

陈俊勇

地面参照系 定向理论基础

测绘出版社

地面摄影系统 定向理论基础

王 强 著

地面参照系 定向理论基础

陈俊勇

测绘出版社
(667)

内 容 简 介

本书介绍了地面参照系的经典定向理论及其和弹性地球模型、液核地球模型的关系,也就是描述在某种地球模型中地球三轴的进动、章动和极移。

本书可供大地测量、地球物理、地震和天文专业的工程技术人员及高等院校有关专业的师生参考。

地面参照系定向理论基础

陈俊勇

*

测绘出版社出版

测绘出版社印刷 印刷

新华书店北京发行所发行

开本 787×1092 1/32 · 印张 5 · 字数 112 千字

1988 年 8 月第一版 · 1988 年 8 月第一次印刷

印数 0,001 — 1,100 册, 定价 2.70 元

统一书号: 15039 · 新 667

ISBN 7-5030-0128-3/P·52

序

本书主要叙述地面参照系的定向理论，即地球三轴（转轴、形状轴和动量矩轴）运动和地球模型的关系。从本质方面说，也就是描述在某种地球模型中这三种轴的进动、章动和极移。本书的内容是近二十几年来国际大地测量学、地球物理学和天文学研究中比较关注的一个专题。1988年将成立国际地球旋转参数服务局也说明了这个专题在理论和实践中的重要性。

随着科学技术的发展，对地面一点三维坐标的精确性和可靠性的要求愈来愈高，而点位坐标必须处于一个与地球有某种确定联系的参照系中才有意义。然而任何一种参照系，例如协议地面参照系，都要涉及参照系的定向问题，而这个定向问题的实质就是探讨地球三轴的运动。地球三轴的运动必然和地球构造模型内部的物理、化学和动力过程有关。

本书第一章概述地面参照系的科学和实用意义，及其和地球三轴的进动、章动、极移的一般联系。

为了方便读者，第二章将与本书内容有关的理论力学知识汇集在一起。由于本书是讨论地球的旋转运动的，因此对理论力学中物体（或系统）的转动理论部分作了比较详细的介绍。但本章只限于介绍与本书内容有关的力学概念或公式，且只给出定义及结论而略去推导过程。要详细了解这方面的知识，可以参考有关的理论力学教程。为了尽可能深入浅出，对须用虚（可能）位移原理等分析力学的地方，作者

在精度允许的范围内，都采用了普通理论力学的方法加以叙述，因此在第二章中没有介绍分析力学方面的内容。

第三章对地球旋转运动作了最简单的公式推导，基本上仍是欧拉经典推导方法，只涉及刚性地球模型的相对自由运动。本章可以作为以后各章讨论不同地球模型地球三轴运动的入门。

第四、五、六、七各章都是讨论弹性地球模型的地球三轴运动。既讨论了绝对运动，也讨论了相对运动；既阐述了自由运动，也阐述了受迫运动。假如在这四章的所有公式中，令勒甫数 k 为零，那么都可适用于刚性地球。

第八章在惯性参照系和随动参照系间接转换基础上，推导了刚性地球三轴的运动方程。本章的内容完全是为第九章作准备的。

第九章是将第八章中推导公式的思路和方法推广到液核地球模型的情况。故本章叙述的是液核地球模型中地球三轴的进动、章动和极移。

本书只介绍了两种地球模型中的地球三轴运动。要使地球三轴运动的理论更符合实际测量结果，还需要假设更复杂的地球模型。本书介绍的这两种地球模型是基本的模型，因而相应的讨论和推导方法可以作为进一步研究这个专题的基础。

研究表明，要对地球三轴运动的规律作出更好的理论说明，还不能仅仅停留在惯性耦合的研究上，而必须从电磁耦合、热交流和大气环流、地块运动（含地震）等方面来进行综合性的研究，这样才有希望将我们人类居住的地球的旋转运动理论进一步发展和完善。所以本书也试图向读者指出：大地测量学、地球物理学、地球动力学、实用天文学等，都

是以地球作为研究的对象，因此这些学科内容的交叉和相互紧密的联系是客观事物和规律的反映。特别当今从高精度、全球性、动态性的需要考虑，今后只能通过相邻学科学者的互相合作、共同研究，才能使地学科学得到更大的发展。这个专题的研究历史从一个侧面说明了这种合作的必要和大地测量学今后发展的历史性趋向。国际著名大地测量学家莫洛金斯基、莫里茨等均先后于 60 年代和 70 年代转向这个领域的研究，这也说明这个课题的重要性和它是大地测量学研究的方向之一。

地面参照系定向理论的经典学说是研究这个领域有关问题的入门知识和基础。建立地面参照系涉及天文学、大地测量学和地球物理学等方面的理论和实践，是这些学科的交叉。本书力图用比较简明的数学方法和物理概念来阐明这些经典理论，以供这些学科的科技人员了解建立地面参照系和这些学科的内在联系。因此本书内容主要涉及了地面参照系定向理论的经典部分，它的近代发展和实际确定作者将在另书叙述。

作者在这个领域还只能说是一个新兵。书中内容不妥和谬误之处在所难免，望读者不吝赐教。

最后向热心提供帮助的同志们表示衷心感谢。

作者

一九八六年，北京

目 录

第一章 引言	(1)
§1.1 研究目的、意义和内容	(1)
§1.2 地球自转速度的变化	(2)
§1.3 地球旋转轴的进动、章动和极移的一般概念	(4)
§1.4 定义地面参照系的不同方法	(6)
第二章 预备知识	(10)
§2.1 引潮力位	(10)
§2.1.1 引潮力位 U 的基本概念	(10)
§2.1.2 杜德森展开式	(12)
§2.2 力矩和动量矩	(16)
§2.2.1 力矩 $\underline{L}$ 和动量 $\underline{G}$	(16)
§2.2.2 动量矩 $\underline{H}$ 及动量矩定理	(17)
§2.3 参照系	(19)
§2.3.1 惯性参照系、定坐标系和动坐标系	(19)
§2.3.2 作相对运动的两个坐标系之间的关系式	(21)
§2.4 刚体的转动惯量和形状轴	(25)
§2.4.1 转动惯量的张量表达式 $\underline{J}$	(25)
§2.4.2 地球引力位与它的转动惯量的关系	(27)

§2.4.3	形状轴 $\underline{F}$	(28)
§2.5	刚体转动时的动量矩定理	(29)
§2.5.1	在体固坐标系中刚体转动时的 动量矩定理	(29)
§2.5.2	刚体绕定点 (轴) 转动时的欧拉 动量矩方程和欧拉运动方程	(32)
§2.6	表证地球转动特征的三轴——形状轴 $\underline{F}$ 、 旋转轴 $\underline{\omega}$ 和动量矩轴 $\underline{H}$	(35)
§2.6.1	三轴的定义	(35)
§2.6.2	三轴的长度及方向	(35)
§2.7	定坐标系和体固坐标系之间的 间接转换	(38)
§2.7.1	坐标系 x_i^* 和 x_i 的转换关系式	(38)
§2.7.2	在不顾及 e_3 条件下的若干公式	(40)
第三章	刚性地球三轴的相对自由运动	(42)
§3.1	刚性地球之自由极移——旋转轴之相对 自由运动方程	(42)
§3.1.1	研究地球进动、章动和极移的 基本公式	(42)
§3.1.2	刚性地球旋转轴 $\underline{\omega}$ 的相对自由 运动	(43)
§3.2	地极坐标	(46)
§3.3	刚性地球动量矩轴 $\underline{H}$ 的相对自由运动	(47)
第四章	非刚性地球三轴相对运动的基本理论	(49)
§4.1	非刚性物体旋转时的动量矩定理 ——拉维勒方程	(49)
§4.2	在梯氏轴系中的动量矩	(50)

§4.2.1	梯氏轴的定义·····	(50)
§4.2.2	非刚性物体的转动惯量·····	(51)
§4.2.3	非刚性地球的旋转矢量 $\underline{\omega}$ ·····	(52)
§4.3	在随动参照系中非刚性地球旋转时	
	三轴的方向·····	(53)
§4.3.1	角动量轴 $\underline{H}$ ·····	(53)
§4.3.2	旋转轴 $\underline{\omega}$ ·····	(54)
§4.3.3	形状轴 $\underline{F}$ ——转动惯量 $\underline{J}$ 的主轴·····	(56)
第五章	激励函数ψ ·····	(59)
§5.1	离心力形变效应 ψ_{EF} ·····	(60)
§5.1.1	勒甫数·····	(60)
§5.1.2	离心力形变效应 ψ_{EF} 和弹性地球的自由极移·····	(62)
§5.2	引力直接效应 ψ_L 和外力矩 $\underline{L}$ ·····	(64)
§5.2.1	月亮引力矩·····	(64)
§5.2.2	引力直接效应 ψ_L ·····	(67)
§5.3	引力形变效应 ψ_{TD} ·····	(68)
第六章	弹性地球三轴的相对运动 ·····	(72)
§6.1	三轴($\underline{\omega}$, $\underline{F}$, $\underline{H}$)相对 z 轴的运动方程·····	(72)
§6.1.1	旋转轴 $\underline{\omega}$ 相对 z 轴的运动——极移 P_o ·····	(72)
§6.1.2	形状轴 $\underline{F}$ 相对 z 轴的运动 P_F ·····	(73)
§6.1.3	动量矩轴 $\underline{H}$ 相对 z 轴的运动 P_H ·····	(74)
§6.2	三轴相对于 z 轴的自由运动·····	(75)
§6.3	三轴相对于 z 轴的受迫运动·····	(78)
第七章	弹性地球三轴的绝对运动	

——进动和章动	(81)
§7.1 动量矩轴 H 的进动和章动	(81)
§7.1.1 在惯性参照系 (X_1, X_2, X_3) 中的动量矩定理	(81)
§7.1.2 在惯性参照系 (Y_1, Y_2, Y_3) 中的动量矩定理——泊松方程	(83)
§7.1.3 动量矩轴 H 的绝对运动方程及其 解算	(85)
§7.2 梯氏轴—— Z 轴的进动和章动	(88)
§7.2.1 两个惯性参照系 (X_1, X_2, X_3) 和 (X, Y, Z) 的关系	(88)
§7.2.2 Z 轴的绝对运动方程及其解算	(90)
§7.3 旋转轴 ω 的进动和章动	(91)
§7.4 天体极	(94)
第八章 惯性参照系和随动参照系间接转换中 地球三轴的运动方程	(98)
§8.1 在 α^* 参照系中地球三轴的矢量方程	(98)
§8.1.1 旋转轴的矢量方程	(98)
§8.1.2 形状轴的矢量方程	(100)
§8.1.3 动量矩轴的矢量方程	(100)
§8.1.4 力矩 L 的矢量方程	(102)
§8.2 欧拉动量矩方程的特征值	(103)
§8.3 地球三轴的相对运动和“绝对运动”	(105)
§8.3.1 地球三轴的相对运动	(105)
§8.3.2 地球三轴的“绝对运动”	(108)
第九章 液核地球模型的三轴运动	(113)
§9.1 液核地球模型的欧拉动量矩方程	(115)

§9.1.1	液核地球模型的欧拉运动方程	(115)
§9.1.2	液核地球模型的欧拉动量矩方程	(117)
§9.2	液核地球模型的欧拉动量矩方程的 解算	(122)
§9.2.1	液核地球模型的欧拉动量矩方程的 特征值	(122)
§9.2.2	自由运动中 u 、 v 的解	(125)
§9.2.3	受迫运动中 u 、 v 的解	(127)
§9.3	液核地球模型中的角动量和力矩	(127)
§9.3.1	液核地球模型中的欧拉角 ε 和 力矩 $\mathcal{L}$	(128)
§9.3.2	液核地球模型中的角动量轴 运动方程	(129)
§9.3.3	对参数 Q 的讨论	(131)
§9.4	液核地球模型三轴的相对运动和 绝对运动	(133)
§9.4.1	三轴的绝对运动方程	(133)
§9.4.2	三轴的相对运动方程	(134)
§9.5	液核地球模型三轴的自由运动和 受迫运动	(135)
§9.5.1	三轴的受迫运动方程	(135)
§9.5.2	三轴的自由运动方程	(138)
§9.6	公式汇编	(140)
§9.6.1	弹性地球三轴的相对运动方程	(141)
§9.6.2	弹性地球三轴的绝对运动方程	(141)
§9.6.3	液核地球三轴的相对运动方程	(142)
§9.6.4	液核地球三轴的绝对运动方程	(143)

§9.6.5 符号的定义.....	(144)
结束语.....	(146)
参考文献.....	(148)

第一章 引言

§ 1.1 研究目的、意义和内容

研究地面参照系*对于大地测量学、天文学、大地动力学和地球物理学都是十分重要的。从实用方面说,精确确定点的大地坐标,精确计算由天文观测得到的时、纬和方位角,精确测定天体和人造天体的坐标或轨道,都要依赖于定义地面参照系的科学性和精确性。从理论方面说,研究地面参照系可以帮助人们了解地球内部物质的结构、特性、分布、相互作用及其运动的状态和机制等;也可以帮助人们了解地球外层物质,如大气、海洋、电磁场等对地球运动的影响,从而有助于地球科学的研究和发展。

研究地面参照系也就是研究以某种确定的方式(理论和常数)联系于地球的空间坐标系。因此,研究参照系的实质就是研究地球旋转轴的运动。

众所周知,地球在太阳系里有公转和自转两种运动。地球公转是地球质心在太阳及太阳系其他天体引力作用下环绕太阳系质心的空间运动。地球自转是地球本体环绕通过地球质心(简称地心)的一根轴线的旋转运动,这根轴线叫自转轴或旋转轴。

* 为了和地图投影(如高斯-克吕格投影等)中的大地参考系相区别,更好地和物理学中的有关概念和术语相一致,故用此名。

旋转轴在空间运动的方向是变化的，即存在着进动和章动。进动又称岁差。地心与黄极的连线和旋转轴之间，构成 $23^{\circ}27'$ 的交角。进动表现为旋转轴绕该连线以 26000 年的周期做圆锥运动；章动表现为这一圆锥面上有小的波状起伏。

旋转轴相对于地球本体也不是固定不动的，它在地球本体内的位置是不断变化的，这就是旋转轴的极移现象；所以旋转轴的确切叫法应该是瞬时旋转轴。但在本书中，在一般无须强调的情况下，往往简称旋转轴。

研究地球的旋转运动已有几百年的历史，即使是对较迟发现的极移现象来说，对它的系统观测也积累了近 90 年的资料。但对地球旋转运动中所产生的某些现象，它的真正机制，直到今天也还不能说有了很完善的说明。究其原因，可能是影响地球旋转的因素比较多，且变化不定，同时还不易进行直接观测。例如地球旋转运动不仅受到力学定律的制约，而且还受到地球内部物质的分布、运动及其物理化学性质的影响；此外，还受到地球表面及其上层物质如海洋、磁场、大气等的影响。因此，人类继续观测和研究地球的旋转，完善它的理论，还有很长的路要走。

§ 1.2 地球自转速度的变化

地球绕旋转轴自西向东的旋转速度平均为 7.292×10^{-5} rad/s。在地球旋转运动中，其旋转（角）速度大小是变化的，这就是所谓地球旋转速度的不均匀性。它一般表现在以下三个方面。

第一是长期变化。这种变化的表现是日的长度增长，也就是旋转速度逐渐变慢。在一个世纪内日的长度增长大约为

1~2ms。这一旋转速度长期变慢的量级基本不变。之所以产生这一现象，可能主要是由于潮汐摩擦，从而使地球旋转角动量减少；它的表现形式就是旋转速度逐渐变慢。

第二是周期性变化。地球旋转速度的周期性变化主要有三个不同类型：周年变化、半年周期变化和更短周期变化。一年周期变化主要表现为地球旋转速度春天变慢秋天变快，振幅约在 20~25ms，其原因可能主要是风的季节性变化。半年周期变化的振幅约为 9ms，可能主要是太阳引力所致。短周期变化的振幅很小，一般都在 1ms 以下，周期有一个月、半个月或更短的，可能主要是月球引力所引起。

第三是不规则变化。地球旋转速度还有很多不规则的变化。在月这一量级的时间尺度内，它会有 $\pm 5 \times 10^{-8}$ /年左右的相对变化；在年这一量级的时间尺度内会有 $\pm 8 \times 10^{-8}$ /年左右的相对变化；在十年这一量级的时间尺度内约有 $\pm 5 \times 10^{-7}$ /年左右的相对变化。产生这些不规则变化的原因，说法比较多，但基本上都还处于探索阶段。

地球转速变化和极移就是地球旋转角速度（矢量）在大小和方向上的变化，是同一事物的两个不同方面。所以文献中提到的地球旋转参数（ERP）通常就是指这两者。影响地球旋转运动的某些因素，往往既对旋转速率也对旋转轴方向起作用。所以研究地球旋转轴的极移、章动、进动和研究地球旋转不均匀性一起，构成研究地球旋转运动的一个整体。但从研究参照系的角度来考虑，则主要是研究坐标轴系的方向；而且轴的方向及其变化的表现形式、运动机制以及研究手段等，都和研究地球旋转不均匀性有所不同。本书中对后者一般不作论述。

§ 1.3 地球旋转轴的进动、章动和

极移的一般概念

物体绕轴旋转是一个十分普遍的现象。在有些旋转运动中，旋转轴相对于物体本体来说，其位置是固定的；而在有些旋转运动中，旋转轴相对于物体本体来说，位置是变化的。地球的旋转轴运动就属于后一种类型。这种运动称为地极移动，简称极移。下面举一个简单的例子加以说明。我们在一个平面上滚动一个圆锥体，瞬时旋转轴就是在给定瞬间圆锥面和平面的交线。从物理学中知道，瞬时旋转轴在物体内部所形成的运动轨迹称为本体极迹；瞬时旋转轴在空间所形成的运动轨迹称为空间极迹。那么在上面的例子中，从和物体固连的随动坐标系（或体固坐标系）来看，旋转轴的本体极迹就是这个圆锥体的表面——一个圆锥面；但从空间静止的坐标系（或惯性坐标系）来看，空间极迹就是圆锥在上面滚动的这个平面，所以是一个平面。

现在讨论地球旋转轴的运动。根据实测，它的本体极迹是一个以地球质心为圆锥顶点的圆锥面，顶角约为 $0.2''$ ，主周期约为 14 个月，这就是上面提到的极移。地球旋转轴运动的空间极迹也是一个圆锥面，根据实测，锥顶也是地球质心，但顶角为 $23^{\circ}27'$ ，即是黄赤交角，旋转轴的这个运动也就是通常所称的进动（或岁差），周期约为 26000 年。而章动就是指叠加在进动上的一些周期运动，振幅很小，周期较短。其中主周期约为 18.66 年，相应主振幅约为 $9.2''$ 。

现在我们从几何形象上来简单地说明旋转轴的进动和极移。