢结构稳定的著述。

保证结构和构件的稳定性，是钢结构设计中必须予以充分注意的问题。但是，结构稳定理论这门学科尚未在工程设计人员中普及，这是当前存在的一个矛盾。这本书的出版有助于解决这一矛盾。它还为结构工程研究生提供了一本好教材。

陈绍蕃
1993年2月20日

前　　言

钢材具有高强、质轻、力学性能良好的优点，是制造结构物的一种极好的建筑材料。钢结构与在建筑结构中应用广泛的钢筋混凝土结构相比，对于充任相同受力功能的构件，具有截面的轮廓尺寸小、细长和板件很薄的特点。受压、受弯和受剪等，凡是存在受压区的钢构件或板件都可能使钢结构出现整体失稳或局部失稳问题。失稳使结构物的几何形状急剧改变而导致

结构物丧失抵抗能力。因失稳而破坏的钢结构在国内外都曾发生过。有的其后果十分严重。例如在加拿大境内 1907 年首次建造的魁北克 (Quebec) 三跨悬式桥，它的两个边跨各为长 152m，中跨为长 549m，此中跨包括了由两个边跨各悬伸出的长度为 224m 的杆系结构。该桥在架桥过程中，悬伸部分具有组合截面的下弦压杆，先因分肢发生局部屈曲，随即导致弦杆整体失稳，9000t 的钢桥一下子全部坠入河中，且有 75 名员工遇难（该桥重

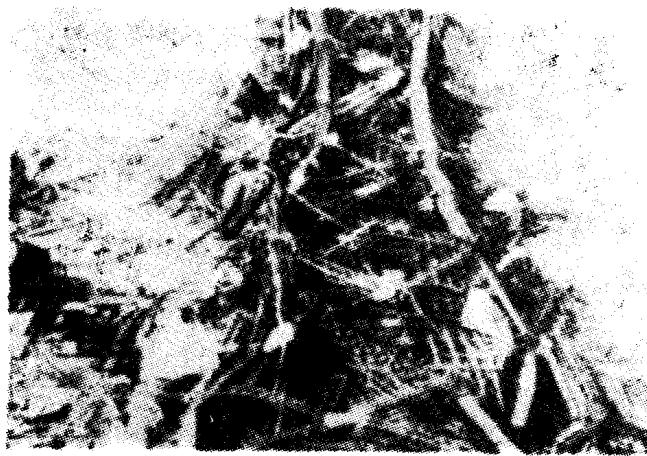


图 1 首建的魁北克钢桥坠毁后场景

建时，曾于 1916 年因施工问题而第二次发生事故）。首建的魁北克钢桥坠毁后的场景见图 1。

美国哈特福特城 (Hartford) 的一座体育馆的屋盖，采用的是平面尺寸为 $90\text{m} \times 110\text{m}$ 的网架结构，全部受力构件采用了由四个等肢角钢组成的十字形截面，其抗扭刚度较差，为受压构件设置的支撑也不十分有效。该体育馆建成并已交付使用。但在 1978 年 1 月 18 日的风雪之夜，偌大的空间网架结构因受压构件屈曲，瞬间坠毁落地，见图 2。

我国大连某工厂会议室的屋盖结构，采用了跨度为 14m 的梭形轻钢屋架，1988 年因超载和受压复杆的侧向支承无效而屈曲，瞬间屋顶塌落，与会人员伤亡惨重。

科纳科夫 (Конаков А.И.) 和马霍夫 (Махов А.П.) 曾分析前苏联在 1951 至 1977 年期间所发生的 59 起重大钢结构事故，其中占总数 29% 的 17 起事故是属于结构的整体或局部



图 2 坠毁后的哈特福特城体育馆网架结构

失稳。如原古比雪夫列宁治金厂锻压车间在1957年末有七榀钢屋架连同 1200m^2 屋盖突然塌落，原因是长度相同的一对拉杆和压杆在装配过程中搞颠倒了，导致压杆提前屈曲。

由此可见，钢结构的稳定性能是决定其承载力的一个特别重要的因素。近几十年来，在钢结构的研究领域，研究发挥稳定性能的潜力和完善稳定计算的理论方面，国内外都取得了长足的进步。例如完善钢结构的弹塑性稳定理论，研究有几何缺陷和残余应力的钢结构的实际受力性能和其极限荷载，用数值法来解决这类问题等都取得了不少研究成果。在作理论分析的同时进行稳定性能的试验验证，以及将理论研究结果利用图表表示或演化为实用计算公式，从而将弹塑性稳定理论用于解决钢结构设计中的问题都取得了丰硕成果。包括我国在内的世界上许多国家，最近几年都相继修订了钢结构设计规范。在这些规范中均反映了新的研究成果。工程技术人员可以从1991年出版的《金属结构稳定的世界观点》(«Stability of Metal Structures—A World View»)一书中得到教益。该书编辑了世界上的六个国家和地区，即澳大利亚、中国、东欧、日本、北美和西欧的钢结构设计规范关于稳定计算的方法和特点。

本书较全面系统地介绍了钢结构中基本构件的弹性和弹塑性稳定理论，概括了不同类型的稳定问题。书中内容力求反映新的研究成果，其前半部分研究的是构件发生平面变位的稳定问题，它们是轴心受压构件的弯曲屈曲，压弯构件在弯矩作用平面内的稳定和刚架屈曲；后半部分研究的是构件、薄板和壳体发生空间变位的稳定问题，它们是轴心受压构件和压弯构件的扭转屈曲和弯扭屈曲，受弯构件的弯扭屈曲，薄板和圆柱壳的凸曲等。“稳定计算的近似分析方法”一章的理论，是用于解决较复杂的弹性和平塑性稳定问题的。其中有限差分法、有限积分法和有限单元法等，则通过求解弹性稳定问题，用以说明其计算原理和方法步骤，目的是为用数值法解决弹塑性稳定问题的。

本书各章在阐述构件稳定性能的基础上，结合钢结构的设计问题，按照我国钢结构设计规范(GBJ 17-88)、冷弯薄壁型钢结构技术规范(GBJ 18-87)和高层建筑钢结构设计和施工规程的有关条款，简要地说明了为满足稳定要求所列计算公式的理论依据和应遵循的方法，并给出了应用这些计算公式的算例。

为了便于学习基本理论，各章都编写了较多例题和习题，其目的有的是着眼于对稳定理论的理解，有的是解决稳定计算的具体应用。其中不少弹塑性稳定方面的例题和习题都是历年为研究生教学编写的。为了加深对钢结构稳定理论的理解和应用，另有四个专题编入了附录。

本书可作为结构工程专业研究生的教材，许多章节可供土建类专业高年级大学生选读。对于从事钢结构教学、研究、设计和施工的技术人员，本书都有参考价值。

本书初稿承西安冶金建筑学院陈绍蕃教授审阅，提出了许多极为宝贵的意见，并介绍了参考文献。书稿修订后又承陈绍蕃教授给予全面审阅，再次提出改进意见并为本书作序。郭在田教授和永毓栋教授在审阅初稿时均提出了中肯的意见。编写本书时得到了何保康教授的热情支持并提供了参考文献。本书初稿曾作为研究生教材使用过多次。西安冶金建筑学院博士研究生郝际平、惠宽堂和多位硕士研究生在学习过程中都提出了许多修改意见。在此一并深表感谢。

由于编者水平所限，书中可能存在错误与不妥之处，希望读者提出批评和改进意见。

本书所用符号

A	截面积; 毛截面面积; 常数
A_1, A_2	常数
A_e	弹性单元面积
A_{ef}	有效截面面积
A_t	单元面积
A_m	弯矩放大系数
B, B_1, B_2	常数
B_ω	双力矩
C	抗弯刚度系数
C_1, C_2, C_3, C_4, C	常数; 系数
D	弹性柱面刚度
D_s	弹塑性柱面刚度
E	弹性模量
E_r	折算模量
E_s	割线模量
E_{st}	强化模量
E_t	切线模量
F	应力函数
G	剪变模量
G_{st}	强化剪变模量
G_t	弹塑性剪变模量
H	水平反力; 水平荷载; 假想水平力
I	截面惯性矩
I_1	受压翼缘对 y 轴的惯性矩
I_2	受拉翼缘对 y 轴的惯性矩
I_e	弹性区面积惯性矩
I_{ef}	有效截面惯性矩
I_{eh}	弹性区抗扭惯性矩
I_{eo}	弹性区翘曲惯性矩
I_k	圣维南扭转常数, 抗扭惯性矩
I_{ph}	屈服区抗扭惯性矩
I_x, I_y	对 x 和 y 轴的截面惯性矩
I_y, I_z	纵向加劲肋截面和横向加劲肋截面的惯性矩

I_o	扇性惯性矩，翘曲惯性矩
K	第一类完全椭圆积分；线刚度 $K = EI/l$ ；扭转刚度参数 $K = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_o}{GI_k l^2}}$
K_1, K_2	交于刚架柱上、下端的横梁线刚度之和与柱线刚度之和的比值；常数
K	华格纳效应系数， $K = \int_A \sigma \rho^2 dA = \int_A \sigma [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2] dA$
M	弯矩
M_1, M_2	构件的端弯矩
M_{cr}	弯扭屈曲临界弯矩
M_e	外弯矩；弹性弯扭屈曲临界弯矩
M_{eq}	等效弯矩
M_f	翼缘翘曲弯矩
M_{FA}, M_{FB}	固端弯矩
M_i	内弯矩
M_s	圣维南扭矩，自由扭矩
M_{max}	最大弯矩
M_p	全截面屈服弯矩；塑性铰弯矩
M_{pc}	压力和弯矩共同作用的全截面屈服弯矩
M_x, M_y	绕 x 和 y 两个主轴的弯矩；板或壳单位长度的弯矩
M_y	截面边缘纤维屈服弯矩
M_{xy}	板或壳单位长度的扭矩
M_z	对 z 轴的扭矩
M_ξ, M_η	对移动坐标轴 ξ 和 η 的弯矩
M_ζ	对移动坐标轴 ζ 的扭矩
M_ω	翘曲扭矩
N_x, N_y	板或壳在 x 和 y 方向的中面力
N_{xy}	板或壳的中面剪力
N'_{xy}, N'_{yy}	中面的薄膜力
P	荷载，轴线压力
P_{cr}	屈曲荷载
P_{crx}, P_{cry}	对 x 和 y 轴的弯曲屈曲荷载
P_d	荷载的设计值
P_E	欧拉荷载
P_e	截面边缘纤维屈服荷载
P_p	刚塑性破坏荷载
P_r	双模量屈曲荷载，折算模量屈曲荷载
P_t	切线模量屈曲荷载
P_u	极限荷载
P_x, P_y	对 x 和 y 轴的轴心受压弹性屈曲荷载

P_y	全截面屈服荷载
$P_{y\infty}$	弯扭屈曲荷载
P_∞	扭转屈曲荷载
Q	横向力
Q_x, Q_y	与 x 和 y 轴平行的开口薄壁构件截面的剪力；板或壳单位长度的剪力
R	反力
\bar{R}	残余应力的华格纳效应系数， $\bar{R} = \int_A \sigma_r \rho^2 dA = \int_A \sigma_r [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2] dA = \int_A \sigma_r (x^2 + y^2) dA$
S	抗弯刚度系数；剪力中心；截面静矩
S_x, S_y	对 x 和 y 轴的截面静矩
U	应变能
V	外力势能；剪力
W	截面抵抗矩；外力功；广义力
W_{el}	有效截面抵抗矩
W_∞	毛截面的扇心抵抗矩
a	单元长度；分段距；荷载作用点至剪心的距离；板的长度
b	截面宽度；翼缘宽度；板的宽度
b_1	受压翼缘外伸宽度
b_2	加劲肋宽度
b_e	有效宽度
c	弹性基础的反力系数
d	圆柱壳直径
e	偏心距
e_0	初偏心距；缺陷偏心
e_x, e_y	在 x 和 y 两个主轴线上的偏心距
f	假想水平力放大系数；板的挠度
f_0	板的初挠度
f_p	比例极限
f_y	屈服强度
f_{uy}	剪切屈服强度
h	截面高度；上下翼缘中心距离；层间高度
h_0	腹板高度
i	回转半径
i_0	极回转半径， $i_0^2 = \frac{I_x + I_y}{A} + x_0^2 + y_0^2$
i_x, i_y	对 x 和 y 轴的回转半径
k	弹簧刚度；参数 $k = \sqrt{\frac{P}{EI}}$ ，板的屈曲系数
k_1, k_2	板件宽厚比系数
k_e	压弯剪共同作用板的弹性屈曲系数

k_p	压弯剪共同作用板的弹塑性屈曲系数
k_s	板的剪切屈曲系数
l	构件长度
l_0	计算长度
l_1	受压翼缘的自由长度
l_x, l_y	对 x 和 y 轴的计算长度；圆柱壳屈曲纵向和环向半波长度
l_ω	扭转屈曲计算长度
m	板或壳屈曲在 x 方向的半波数
n	板屈曲在 y 方向的半波数；壳屈曲在 y 方向的全波数
o	坐标原点；截面形心
p	圆柱壳径向压力；参数 $p = \sin \frac{\theta_0}{2}$
p_x, p_y	板或壳在 x 和 y 方向的中面荷载
p_{xy}	板或壳在中面的剪切荷载
$p_{crx}, p_{crys}, p_{crxy}$	板或壳的屈曲荷载
q	单位长度荷载；结点力
r	抗弯弹簧刚度；圆柱壳半径
s	沿薄壁截面中心线的曲线坐标
t	板厚度；翼缘厚度；壳厚度
t_1	受压翼缘厚度
t_s	加劲肋厚度
$t(s)$	曲线坐标为 s 处的薄壁厚度
t_o	腹板厚度
u	剪切中心在 x 方向的位移；板或壳的任意点在 x 方向的位移
u_B	截面上任意点 B 在 x 方向的位移
\bar{u}_0	板或壳的中面的任意点在 x 方向的位移
v	剪切中心在 y 方向的位移；板或壳的任意点在 y 方向的位移；挠度
v_B	截面上任意点 B 在 y 方向的位移
v_0	初弯曲的矢高；板或壳的中面的任意点在 y 方向的位移
v_s	截面上任意点在切线方向的分位移
x_0, y_0	截面剪切中心坐标，剪心距
x_t, y_t	单元坐标
z_{et}	弹性单元至 y 轴的距离
z_t	单元至 y 轴的距离
α	应变梯度；冷弯薄壁受压构件的约束系数；板的长宽比；比值
α_b	受压翼缘绕 y 轴惯性矩与全截面惯性矩的比值
α_e	应力梯度
α_x, α_y	圆柱壳轴向和环向缺陷系数

$\alpha_x, \alpha_y, \alpha_{xy}$	x 和 y 方向的正应力和剪应力与等效应力的比值
β	冷弯薄壁受压构件的约束系数；比值
β_1	受弯构件临界弯矩修正系数
β_2	受弯构件荷载作用点位置修正系数
β_3	与荷载形式有关的单轴对称截面受弯构件修正系数
β_b	受弯构件弯扭失稳等效弯矩系数
β_m	压弯构件弯曲失稳等效弯矩系数
β_t	压弯构件弯扭失稳等效弯矩系数
β_s, β_y	不对称截面常数
γ, γ_{xy}	剪应变；比值
Δ	位移
δ	挠度；结点位移；比值
ε	应变
ε_{crx}	壳的屈曲应变
ε_i	单元应变；弹塑性板的等效应变
$\varepsilon_{min}, \varepsilon_{max}$	板边缘的最小，最大应变
ε_0	单元轴向应变；等效缺陷；等效偏心率
ε_{ri}	单元残余应变
ε_{st}	强化阶段开始时的应变
ε_y	屈服应变
η	切线模量与弹性模量的比值；折减系数
η_b	不对称截面影响系数
η_s	弹塑性板变形模量折减系数
θ	角位移
λ	长细比；参数
$\bar{\lambda}$	相对长细比， $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}}$
λ_ω	扭转或弯扭屈曲换算长细比
μ	比值；计算长度系数
μ_x, μ_y, μ_ω	对 x, y , 和 ω 轴的计算长度系数
ν	泊松比
ρ	截面的核心距；侧移角；剪心至截面任意点的距离
ρ_0	形心至任意点切线方向的垂直距离
ρ_s	剪心至任意点切线方向的垂直距离
σ	正应力
σ_{cr}	屈曲应力
$\bar{\sigma}_{cr}$	屈曲应力与屈服强度的比值
$\sigma_{cr,r}$	双模量屈曲应力，折算模量屈曲应力
$\sigma_{cr,t}$	切线模量屈曲应力

目 录

第一章 概 论	(1)
第一节 稳定问题的类型.....	(1)
第二节 稳定问题的计算方法.....	(4)
第三节 完善力学模型的稳定分析.....	(5)
第四节 非完善力学模型的稳定分析.....	(12)
第五节 跃越屈曲力学模型的稳定分析.....	(15)
第六节 钢材的性能.....	(17)
第七节 钢构件内的残余应力.....	(20)
第二章 轴心受压构件的弯曲屈曲	(24)
第一节 概 述.....	(24)
第二节 轴心受压构件的弹性弯曲屈曲.....	(24)
第三节 端部有约束的轴心受压构件.....	(25)
第四节 轴心受压构件的计算长度系数.....	(30)
第五节 轴心受压构件的大挠度弹性理论.....	(33)
第六节 初始几何缺陷对轴心受压构件的影响.....	(36)
第七节 轴心受压构件的非弹性屈曲	(39)
第八节 残余应力对轴心受压构件的影响.....	(45)
第九节 轴心受压构件的稳定理论在钢结构设计中的应用.....	(49)
第三章 压弯构件在弯矩作用平面内的稳定	(57)
第一节 概 述.....	(57)
第二节 两端铰接横向荷载作用下弹性压弯构件的内力和变形.....	(58)
第三节 两端固定横向荷载作用下弹性压弯构件的内力和变形.....	(63)
第四节 端弯矩作用下弹性压弯构件的内力和变形.....	(65)
第五节 压弯构件的等效弯矩.....	(68)
第六节 无侧移弹性压弯构件的转角位移方程.....	(71)
第七节 有侧移弹性压弯构件的转角位移方程.....	(74)
第八节 横向荷载作用下弹性压弯构件的转角位移方程.....	(75)
第九节 压弯构件在弯矩作用平面内的极限荷载.....	(77)
第十节 压弯构件在弯矩作用平面内的稳定理论在钢结构设计中的应用.....	(86)
第四章 刚架稳定	(93)
第一节 刚架的失稳形式.....	(93)
第二节 平衡法求解刚架的弹性屈曲荷载.....	(95)
第三节 位移法求解刚架的弹性屈曲荷载.....	(97)
第四节 多层多跨刚架的弹性屈曲.....	(103)

第五节	近似法求解多层多跨刚架的弹性屈曲荷载	(104)
第六节	主弯矩对单层单跨刚架稳定的影响	(110)
第七节	刚架的弹塑性稳定	(114)
第八节	侧倾刚架的极限荷载	(115)
第九节	刚架的稳定理论在钢结构设计中的应用	(125)
第五章 稳定计算的近似分析法		(128)
第一节	概 述	(128)
第二节	能量守恒原理	(128)
第三节	势能驻值原理和最小势能原理	(131)
第四节	瑞利-里兹法	(135)
第五节	迦辽金法	(138)
第六节	有限差分法	(141)
第七节	有限积分法	(145)
第八节	有限单元法	(150)
第六章 受压构件的扭转屈曲和弯扭屈曲		(159)
第一节	概 述	(159)
第二节	开口薄壁构件截面的剪力中心	(160)
第三节	开口薄壁构件的扭转	(164)
第四节	轴心受压构件的弹性扭转屈曲	(170)
第五节	轴心受压构件的弹塑性扭转屈曲	(175)
第六节	轴心受压构件的弹性弯扭屈曲	(178)
第七节	轴心受压构件的弹塑性弯扭屈曲	(183)
第八节	压弯构件的弹性弯扭屈曲	(187)
第九节	压弯构件的弹塑性弯扭屈曲	(200)
第十节	受压构件的扭转屈曲和弯扭屈曲理论在钢结构设计中的应用	(205)
第七章 受弯构件的弯扭屈曲		(214)
第一节	概 述	(214)
第二节	纯弯构件的弹性弯扭屈曲	(215)
第三节	不等端弯矩作用的受弯构件	(219)
第四节	横向荷载作用的受弯构件	(220)
第五节	受弯构件的弹塑性弯扭屈曲	(226)
第六节	受弯构件弯扭屈曲理论在钢结构设计中的应用	(230)
第八章 板的屈曲		(244)
第一节	概 述	(244)
第二节	小挠度理论板的平衡方程	(245)
第三节	单向均匀受压简支板的弹性屈曲荷载	(248)
第四节	能量法计算板的弹性屈曲荷载	(250)
第五节	单向非均匀受压简支板的弹性屈曲	(253)
第六节	均匀受剪简支板的弹性屈曲	(255)

第七节	大挠度理论板的微分方程.....	(256)
第八节	单向均匀受压简支板的屈曲后强度.....	(260)
第九节	板的弹塑性屈曲.....	(264)
第十节	板的屈曲理论在钢结构设计中的应用.....	(271)
第九章 圆柱壳屈曲	(286)
第一节	概 述.....	(286)
第二节	小挠度理论圆柱壳的平衡方程.....	(286)
第三节	轴心受压圆柱壳的弹性屈曲.....	(290)
第四节	大挠度理论圆柱壳的微分方程.....	(291)
第五节	有缺陷圆柱壳的屈曲.....	(292)
第六节	环向受压圆柱壳的弹性屈曲.....	(293)
第七节	在轴向和环向压力共同作用下的圆柱壳屈曲.....	(295)
附 录	(298)
一、	弹性支承上轴心受压构件的屈曲荷载.....	(298)
二、	带缀板的开口薄壁轴心受压构件的弯扭屈曲.....	(303)
三、	用有限单元法求解受压和受弯构件的弯扭屈曲荷载.....	(307)
四、	用加劲肋加强的板屈曲.....	(314)
部分习题答案	(324)
索 引	(327)

第一章 概 论

第一节 稳定问题的类型

钢结构的失稳现象是多种多样的，但是就其性质而言，可以分为以下三类稳定问题^{[1·1], [1·2], [1·3]}。

1. 平衡分岔失稳

完善的，即无缺陷的、挺直的轴心受压构件和完善的在中面内受压的平板都属于平衡分岔失稳问题。属于这一类的还有理想的受弯构件以及受压的圆柱壳等。

以完善的轴心受压构件为例，予以说明。当作用于图1.1(b)所示构件端部的荷载 P 在未达到某一限值时，构件始终保持着挺直的稳定平衡状态，构件的截面只承受均匀的压应力，同时沿构件的轴线只产生相应的压缩变形 Δ 。如果在其横向施加一微小干扰，构件会呈现微弯曲，但是一旦撤去此干扰，构件又会立即恢复到原有的直线平衡状态。如果作用于上端的荷载达到了限值 P_{cr} ，构件会突然发生弯曲，这种现象称为屈曲，或者称为丧失稳定。这时如图1.1(c)所示构件由原来挺直的平衡状态转变到与其相邻的伴有微小弯曲的平衡状态。荷载到达 A 点后，在图1.1(a)的荷载挠度曲线上呈现了两个可能的平衡途径，直线 AC 和水平线 AB (或 AB')，在同一点 A 出现了岔道。构件所能承受的荷载限值 P_{cr} 称为屈曲荷载或称临界荷载。由于在同一个荷载点出现了平衡分岔现象，所以称为平衡分岔失稳，也称第一类失稳。平衡分岔失稳还分为稳定分岔失稳和不稳定分岔失稳两种。

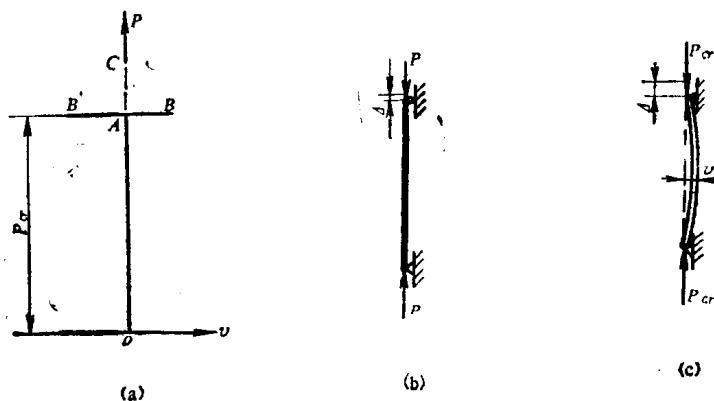


图1.1 轴心受压构件弯曲屈曲

(1) 稳定分岔失稳

图1.1 (a) 荷载挠度曲线是按小挠度理论分析得到的。理论上轴心受压构件屈曲后，挠度增加时荷载还略有增加，如图1.2(a)所示，屈曲后构件的荷载挠度曲线是 AB 或 AB' ，这时平衡状态是稳定的，属于稳定分岔失稳。不过大挠度理论分析表明，荷载的增加量非常小而挠度的增加却很大，构件因有弯曲变形而产生弯矩，在压力和弯矩的共同作用下，中央截

面边缘纤维先开始屈服，随着塑性发展，构件很快就达到极限状态，所以轴心受压构件屈曲以后的强度不能被利用（参看第二章第五节）。

对于四边有支承的薄板，如图1.2(b)，其中一面在均匀的压力 P 的作用下达到屈曲荷载 P_{cr} 后发生凸曲，由于其侧边同时产生薄膜力，对薄板的变形起了牵制作用，促使荷载还能有较大程度增加，屈曲以后板的平衡状态也是稳定的，荷载挠度曲线如图1.2(b)的 oAB 或 oAB' ，由于板的极限荷载 P_u 远超过屈曲荷载 P_{cr} ，所以可以利用板的屈曲后强度（参看第八章第八节）。

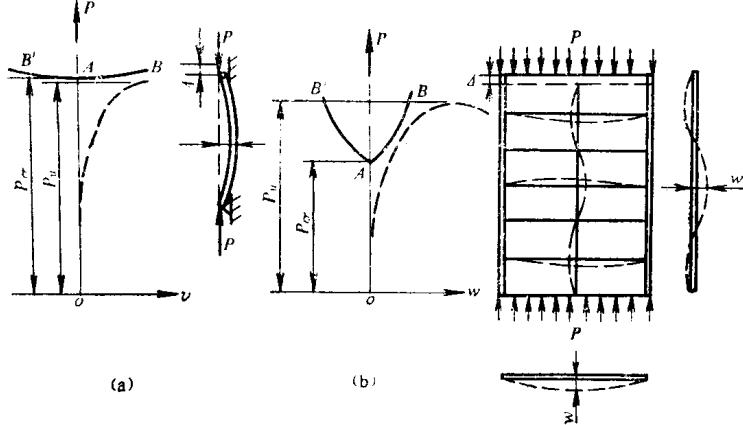


图1.2 稳定分岔失稳

应该注意到，上面研究的轴心受压构件和薄板的失稳现象都是在理想条件下发生的，实际的轴心受压构件和薄板并非是平直的，它们在受力之前都可能存在微小弯曲变形，称为初弯曲或几何缺陷，初始缺陷使构件和板的极限荷载 P_u 有所降低，其荷载挠度曲线不再有分岔点，而是如图1.2(a)和(b)中的虚线所示，但是对于具有稳定分岔失稳性质的构件说来，初始缺陷的影响较小，对于薄板，即使有缺陷的影响，但其极限荷载仍可能高于屈曲荷载。

(2) 不稳定分岔失稳

还有一类结构，在屈曲后只能在远比屈曲荷载低的条件下维持平衡状态。例如承受均匀压力的圆柱壳，其荷载变形曲线如图1.3(a)所示的 oAB 或 oAB' ，

这属于不稳定分岔失稳，这种屈曲形式也称为有限干扰屈曲；因为在极微小的不可避免的有限干扰的作用下，圆柱壳在达到平衡分岔屈曲荷载之前，就可能由屈曲前的稳定平衡状态跳跃到非邻近的平衡状态，如图中的曲线 $oA'C'CB$ ，不经过理想的分岔点 A 。缺陷对这类结构的影响很大，使实际的极限荷载 P_u 远小于理论上的屈曲荷载 P_{cr} ，其荷载变形曲线如图中虚线所示。研究这类稳定问题的目的是要探索小于屈曲荷载的安全可靠的极限荷载（参看第九章第五节）。

2. 极值点失稳

偏心受压构件在轴线压力作用下产生弯曲变形，其荷载挠度曲线如图1.4，在曲线的上

升段 oAB ，构件的挠度随荷载而增加，处在稳定平衡状态，而曲线上的 A 点表示构件中点的截面边缘纤维开始屈服，荷载继续增加时由于塑性向内扩展，弯曲变形加快，图中曲线出现下降段 BC ，表示维持平衡的条件是要减小构件端部的压力，因而使构件处于不稳定平衡状态，曲线的极值点 B 标志了此偏心受压构件在弯矩作用的平面内已达到了极限状态，对应的 P_u 为构件的极限荷载。由图1.4可知，极值点失稳的荷载挠度曲线只有极值点，没有出现两种变形状态的分岔点，构件弯曲变形的性质始终如一，故称为极值点失稳，也称第二类失稳（参看第三章第九节）。

实际的轴心受压构件因为都存在初始弯曲和荷载的作用点稍稍偏离构件轴线的初始偏心，因此其荷载挠度曲线呈现如图1.2(a)中虚线所示的极值点失稳现象，与极值点对应的荷载 P_u 才是实际的轴心受压构件的极限荷载。

极值点失稳的现象是十分普遍的，如双向受弯构件和双向压弯构件发生弹塑性弯扭失稳都是属于极值点失稳。

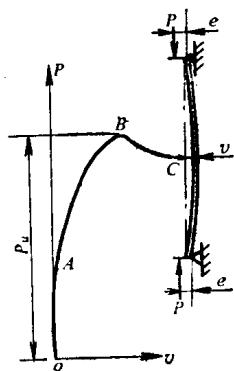


图1.4 极值点失稳

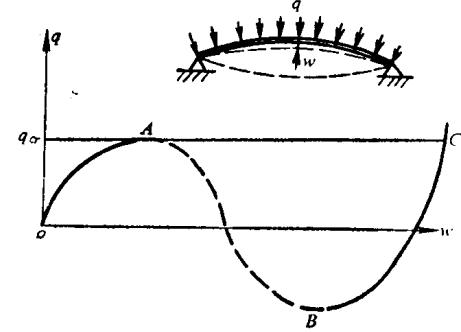


图1.5 跃越失稳

3. 跃越失稳

如图1.5所示的两端铰接较平坦的拱结构，在均布荷载 q 的作用下有挠度 w ，其荷载挠度曲线也有稳定的上升段 oA ，但是到达曲线的最高点 A 时会突然跳跃到一个非邻近的具有很大变形的 C 点，拱结构顷刻下垂，在荷载挠度曲线上，虚线 AB 是不稳定的， BC 段虽然是稳定的而且一直是上升的，但是因为结构已经破坏故不能被利用，与 A 点对应的荷载 q_{cr} 是坦拱的临界荷载。这种失稳现象称为跃越失稳，它既无平衡分岔点，又无极值点，但和不稳定分岔失稳又有某些相似的现象，都在丧失稳定平衡之后又跳跃到另一个稳定平衡状态。

区分结构失稳类型的性质十分重要，这样才有可能正确估量结构的稳定承载力。对于具有平衡分岔失稳现象的结构，如前所述，理论上的屈曲荷载区分了三种情况，一种比较接近于实际的极限荷载，一种大于实际的极限荷载，一种远小于实际的极限荷载。大挠度理论才能揭示具有平衡分岔失稳的结构屈曲后的性能，然而用大挠度理论分析实际结构的计算过程十分复杂。从第二章轴心受压构件的大挠度弹性理论、第八章板的屈曲后强度和第九章的大挠度理论的圆柱壳，可以了解到分析实际问题的复杂性。为了揭示具有分岔失稳现象结构的共性，柯以特（Koiter W.T.）于1945年利用简单的力学模型系统地分析了分岔失稳的屈曲后性能，建立了完整的理论^{[1.1]-[1.2]}。