

外弹道学

(修 订 本)

浦发 芮筱亭 编著

734577

国防工业出版社

前 言

外弹道学是讨论弹丸在空中运动规律及其有关问题的科学。它是炮兵科学的重要基础学科之一。其理论基础虽属理论力学和数学的范畴，但它不是一门纯理论的科学，而是一门实用性很强的应用科学。因此，本书介绍的内容重点主要放在与炮兵武器技术密切相关的那些方面，并尽可能结合实际应用对某些重要的基本概念进行阐述，以便于有关科技人员研究、使用和参考。

为了不同专业的科技工作者使用方便，本书只写了传统的内容部分——枪炮外弹道学的部分。至于有关火箭和有控外弹道学部分，需要者可另行参阅有关专著。当然，本书对火箭弹道的被动段和某些短程导弹弹道的被动无控段，也完全是适用的。

本书内容分为三大部分：外弹道学基本问题；弹丸飞行稳定性理论和外弹道学的重要应用——射表编制、弹道设计和实验。

在基本问题中，首先介绍了只考虑一个重力作用下的真空弹道理论——抛物线理论。对其基本概念以及目前尚属有用的某些部分作了一般性的介绍；第二章讨论了作用于弹丸的诸空气动力和力矩。重点放在一般物理概念的阐述和一些经验的或半经验的估算方法上，为弹形选择、弹道计算和设计，打下一个良好的基础；第三章介绍了常用的几种不同形式的弹丸质心运动方程组，并在此基础上，一般地介绍了空气弹道的某些特性和各种弹道表（低伸弹道表、地面火炮外弹道表、高射火炮外弹道表和航空炸弹弹道表）的编制依据、变量和内容；第四章介绍了三大类型的外弹道解法：近似分析法、数值积分法和外弹道表解法。在近似分析法中简单介绍了目前尚有某些应用的西亚切解法（主函数和辅助函数）、级数解法、炸弹弹道解法和适于空中射击用的近似解法。特别是新的、改进了的炸弹弹道级数解法，其适用范围和准确性，均较原有的炸弹弹道近似解法为优。另外，将空中射击用的近似解法，借用到高射机枪或小口径高炮的对低空与超低空的射击上，达到简便而准确的效果。由于数值积分法中的差分法目前应用较少，为了节省篇幅，书中省略了各基本公式的推导过程。外弹道表解法，简便可靠。特别是对少量的弹道估算或缺乏电子计算机时，它是一个有用的工具，故作了简要介绍。

在弹丸飞行稳定性理论中，主要介绍了有关旋转稳定弹和尾翼稳定弹的弹轴运动及其对质心弹道的影响，由此进而阐明了弹丸飞行稳定条件的基本理论依据和减小散布的方法。本篇分六章（第五章至十章）。第五章中介绍了有关坐标系及其相互变换和在全力组和力矩组作用下、对轴对称和非轴对称的旋转弹和尾翼弹均通用的一般运动方程组。重点是用复数形式表示的速度方向偏角方程和弹轴摆动方程（攻角方程）；第六、七章分别介绍了表示弹轴运动的攻角方程的齐次解（由起始扰动引起的）和非齐次解（由重力和非对称项引起的）。对在简要条件和全力组、力矩组条件下的弹轴运动规律，分别作了详细讨论，为弹轴运动对质心运动的影响、弹丸飞行稳定性和气动力测试等方面的理论，打下必要的基础；第八章详细讨论了弹轴运动对质心运动的影响——速度方向偏角、螺旋线弹道和偏流等，并由此找到影响射弹散布的主要因素和计算偏流的理论方法；第九章首

先研究了最常见的弹丸上定心部紧贴膛壁条件下, 旋转弹丸弹轴运动起始条件的形成过程和估算方法, 指出为减小起始扰动、提高射击密集度的一些可能方向和途径。另外, 简单介绍了同时考虑炮管变形与振动、且弹丸上定心部与膛壁碰撞条件下的弹轴在膛内的运动情况, 并通过实例计算, 指出了弹轴在膛内碰撞条件下运动的某些规律。由于对后效期内压力场研究的不充分, 故后效期中的弹轴运动, 有待进一步完善; 第十章中讨论了弹丸的飞行稳定性, 提出了旋转弹和尾翼弹飞行稳定条件和计算旋转弹的膛线缠度公式, 为设计稳定性良好的弹丸, 提供了理论依据。

由于修正理论和外弹道学基本问题是射表编制和射击实验数据分析处理的主要理论基础, 故在本书第三篇中首先(第十一章)用较多篇幅讨论了在各种非标准条件下的修正问题。其中特别讨论了对飞行时间的修正和炮耳轴与炮身轴不垂直以及炮耳轴与炮尾平台不平行对射向的修正问题。前者是确定榴弹空炸时间分划所必需; 后者对用大仰角射击的火炮尤其是高射炮也有一定的实际意义; 第十二章中简单介绍了射表内容及其编制的基本原理和程序; 第十三章先一般地分析了要求在弹道设计中解决的问题及其相互制约关系, 然后讨论了弹形系数(弹道系数)问题、密集度问题和飞行稳定性问题, 并举例说明了几个简单的最佳解的选择和初速分级问题。特别是在本章末, 简要介绍了有关弹丸的弹道设计的最新研究成果——外弹道、气动力综合优化设计的方法, 为提高各类弹丸的弹道设计质量、缩短研制周期和节约经费方面指出了方向; 第十四章简单介绍了射表编制试验和为了求取弹丸的气动系数的自由飞行实验。

本书中附有习题和例题。对于一些易于误解、混淆或稍加延伸就可以获得某些有益的新结论之处, 常常通过一些带有思考性的习题, 帮助读者加深理解。

本书的编写是在70年代所编的《外弹道学》(浦发, 1980年, 国防工业出版社)的基础上, 经过增、删、修改而成。其中包含了读者和作者多年来教和学的经验体会, 并加进了80年代以来的某些新研究成果。特别是对弹丸飞行稳定性理论一篇, 作了较大的变动, 在主观上力求更加系统和实用。但由于作者水平所限, 缺点错误在所难免, 希望读者予以批评指正。

本书在编写中, 吸收了历届弹道专业学生、研究生和进修生的许多宝贵意见, 在此表示深切的谢意。

编 者

于南京华东工学院

目 录

绪论

§ 1 外弹道学的研究对象及其任务	1
§ 2 常用术语、定义与符号	2

第一篇 外弹道学基本问题

第一章 抛物线理论	5
§ 1 重力和重力加速度	5
§ 2 抛物线弹道方程	7
§ 3 弹道任意点、顶点和落点诸元	8
§ 4 抛物线理论的应用	10
§ 4.1 等斜射程时高低角与瞄准角的关系 弹道刚性原理	10
§ 4.2 相对停留时间	12
§ 4.3 平均弹道高	13
§ 4.4 修正公式	13
第二章 作用于弹丸的空气动力和力矩	15
§ 1 引言	15
§ 2 大气特性简介	15
§ 2.1 大气构成	15
§ 2.2 空气状态方程 虚温	16
§ 2.3 气压、气温及其随高度的分布	17
§ 2.4 我国炮兵标准气象条件	19
§ 2.5 声速随高度的标准变化	20
§ 3 空气阻力	21
§ 3.1 空气阻力的组成部分	21
§ 3.2 摩阻	22
§ 3.3 涡阻	25
§ 3.4 波阻	27
§ 3.5 阻力定律与弹形系数	33
§ 3.6 空气阻力加速度 弹道系数 空气阻力函数	37
§ 3.7 声速对阻力函数的影响	38
§ 3.8 $F(v_r)$ 的经验公式	39
§ 4 弹轴与速度矢量不重合时的空气动力和力矩	40
§ 4.1 无自转与摆动时	41
§ 4.2 有自转和摆动时	49
§ 5 关于弹丸的知识	55
§ 5.1 弹丸的外形	55

§ 5.2 弹丸质量及其与口径和弹道系数的关系	60
§ 5.3 转动惯量	61
第三章 弹丸质心运动方程组 空气弹道特性	63
§ 1 基本假设	63
§ 2 描绘弹丸质心运动的主要参量	64
§ 3 以时间 t 为自变量的弹丸质心运动方程组	65
§ 3.1 直角坐标系的弹丸质心运动方程组	65
§ 3.2 自然坐标系的弹丸质心运动方程组	66
§ 4 以 x 为自变量的弹丸质心运动方程组	67
§ 5 以 y 为自变量的弹丸质心运动方程组	68
§ 6 以弹道弧长 s 为自变量的弹丸质心运动方程组	69
§ 7 斜角坐标系的弹丸质心运动方程组	69
§ 8 空气弹道的一般特性	72
§ 8.1 速度沿全弹道的变化	72
§ 8.2 空气弹道的不对称性	75
§ 8.3 最大射程角	77
§ 8.4 空气弹道由 c 、 v_0 、 θ_0 三个参量完全确定	79
附录 空气弹道的存在唯一性证明	80
第四章 外弹道解法	82
§ 1 引言	82
§ 2 近似分析法	82
§ 2.1 西亚切解法及其应用	83
§ 2.2 级数解法	86
§ 2.3 炸弹弹道解法	89
§ 2.4 空中射击弹道的近似解法	95
§ 3 数值积分法	102
§ 3.1 差分法	102
§ 3.2 龙格-库塔法	116
§ 4 外弹道表解法	121
§ 4.1 低伸弹道表的应用	122
§ 4.2 地面火炮外弹道表的应用	133
§ 4.3 高射炮外弹道表的应用	145

第二篇 弹丸飞行稳定性理论

引言	128
第五章 坐标系及弹丸的一般运动方程组	131
§ 1 坐标系及坐标变换	131
§ 1.1 坐标系	131
§ 1.2 坐标变换	131
§ 2 作用在弹丸上的力和力矩	136
§ 3 弹丸的一般运动微分方程组	138

§ 3.1 弹丸质心运动方程组	138
§ 3.2 弹丸绕心运动方程组	139
§ 3.3 考虑弹丸不对称时的绕心运动	141
第六章 起始扰动引起的弹轴运动——攻角方程的齐次解	142
§ 1 旋转弹的弹轴运动	142
§ 1.1 在简化条件下旋转弹的弹轴运动	142
§ 1.2 在全力组和力矩组作用下旋转弹的弹轴运动	147
§ 2 尾翼弹的弹轴运动	155
§ 2.1 非旋转尾翼弹的弹轴运动	155
§ 2.2 旋转尾翼弹的弹轴运动	157
§ 2.3 马格努斯力矩对弹轴运动的影响	158
§ 3 气动参数与弹轴运动参数间的关系	159
§ 4 弹丸的自转运动	159
§ 4.1 旋转稳定弹丸的自转与膛线缠度	159
§ 4.2 弹轴自转的衰减	161
§ 4.3 尾翼弹的导转和平衡转速	162
第七章 重力和弹丸不对称引起的弹轴运动——攻角方程的非齐次解	164
§ 1 重力引起的弹轴运动	164
§ 1.1 动力平衡角	164
§ 1.2 马也夫斯基方程	166
§ 1.3 动力平衡角和马也夫斯基方程的物理实质	170
§ 2 弹丸不对称性引起的弹轴运动	171
§ 3 攻角方程的非齐次解和通解	174
第八章 弹轴运动对弹丸质心运动的影响	177
§ 1 引言	177
§ 2 起始扰动对质心运动的影响	178
§ 2.1 起始扰动对速度方向的影响——跳角散布	178
§ 2.2 起始扰动对弹丸质心运动轨迹的影响——螺旋弹道	184
§ 2.3 起始扰动对弹道系数、射程及其散布的影响	192
§ 3 重力对弹丸质心运动的影响——偏流	194
§ 4 弹丸不对称性对速度方向的影响	199
§ 5 考虑有章动角存在时的弹丸质心运动方程组	201
第九章 弹丸起始扰动初步分析	203
§ 1 引言	203
§ 2 前定心部紧压膛壁模型下的弹轴运动	204
§ 2.1 弹丸的受力分析	204
§ 2.2 半约束期内的弹轴运动	206
§ 2.3 后效期内的弹轴运动	209
§ 2.4 影响起始条件的主要因素及其与射弹散布的关系	211
§ 3 前定心部与膛壁碰撞模型下的弹轴运动简介	213
§ 3.1 弹丸在膛内运动简介	213

§ 3.2 几点结论	215
第十章 弹丸飞行稳定性	216
§ 1 引言	216
§ 2 弹丸的陀螺稳定性讨论	217
§ 3 弹丸的动态稳定性	219
§ 3.1 弹丸的动态稳定性判据	219
§ 3.2 对稳定区的分析	219
§ 4 弹丸的追随稳定性	223
§ 5 膛线缠度公式	224
§ 6 尾翼弹丸的共振和转速闭锁现象	227
§ 6.1 弹丸的共振现象	227
§ 6.2 转速闭锁	230
§ 7 弹丸飞行稳定条件	230
§ 7.1 旋转弹飞行稳定条件	230
§ 7.2 尾翼弹飞行稳定条件	231
§ 8 弹轴非线性运动简介	232
附录 陀螺力矩及其对稳定性的影响	233

第三篇 射表编制、弹道设计与实验

第十一章 修正理论	235
§ 1 概论	235
§ 1.1 标准条件	235
§ 1.2 修正理论的实际意义	236
§ 1.3 修正对象与方法	239
§ 1.4 弹道平均值 近似层权和高射层权	238
§ 2 求差法	243
§ 2.1 考虑弹道条件和气象条件非标准时的弹丸质心运动方程组	243
§ 2.2 考虑地形、地球条件时的弹丸质心运动方程组	244
§ 3 微分法——射程修正部分	247
§ 3.1 主要修正系数的计算	247
§ 3.2 弹道条件变化时的射程修正	249
§ 3.3 对气压、气温的修正 郎日文定理	250
§ 3.4 对风的修正	254
§ 3.5 修正系数表及其应用	257
§ 3.6 火炮运动时的修正	258
§ 3.7 炮耳轴与炮身轴线不垂直时的方向修正	259
§ 3.8 炮耳轴不水平时的方向修正	261
§ 3.9 地表为曲面与重力加速度大小和方向变化时综合修正量的估算	263
§ 4 微分法——飞行时间修正部分	265
§ 4.1 弹道条件和气压、气温非标准时飞行时间的修正	265
§ 4.2 纵风对飞行时间的修正	266

§ 4.3 横风对飞行时间的修正	266
§ 4.4 火炮运动对飞行时间的修正	267
§ 5 高射时的修正	267
§ 6 气温、气压变化用空气密度和音速变化替代的问题	269
第十二章 射表编制问题	273
§ 1 射表的内容与形式	273
§ 2 射表的种类和要求	275
§ 3 射表基本诸元和修正诸元的计算	276
§ 3.1 应用质心运动方程组计算射表诸元	277
§ 3.2 应用弹道表计算射表诸元简介	279
§ 4 高低角对瞄准角的修正计算	279
§ 5 射表中各中间误差的确定	281
§ 6 低伸弹道射表编制问题	282
§ 7 高射炮射表编制问题	282
第十三章 弹道设计问题	285
§ 1 概述	285
§ 2 弹形系数和弹道系数的分析与估算	287
§ 3 射击密集度的大小分析与估算	289
§ 3.1 距离中间误差的分析与估算	290
§ 3.2 方向中间误差的分析	291
§ 4 飞行稳定性的设计问题	291
§ 5 几个传统的最佳解介绍	293
§ 5.1 加农炮或榴弹炮合理初速与弹丸质量的选定	293
§ 5.2 穿甲弹的弹道设计问题	297
§ 6 有关尾翼式穿甲弹设计中的几个问题	298
§ 7 弹丸的外弹道气动综合优化设计简介	299
§ 7.1 综合优化设计的意义	299
§ 7.2 优化设计数模简介	300
§ 8 初速级的确定	301
第十四章 外弹道实验简介	303
§ 1 射表编制实验	303
§ 1.1 射击实验前的准备	303
§ 1.2 初速及其中间误差的测定和速降修正公式	305
§ 1.3 跳角及其中间误差的测定	312
§ 1.4 弹道系数 飞行时间和密集度的测定	315
§ 1.5 侧偏和偏流测定	320
§ 1.6 气象诸元的测定	323
§ 1.7 炸高和炸点时间的测定	324
§ 1.8 射击实验计划与弹药消耗估算	325
§ 2 由自由飞行数据求弹丸气动力系数	325
§ 2.1 弹丸运动曲线及其与气动力系数的关系	325

§ 2.2 翻转力矩特征数和起始章动角速度的测定	328
§ 2.3 升力与马格努斯力特征数的实验测定	329
§ 2.4 极阻尼力矩特征数的实验测定	330
§ 2.5 马格努斯力矩特征数的实验测定	330
§ 2.6 赤道阻尼力矩特征数的实验测定	331
§ 2.7 K_{x0} 及 k 值的实验测定	332
§ 2.8 尾翼弹空气动力系数及起始条件的实验测定	333

附 录

一、符号表	334
二、函数表	341
参考文献	386

绪 论

§1 外弹道学的研究对象及其任务

自从利用火药发射的武器——枪炮发明以后，尤其是将它们应用于战争以后，就产生了如何使由枪炮发射出去的弹丸准确命中目标的问题。而要解决这个问题，就需要知道弹丸在枪炮管中（即在火药气体作用下）以及出枪炮管后是如何运动的。

研究弹丸运动的科学，总称为弹道学。

在火药气体作用下的弹丸运动，是由所谓内弹道学来研究。

至于外弹道学则是研究弹丸在空中的运动以及与此运动有关诸问题的科学。

所谓“弹丸在空中的运动”以及“与此运动有关诸问题”是指的什么呢？下面就来说明这些问题。

一般枪炮的发射，总是在使枪炮管仰起一定角度的条件下进行的。枪炮管轴线与水平面间的夹角，叫做仰角。根据实践经验证明：在弹丸大小、形状、重量和所用推送弹丸的发射药种类和重量等给定的条件下，弹丸所能飞达的距离与仰角有一定的函数关系。这种表示仰角与射距离间函数关系的表格，就是目前火炮进行射击时常用的射表的雏型。

最早的射表是用纯实验的方法编制的。但是由于技术的发展，射距离越来越远，用纯实验方法编制射表，不仅困难费时，而且耗费巨大。

为了解决上述困难，需要总结经验，寻求弹丸质心在空中运动的规律（理论）。当弹丸运动速度较小，空气与弹丸间的相互作用——空气阻力较小可以略去不计时，弹丸仅在一个重力作用下运动，则可由所谓“抛物线理论”来描述。由于技术的发展，弹丸速度渐大，空气阻力也渐增大到不能忽视的程度。弹丸在重力和空气阻力两个力同时作用下的运动，由先后出现的各种近似的和较准确的空气弹道解法来解决。自从大型数字电子计算机出现后，考虑影响弹丸运动因素的全面性，与实际情况的一致性和所需诸气动力系数的准确性等，则成为进一步提高计算弹丸质心运动准确性的关键。而这些问题目前也均已解决。由此可见，外弹道学最初是由炮兵对于编制射表的实际需要而逐渐发展起来的。

最初的炮弹均为球形或近似球形。球形是一个中心对称体，无所谓颠倒与翻转，也就不会出现飞行稳定与不稳定的问题。但后来为了要在不增大口径的前提下来增大弹丸的威力和减小空气阻力（因而增大射程），而将弹丸逐步改为“水滴形”（如尾翼式迫击炮弹）和“锐头圆柱形”，也就是逐渐发展成为目前所采用的长圆形弹丸。由于长圆形弹丸的出现，从而产生弹丸在空中飞行时可能颠倒、翻转致使射击不准确的问题，也就是出现了长圆形弹丸在空中飞行稳定与不稳定的问题。

所谓飞行稳定，主要是指弹丸在飞行过程中弹头始终向前，而且其几何轴线与速度矢量线间的夹角很小（第二篇引言）的情况。

使弹丸飞行稳定的方法有二：旋转法与尾翼法。

为了研究旋转弹丸飞行稳定性问题而建立和发展了所谓旋转理论；为了研究尾翼弹飞行稳定性问题而建立和发展了所谓摆动理论。由于此二理论的创立和发展，为解决长圆形弹丸在空中飞行稳定、减小散布等问题，创造了越来越有利的条件。

人类对自然规律的认识越深刻，则能更好地利用自然规律为人类服务。外弹道学也是这样。到今天，枪炮弹丸的外弹道设计，业已逐渐摆脱那种盲目状态；或者按一定的战术技术要求（如给定射程、距离与方向中间误差、枪炮口径等），根据外弹道学理论进行外弹道设计，找出最恰当的弹重和初速等；或者利用外弹道学上以及其他有关炮兵科学上的新成就来设计新型的火炮弹药，促使战术技术条件的改变。这样，在外弹道学发展的基础上，逐步建立并正在不断完善着所谓火炮弹药的外弹道设计理论。

根据上面的讨论知道，外弹道学研究对象中所谓“弹丸在空中的运动”是指的弹丸质心运动和围绕质心运动——旋转和摆动；所谓“与此运动有关诸问题”是指弹丸在空中运动时所形成的空气动力和外弹道学中的各种应用——射表编制和弹道设计等。

同时根据上面的讨论知道，外弹道学的主要任务是：解决有关射表编制、飞行稳定性和弹道设计等问题。当然在武器弹药的设计、研制和定型鉴定过程中有关弹道性能的试验、研究和数据的分析处理等，必须应用全部的外弹道理论知识来进行，才能获得最好的效果。甚至在实验空气动力学研究上，应用先进的弹道靶道和试验设备进行实弹或其模型的射击试验，由外弹道逆运算获得不次于风洞试验的全部气动数据，已经成为空气动力试验方法的另一重要分支。

外弹道学是炮兵科学的重要基础学科之一。发射武器的主要性能如射程、精度、威力和机动性能等，无一不与外弹道学理论及其应用密切相关。为了充分发挥炮兵在实战中的威力，除了需要上述的射表外，其他如瞄准镜（具）与现代化的自动指挥系统的设计，也均需要以外弹道学理论为基础。

导弹弹道的无控段和火箭弹弹道的被动段的受力情况与枪炮弹弹道的受力情况完全一致。因此，它们在无控段或被动段的运动理论与枪炮弹的外弹道学理论也完全一致。

至于导弹有控段和火箭主动段的飞行理论，虽然也是外弹道学中的一个分支，但为了研究上的方便，将分别在有关的专著（导弹飞行力学与火箭外弹道学）中讨论。

§2 常用术语、定义与符号

射出点 在弹丸出炮口后的某一短距离内，火药气体继续对弹丸作用。这就是一般所说的后效作用期。在火药气体对弹丸的作用结束时，弹丸的质心位置，叫做射出点。由于后效作用距离较短（一般为几米），为方便计，通常均近似地取炮口中心作为射出点。

射出点是计算弹道的起始点。一般用“O”来表示。

炮口水平面 通过射出点（即炮口中心）的水平面。如图 0-1 中的 xoz 平面所示。对一般地面火炮，均设炮口中心的高度为零，即 $y_0 = 0$ 。

射击面 通过初速矢量线的铅直面。在外弹道学基本问题中所研究的弹丸质心轨迹，是始终位于射击面内的平面轨迹，如图 0-1 中射击面 xoy 内的虚线所示。实际弹道

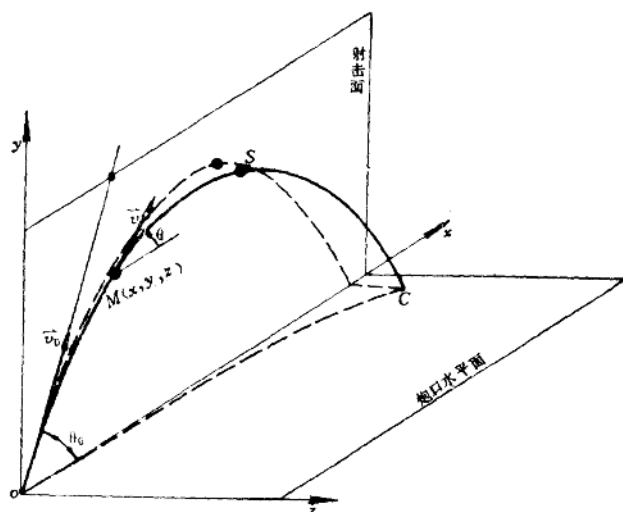


图0-1 地面坐标系

常偏离射击面，如图中实线所示。

坐标系 为了研究弹丸质心在空中的运动，常采取与地球固联的以炮口中心为原点的右手直角坐标系。水平轴 ox 为射击面与炮口水平面的交线，顺射向为正；铅直轴 oy 在射击面内并与水平轴 ox 相垂直； oz 轴垂直于射击面，按右手法则决定其正向。这就是一般所说的地面坐标系，如图 0-1 所示。

弹道顶点 全弹道的最高点，用符号“ S ”表示之。自弹道顶点至炮口水平面的铅直距离，叫弹道顶点高。常用 y_r 或 Y 表示。

弹道落点 弹丸自炮口飞出后，再回到炮口水平面上的一点。常用符号“ C ”表示，如 $y_c = 0$ 。

升弧和降弧 自射出点 O 至弹道顶点 S 的弹道弧段，叫升弧，即 $\widehat{OS}$ ；自顶点 S 到落点的弹道弧段叫降弧，即 $\widehat{SC}$ 。有关升弧和降弧上的诸元，均用下标“ a ”和“ d ”区别之。

弹道诸元 表示弹丸飞离射出点 t 秒后所到达空间任意点的坐标 (x, y, z) 和该点的速度矢量 $\vec{v}$ 的大小 v 与方向倾角 θ ，叫弹道诸元。至于在射出点 O 、顶点 S 和落

表 0-1

	任意点 M	射出点 O	顶 点 S	落 点 C
坐 标	x	$x_0 = 0$	x_r	$x_c = X$
	y	$y_0 = 0$	$y_r = Y$	$y_c = 0$
	z	$z_0 = 0$	z_r	$z_c = Z$
速度	v	v_0	v_r	v_c
倾角	θ	θ_0	$\theta_r = 0$	$ \theta_c $
飞行时间	t	$t_0 = 0$	t_r	$t_c = T$

点C的诸元，分别称做射出点诸元、顶点诸元和落点诸元，并分别用下标“O”、“S”和“C”区别之，如表0-1所示。

表中某些诸元，由于其重要性常赋与专门符号、术语。如 $x_c = X$ 叫全水平射程，有时简称射程； v_c 叫落速； θ_c 叫落角； $t_c = T$ 叫全飞行时间。 θ_0 是弹丸飞离炮口瞬间的速度矢量线与炮口水平面间的夹角，叫射角，而 v_0 叫初速。

初速，严格地说并非弹丸出枪炮口瞬间的炮口速度 v_g 。这是由于弹丸在后效作用期内继续受火药气体的作用而加速，至后效期末达值 v_{go} 。此后弹丸才是只受空气阻力和重力两个力的作用而作减速运动，如图0-2中实线所示。

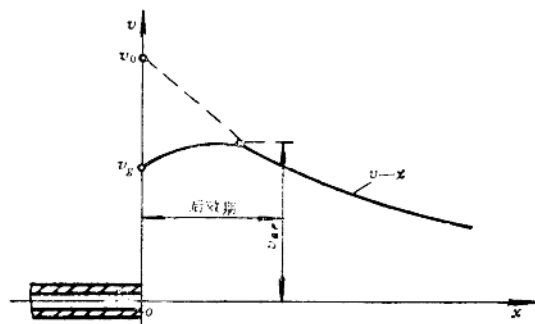


图0-2 初速示意图

由于目前对后效期间火药气体的压力和速度变化规律的研究还不够彻底，因而无法用理论公式或经验公式准确地进行计算；加之后效期的作用时间（或距离）较短，对整个弹道的影响不大，故在实用上，常假设弹丸一出炮口即仅受空气阻力和重力两个力的作用，好像后效期根本不存在一样。为了修正由于上述假设所造成的误差，而采取一个虚拟的初速 v_0 ，以代替实际的炮口速度 v_g 。这个初速在数值上不仅比炮口速度 v_g 大，而且也比后效期的速度 v_{go} 大。因为采用了这个虚拟初速，在空气阻力和重力作用下，到后效期末由外弹道理论公式算出的速度，应该恰与在该瞬间弹丸的真实速度大小相等。用这样的方法所确定的那个虚拟的初速，就是我们通常作为计算弹道所用的初速 v_0 。图0-2中所示的虚线部分，表示在后效期间，由假想的初速 v_0 在空气阻力和重力作用下用理论公式所算出的速度逐渐减小的变化情况。

其他符号在这里不一一说明，需用时可参阅附录二中的符号表。

本书一律采用国际单位制，基本单位为：

质量——公斤（千克）(kg)；长度——米(m)；时间——秒(s)；

常用导出单位有：

力——牛顿(N)；压力——帕(Pa或 N/m^2)；功或能——焦耳或公斤·米²/秒²(J或Nm)。

第一篇 外弹道学基本问题

第一章 抛物线理论

一般枪炮的射程较近,故假设地球表面为平面,重力的大小不变且其方向铅直向下。在此假设下,不考虑空气阻力影响的枪炮弹丸运动轨迹将是一个抛物线。研究有关抛物线弹道的理论,就是外弹道学中所说的抛物线理论。

至于不能忽视地表曲面及重力大小和方向均随弹丸在空中位置变化的远程真空弹道,则属于所谓椭圆理论的研究范围,本书将不予讨论。

§1 重力和重力加速度

任何抛射体的运动均受重力的作用。所谓重力就是我们通常用弹簧秤量物体的重量。设抛射体的质量为 m ,所受重力为 G ,根据牛顿运动第二定律,由重力所产生的重力加速度 g 为

$$g = \frac{G}{m} \quad (1-1)$$

由于重力是地心引力和因地球自转(角速度 $\Omega = 7.292 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$)而产生的惯性离心力的合力。因此,重力加速度矢量 $\vec{g}$ 必然是引力加速度矢量 $\vec{a}_g$ 和惯性离心加速度矢量 $\vec{a}_c (= \Omega^2 R \cos \Lambda, R$ 为地球半径, Λ 为地理纬度)的矢量和(图1-1)。

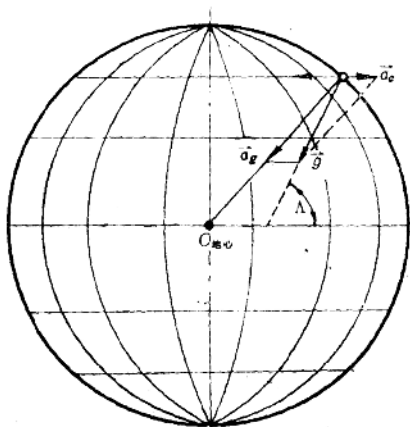


图1-1 重力加速度

由于惯性离心加速度的大小与纬度 Λ 有关,因而重力加速度的大小也必然与纬度 Λ 有关。根据理论与实验得到计算重力加速度的近似公式(1-2)。

$$g = g_{\Lambda=0}(1 + 0.00529\sin^2\Lambda) \quad (1-2)$$

此式相当准确地表示出了重力加速度 g 和纬度 Λ 的关系。式中 $g_{\Lambda=0}$ 指在赤道处 (即 $\Lambda = 0^\circ$) 的重力加速度值。公式 (1-2) 的计算值示于表 1-1 中, 它与各纬度处的实测值很好地符合。

表 1-1 各纬度处的重力加速度值

$\Lambda(^{\circ})$	$g(\text{m/s}^2)$	Δg
0(赤道)	9.7805	0.0015
10	9.7820	45
20	9.7865	69
30	9.7934	84
40	9.8018	90
50	9.8108	
50	9.8108	0.0084
60	9.8192	59
70	9.8251	55
80	9.8306	16
90(两极)	9.8322	

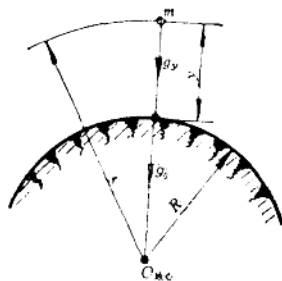


图 1-2 重力加速度与地心距离的关系

由表 1-1 看出: 纬度每隔 10° 时, 重力加速度的最大差值约为 0.0090m/s^2 。当火炮射程为 50km 时, 所相当的最大可能纬度差小于 0.5° 。也就是说, 当弹丸在 50km 的射程内飞行时, 由于纬度差所产生的重力加速度差最大不超过 0.0005m/s^2 。这在炮兵实践中是可以忽略的。

另外, 由表 1-1 也可以看出: 惯性离心加速度只占重力加速度中很小的一部分 (如两极处与赤道处的 g 值差仅约为 0.0517m/s^2), 因此重力加速度的性质, 应由其主要组成部分——引力加速度的性质来决定。而引力加速度与弹丸距地心的距离 $r (= R + y)$ 的平方成反比 (图 1-2)。因此, 重力加速度也应与地心距离 r 的平方成反比。重力加速度与高度 y 的近似关系式 (1-3) 为

$$g_y = g_0 \left(1 - \frac{2y}{R} \right) \quad (1-3)$$

式中 g_0 ——地面的重力加速度值;

g_y ——距地面 y 处的重力加速度值。

当 $y = 32\text{km}$ 时, $g_{32} = 0.99g_0$ 。也就是说, 当弹道高达 32km 时, 重力加速度仅减小 1% 。因此, 对射程仅为数十公里的炮兵弹道来说, g 值可以看作是常数。

g 值随高度 y 的变化, 见附录表 1。

在我国取重力加速度的标准值为

$$g_n = 9.80\text{m/s}^2 \quad (1-4)$$

按国际标准, 重力加速度值为 $g_n = 9.80665\text{m/s}^2$ 。

由于地球自转而产生的科氏加速度对弹道的影响问题, 将在修正理论 (第十一章 § 2.2) 中讨论。至于地球曲面对弹道的影响甚微, 在常规炮兵实践中, 可以不予考虑 (第十一章 § 3.9)。

〔习题 1-1〕 已知地球平均半径 $\bar{R} = 6.371 \times 10^6\text{m}$, 地球自转角速度 $\Omega = 7.292 \times 10^{-5}\text{rad/s}$, 试估算惯性离心力加速度的最大值。这个值比 0.0517m/s^2 小, 应如何解释? (提示: 地球是否为真正球体?)

〔习题1-2〕 试根据重力加速度与距地心距离 $r (= R + y)$ 的平方成反比的关系, 用级数展开的方法导出公式 (1-3)。试估算所略去部分的首项的影响大小如何。

§2 抛物线弹道方程

在真空中, 枪炮弹只受重力的作用。设弹丸由枪、炮口 O 以初速 v_0 和射角 θ_0 射出, t 秒后飞达空中某点 M 的坐标为 (x, y) , 速度为 v 而切线倾角为 θ 。此时水平分速为 $u = v \cos \theta$, 铅直分速为 $w = v \sin \theta$ (图 1-3)。由此得弹丸在真空中运动的微分方程组为

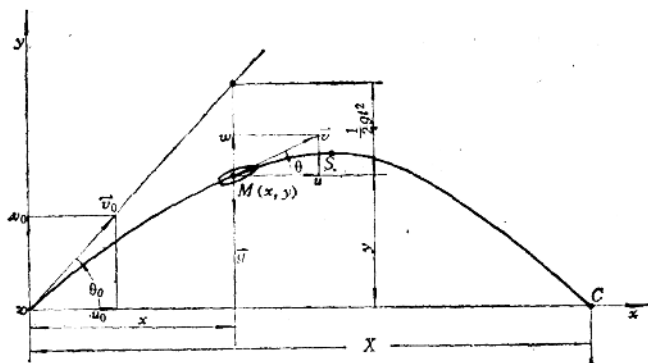


图1-3 抛物线弹道

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= 0 \\ \frac{dw}{dt} &= -g \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

当 $t = 0$ 时的起始条件为

$$\begin{aligned} u &= u_0 = v_0 \cos \theta_0 \\ w &= w_0 = v_0 \sin \theta_0 \\ x &= y = 0 \end{aligned}$$

积分一次得:

$$u = u_0 = v_0 \cos \theta_0 \quad (1-6)$$

即弹丸的水平分速为常数, 与时间 t 无关。而铅直分速

$$w = v_0 \sin \theta_0 - gt \quad (1-7)$$

即弹丸的铅直分速与飞行时间 t 的关系是直线关系。时间愈长, 铅直分速愈小。至弹道顶点 S , 铅直分速为零 ($w = 0$)。过顶点后, 弹丸开始下落, 铅直分速变为负值。

再积分一次, 得到以时间 t 为参量的坐标方程

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 \cos \theta_0 t \\ y &= v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

此关系式也可以由图 (1-3) 直接导出 (习题 1-3)。

如消去参量 t , 得到抛物线形式的弹道方程如下:

$$y = x \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} \quad (1-9)$$

或者

$$y = x \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \theta_0) \quad (1-10)$$

〔习题1-3〕 试由沿射线的等速 (v_0) 运动与自由落体运动二者合成的概念, 直接导出抛物线弹道方程 (1-9) (参阅图 1-3)。

〔习题1-4〕 设在同一铅直平面 xoy 内相距 l 的两点 O 和 O_1 安放两炮。当炮 O 以初速 v_0 及射角 θ_0 进行射击的同时, 炮 O_1 以何初速铅直向上射击, 两炮弹能在空中相遇? 并讨论与 l 的大小有何关系?

§ 3 弹道任意点、顶点和落点诸元

以时间 t 为自变量的任意点弹道诸元公式如下:

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 \cos \theta_0 t \\ y &= v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v &= \sqrt{v_0^2 - 2v_0 \sin \theta_0 g t + g^2 t^2} \\ \operatorname{tg} \theta &= \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{g}{v_0 \cos \theta_0} t \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

由式 (1-11) 可知, 抛物线弹道由 v_0 和 θ_0 两个参量完全确定。因为只要给出任意时间 t , 就可以由 v_0 、 θ_0 算出弹道上任意点诸元 (x 、 y 、 v 、 θ)。

在实践中, 常需要知道弹道落点和顶点诸元。在落点 $y_e = 0$, 由此特点可得落点诸元公式如下:

$$\left. \begin{aligned} y_e &= 0 \\ x_e = X &= \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \\ v_e &= v_0 \\ |\theta_e| &= \theta_0 \\ t_e = T &= \frac{2v_0 \sin^2 \theta_0}{g} \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

在顶点 $\theta_r = 0$ 。由此特点可得顶点诸元公式如下:

$$\left. \begin{aligned} \theta_r &= 0 \\ v_r &= v_0 \cos \theta_0 \\ y_r = Y &= \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} \\ x_r &= \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{2g} = \frac{X}{2} \\ t_r &= \frac{v_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{T}{2} \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$