

固体热传导

侯镇冰 何绍杰 李恕先 编著

579646

上海科学技术出版社

579646

TK124/11

固体热传导

侯镇冰 何绍杰 李恕先 编著

4/58/24



C0245321

上海科学技术出版社

内 容 提 要

固体热传导是机械加工中常见的一种传热方式。其理论研究和工程计算对于精密机械加工及其工艺装备设计都具有十分重要的意义。

《固体热传导》一书共分六章：传热学基础，用数学解析法解温度场，用有限差分法解温度场，用热源温度场迭加法解温度场，温度场边界的处理，温度场计算实例。

本书特点是：采用温度场的多种解法，相互补充，相互印证；系统地分析了具有单一热源的温度场，推导了一系列基本传热学模型的对应公式；通过实例计算提供了作用有多个热源的温度场计算方法，使理论研究和机械加工中的传热特点相结合。此外，条理清晰，篇幅紧凑，并附有习题和特殊函数表。

本书可作为机械制造类专业师生及有关工程技术人员教学、自学和研究参考用书。

固 体 热 传 导

侯镇冰 何绍杰 李恕先 编著

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 上海商务印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 9.5 字数 224,000

1984 年 12 月第 1 版 1984 年 12 月第 1 次印刷

印数：1—4,000

统一书号：15119·2368 定价：1.60 元

序 言

近年来,从事精密加工的工程技术人员,愈来愈重视起机械加工过程中热的问题,特别是这过程中的传热和温度场问题,因为这问题对工具的耐用度、工件的表面质量、工件的加工精度等方面都有很大的影响,常常是影响机械产品的生产率和产品质量的极为突出的因素之一。

在五十年代前,研究这问题的方法基本上都是实验研究方法。近30多年来,随着生产的发展,研究的深入,日益感到单凭实验方法已很难深入下去,特别是切削磨削区或工艺系统中其他微薄的关键部位很难或甚至根本无法进行温度分布的实测,而这些关键部位的温度分布又常常是影响加工质量、工具耐用度等的根源所在。这时就需要用理论分析的方法来弥补实验方法的不足。所以在机械加工领域中,传热学的理论也日益被重视起来。当然,理论分析的结果必须用实验予以验证。理论分析和实验在传热学的研究工作中是不可偏废的两个方面,是互相补充的两个方面。

1979年中华人民共和国教育部委托第一机械工业部召开的“机械制造工艺、设备及其自动化”专业会议上,普遍地认为这个专业的教学过程中,应列入一门传热学方面的选修课。这说明传热学理论对“机械制造工艺、设备及其自动化”专业的重要性已得到普遍的承认。

其实,“传热学”在动力机械类专业很早就已被看作是一门重要的技术基础理论课程。“传热学”在动力机械行业中被研究、发展和应用已经有一百多年的历史,已经有了相当完整的体系。“机械制造工艺与设备”专业以及其他各机械加工类专业开设这方面课程,显然,很多有关的基础知识和基础理论是可以从动力机械类专业的“传热学”课程中借用的。但由于专业的不同,内容和要求还是有很多不同点,不能全部搬用。其主要的不同点是:

1. 机械加工领域内常见的热源的形状和状态有很多种。常见的有点状、线状、面状热源,有瞬时发热、持续发热、断续发热的热源,有运动的和不运动的热源,有恒热强和变热强等等。

2. 机械加工领域内绝大多数工具、设备、工件都是钢铁,导热性能较好,热源产生的热量大部分在钢铁中传送,故机械加工中的传热问题主要是固体热传导问题和一部分对流换热问题。

3. 机械加工领域内上述的各种传热学问题是非常普遍地存在着的,如果没有一套实用的简便的计算分析方法,那么就会使广大的工程技术人员放弃在结构设计和工艺设计中传热学问题进行理论分析,从而使有关的工程技术上的决定带有一定的盲目性,要花费更多的时间、更多的试制和实验,以很高的代价换取正确的技术决策。这就是机械加工行业中历史上长期存在着的对待有关传热学问题的那种落后的工作方式。

所以机械加工类专业所需的传热学课程应重点讨论各种边界条件、各种热源情况下的固体热传导问题,而且还应介绍一些能分析上述复杂传热学问题的实用而简便的,在一般工程技术人员的工作条件下能使用的理论计算分析方法。

动力机械类专业所用的各种传热学理论的教材和参考书基本上都没有考虑到上述的特点,也没有足够分量的有关内容,故机械加工类专业应按自己的上述特点专门编写适用于本专业的传热学课程的教学大纲和教材。

编写本书就是基于上述考虑的一个尝试。企图写一本适用于机械加工类专业的传热学理论方面的教材,同时也是为这些专业的工程技术人员提供分析研究复杂热源情况下的传热过程和温度场的基础理论和计算方法。

因此内容的选择和安排如下:

第一章是叙述传热学的一些基础知识,按前述的特点和要求,这一章所讨论的基本理论,侧重在固体热传导及其有关问题方面。

第二章是介绍经典的热传导温度场的计算方法——数学解析法。所谓解析法,实质上就是按具体的边值及初始条件直接解偏微分方程的方法。无疑,本章内容必然要涉及很多数学方法,但讨论的中心是围绕着瞬时热源、持续热源和运动热源的温度场的解析法求解,所以是不同于一般的数学教科书。这些典型的温度场问题的解析法求解是今后各章的重要基础,所以,在本章中把必需的工程数学方法及其应用作了必要的一定深度的介绍。这对深入理解本书的全部内容,特别是本书重点介绍的热源温度场迭加法的理论基础的可信性及其应用上的优越性,以及对进一步研究有关问题都是非常必需的。

第三、四、五章都是讨论工程上实用的较简便的各种状态热源的温场的理论计算方法。

第三章介绍目前已比较普及的一种数值求解方法——有限差分法。为使本章符合上述的特点和要求,在讨论中补充了其他有关著作中常被忽视的各种热源状况和边界条件下热源处和边界处的差分方程的讨论和推导。这些补充也是为第五章论述边界处理提供必需的基础。

第四章讲的是利用固体导热微分方程的热源解,经过迭加后解算出复杂温场的方方法——热源温度场迭加法(简称热源法)。此法特别适用于各种热源状态的非稳态温场的分析计算。这些较复杂的传热学问题都是机械加工过程中时刻发生着的最常见的问题。这类复杂的传热学难题常常无法用解析法求解。而用数值法求解,虽然是可能的,但常需很大容量的计算机,而且还得不到温度场与各有关因素的函数关系式。在这些方面,热源法就有很大的优越性。运用热源法分析计算机械加工过程中较复杂的传热学温度场问题,不仅可解率很高,而且不需要大容量电子计算机而能在工程技术人员的一般工作条件下进行解算。为使此法能在实际工程和研究工作中推广使用,本书中除分析、讨论并推导出各基本计算公式外,还收集和推算出了一系列必需的特殊函数表,以及探讨了各种可能的简化公式。

第五章是第四章热源温度场迭加法的补充。专门讨论了热源法解温度场问题时各种边界处理方法,使热源法可以用到各种复杂外形和各种复杂边界的导热体的传热问题中去。

由于热源法可解算机械加工过程中的实际的较复杂的温度场问题,所以其示例大多数都比较复杂,讨论所需篇幅也较大,故专设第六章用几个较有代表性的例子讨论热源法的应用。从所介绍的实例中,可以看到热源法在研究精密加工中复杂的热效应问题时的实用价值。最后两个例中还进行了实验验证,一方面证实了用热源法分析计算温度场问题具有足够的精确度,另一方面则说明了在温度场问题的研究中实验研究和理论分析是不可偏废的,温度场实测很难测准,实验方法必须要有理论分析作指导,其实测结果还必须用理论分析予

以纠正,当然,理论分析计算所得的结果也必须由实验数据给以校核。这种校核,无疑,只能是用于易测准部位的实测数据与相应的理论计算数据相校核。

其他各方法的例题因较简单都不另立专章。

本书由侯镇冰主编,第一、二章由何绍杰编写,第三、五章由李恕先编写,第四章由侯镇冰编写,第六章由侯镇冰、李恕先编写。

由于作者水平有限,对热传导理论钻研得不够深入,书中可能有错误和缺点,望广大读者批评指正。

编写过程中得到了各界的大力支持和帮助,王代平绘制插图,高敬之协助§3-5节的计算机编程及上机运算。在此表示谢意。

编著者

一九八二年七月

符 号 表

a	热扩散率 (cm^2/s)	\bar{T}	平均温度 ($^{\circ}\text{C}$)
Bi	毕奥数	t	时间 (s)
c	比热容 ($\text{cal}/\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}$)	α	对流换热系数 ($\text{cal}/\text{cm}^2\cdot\text{s}\cdot^{\circ}\text{C}$)
Fo	傅里叶数	α_c	接触面换热系数 ($\text{cal}/\text{cm}^2\cdot\text{s}\cdot^{\circ}\text{C}$)
Q	热流量 (cal/s)	α_t	线胀系数 ($1/^{\circ}\text{C}$)
Q_a	瞬时点热源的发热量 (cal)	δ	壁厚 (cm)
Q_s	瞬时线热源的发热量 (cal/cm)	θ	温升 ($^{\circ}\text{C}$)
Q_m	瞬时面热源的发热量 (cal/cm^2)	$\bar{\theta}$	平均温升 ($^{\circ}\text{C}$)
q	热流密度 ($\text{cal}/\text{cm}^2\cdot\text{s}$)	λ	热导率 ($\text{cal}/\text{cm}\cdot\text{s}\cdot^{\circ}\text{C}$)
q_a	点热源的热强 (cal/s)	ρ	密度 (g/cm^3)
q_s	线热源的热强 ($\text{cal}/\text{cm}\cdot\text{s}$)	τ, τ_i	时间 (s)
q_m	面热源的热强 ($\text{cal}/\text{cm}^2\cdot\text{s}$)	ϕ	极坐标幅角
\sqrt{E}	热阻 ($\text{s}\cdot^{\circ}\text{C}/\text{cal}$)	$\exp(u)$	指数函数
R, r	半径 (cm)	$\text{erf}(p)$	误差函数
T	温度 ($^{\circ}\text{C}$)	$\text{erfc}(p)$	误差余函数
T_D	对流介质的温度 ($^{\circ}\text{C}$)	$\text{Ei}(p)$	指数积分函数
T_w	边界温度 ($^{\circ}\text{C}$)	$J_n(u), Y_n(u)$	n 阶贝塞尔函数
$T_{m,n}$	二维稳态温度场的节点温度 ($^{\circ}\text{C}$)	$K_n(u), I_n(u)$	n 阶修正贝塞尔函数
$T_{m,n}^p$	二维非稳态温度场的节点温度 ($^{\circ}\text{C}$)	$\Omega(p), \psi(p), i(p, \xi)$	特殊函数

目 录

第一章 传热学基础	1
§ 1-1 温度场.....	1
§ 1-2 傅里叶导热定律.....	2
§ 1-3 牛顿冷却定律.....	4
§ 1-4 固体接触面换热.....	4
§ 1-5 量纲.....	5
§ 1-6 热阻.....	8
§ 1-7 例题.....	12
第二章 用数学解析法解温度场	15
§ 2-1 固体导热微分方程.....	15
§ 2-2 数学解析法的解题步骤.....	18
§ 2-3 按迭加原理解恒温边界的温度场.....	20
§ 2-4 用分离变数法解瞬时面热源的温度场.....	22
§ 2-5 傅里叶变换.....	23
§ 2-6 用傅里叶变换法解瞬时线热源的温度场.....	25
§ 2-7 用傅里叶变换的矢量法解瞬时点热源的温度场.....	26
§ 2-8 拉普拉斯变换.....	29
§ 2-9 用拉普拉斯变换法解恒热流边界的温度场.....	30
§ 2-10 用拉普拉斯变换法解对流边界的温度场.....	31
§ 2-11 贝塞尔函数.....	33
§ 2-12 用贝塞尔函数法解持续线热源的温度场.....	35
§ 2-13 用瞬时点热源温度场的解求解持续点热源的温度场.....	36
§ 2-14 运动坐标系的导热微分方程.....	37
§ 2-15 用类稳态方程解运动持续线热源的温度场.....	38
第三章 用有限差分法解温度场	41
§ 3-1 二维稳态温度场内部节点的温度方程.....	41
§ 3-2 二维稳态温度场边界节点的温度方程.....	45
§ 3-3 解一维非稳态温度场.....	50
§ 3-4 解二维非稳态温度场.....	57
§ 3-5 用电子计算机求解温度场.....	59
第四章 用热源温度场迭加法解温度场	67
§ 4-1 解瞬时无限长线热源的温度场.....	68
§ 4-2 解瞬时无限大面热源的温度场.....	70
§ 4-3 解瞬时有有限长线热源的温度场.....	71
§ 4-4 解瞬时有有限大面热源的温度场.....	73
§ 4-5 解持续点热源的温度场.....	76
§ 4-6 解持续无限长线热源的温度场.....	78

§ 4-7 解持续无限大面热源的温度场	80
§ 4-8 解变热强持续面热源的温度场	85
§ 4-9 解运动持续线热源的温度场	88
§ 4-10 解高速运动持续线热源的温度场	92
第五章 温度场边界的处理	95
§ 5-1 绝热边界的处理	95
§ 5-2 恒温边界的处理	98
§ 5-3 对流换热边界的处理	99
第六章 温度场计算实例	101
例 6-1 电火花加工中电极材料的选择	101
例 6-2 车刀热伸长的计算分析	102
例 6-3 车刀冷却效果的估算	103
例 6-4 车刀切削部分温度场的计算分析	104
例 6-5 平面磨削区温度场的计算分析	113
附录	126
1. 误差函数 $\text{erf}(p)$ 表	126
2. 特殊函数 $\Omega(p)$ 表	127
3. 特殊函数 $\psi(p)$ 表	128
4. 贝塞尔函数表	129
5. 特殊函数 $i(p, \xi)$ 表	130
6. 金属材料的热特性参数	132
7. 非金属材料的热特性参数	134
8. 单位换算表	135
9. 刀具材料的热特性参数	137
10. 术语汉英对照	137
11. 习题、思考题	138
参考文献	143

第一章 传热学基础

传热是热量从高温的地方向低温的地方传播的过程。传热是由温差引起的。传热的基本方式有传导、对流、辐射三种。热传导又称导热，它是指热量在物体内部进行传递。在金属切削时切削热由工件表层传入内部；或热量从刀头传向刀体，都是导热传热。热对流是指流体各部分之间发生相对位移时所引起的热量传递。当流体流经固体表面时，两者间发生的热交换称为对流换热。例如磨削时在磨削区注入冷却液，冷却液与工件的磨削表面间就以对流换热方式传热。传导、对流这两种传热方式的共同点是传热必须通过介质才能进行，而热辐射则不同，它可以在真空中进行。热辐射是指物体通过电磁波来传播热量的过程。机械加工中由切削热产生的热辐射较微弱，对加工影响不大。阳光照射或车间内加热器的热辐射引起的机床温升，对精密加工机床是可设法避免的，这里不予论述。

传热学是一门研究热量传播规律的科学。本书所述的固体热传导则主要研究的是固体中的热量传递及温度分布。由于所研究的固体处在实际环境中，固体热传导的计算必然会涉及对流换热等边界条件。因此本章将就传热学的基本定律和公式、量纲、热阻等一些基础知识作一概述。

§ 1-1 温度场

物体中所有点温度的总体称为温度场。

温度场按温度与时间的关系来划分，可分为非稳态温度场和稳态温度场两大类。在非稳态温度场中温度随时间和地点而变。例如三维导热非稳态温度场中，温度 T 就是空间坐标 x 、 y 、 z 和时间 τ 的函数，记作 $T(x, y, z, \tau)$ 。而在稳态温度场中各点的温度不随时间变化，温度仅是地点的函数，记作 $T(x, y, z)$ 。举例来说，机床床头箱作空运转温升试验时，从开车到床头箱达到热平衡前的一段时间，温度场是非稳态的，在热平衡后就成了稳态的。

在切削过程中克服金属塑性变形和弹性变形所作的变形功，以及克服切屑与前刀面摩

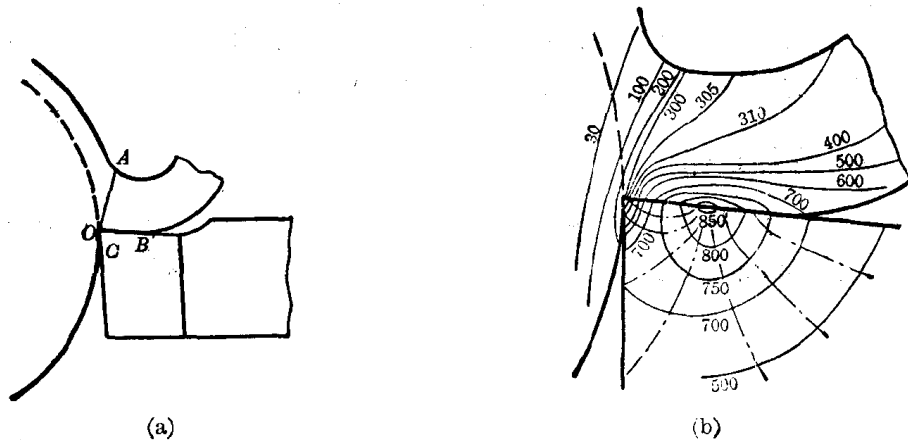


图 1-1 单刃切刀自由切削及切削区温度场

擦,后刀面与工件摩擦所作的摩擦功,都将转换成切削热。所以如图 1-1a 所示,切屑的剪切面 \overline{OA} ,前刀面与切屑相接触的 \overline{OB} 段,和后刀面与工件相摩擦的 \overline{OC} 段,都是温度场中的热源(图 1-1a)。热量传给切屑、工具和工件后,使热源四周温度上升。在切削过程中切削区温度场内的温度分布是随时间而变化的。但我们可以把温度场在某一瞬时的温度分布用图表示出来。将温度场内温度值相等的点连成曲线,就得到一族等温线(图 1-1b 中的实线)。由于热量只能由温度高的地区流向温度低的地区,在等温线的切线方向便没有热量流动,因此等温线又称绝热线。等温线上任意点的热流方向——热流线只能是等温线在该点的法线方向,图中用点划线表示。无疑,温度场内的等温线族和热流线族彼此具有正交的几何特性。

在三维温度场中,把温度值相同的点相连而构成的面称作等温面。等温面上任意点的法线方向就是该点的热量流动方向。

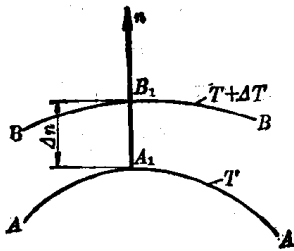


图 1-2 温度梯度的示意图 在建立了等温线(或面)的概念后,我们便可引入温度梯度这一物理概念。如图 1-2 所示,设平面温度场中一等温线 \widehat{AA} ,其温度为 T 。与之相邻近的等温线 \widehat{BB} ,其温度为 $T + \Delta T$ 。二者之间存在温差 ΔT 。今在等温线 \widehat{AA} 上任取一点 A_1 ,它的法线 n 与 \widehat{BB} 线交于 B_1 点。于是 A_1, B_1 两点相距 Δn 。当 Δn 趋近于零时 ($\Delta n \rightarrow 0$), B_1 点也趋近于 A_1 。此时两点的温差 ΔT 与距离 Δn 的比值极限称为 A_1 点的温度梯度,记作 $\text{grad } T$ 。

$$\text{grad } T = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta n} = \frac{\partial T}{\partial n} \quad (1-1)$$

从温度梯度的数学定义可知:温度场内任意点的温度梯度,其物理概念就是该点沿等温面法线 n 方向温度变化率。

在三维直角坐标系 $Oxyz$ 中,任意点的温度梯度 $\frac{\partial T}{\partial n}$ 在 x, y, z 三个坐标轴上的分量为 $\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}$ 。它们之间的关系是

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial T}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial T}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial T}{\partial z} \cos \gamma \quad (1-2)$$

式中 α, β, γ 分别为 n 与 x, y, z 轴的夹角(图 1-3)。

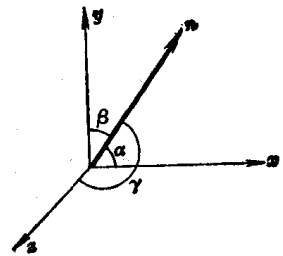


图 1-3 温度梯度与坐标轴的夹角

温度场等温线图是按一定温差画出的。在同一等温线图中,等温线密集区温度梯度较大;而等温线稀疏区温度梯度较小。如图 1-1b 所示,刀刃附近的等温线分布比离刃口远处稠密,因此可知刀刃近处的温度梯度比离刃口远处的大。

§ 1-2 傅里叶导热定律

如图 1-4 所示为一导热杆件,两端的温度分别为 T_1 和 T_2 ($T_1 > T_2$),温差 $\Delta T = T_1 - T_2$,通过截面 $I-I$ 的热流量为 Q 。若截面的面积为 A ,则单位面积的热流量为

$$\frac{Q}{A} = q \text{ (cal/cm}^2 \cdot \text{s)} \quad (1-3)$$

q 称为热流密度。

傅里叶(J. B. Fourier)用实验证明,在固体的导热过程中,热流密度与温度梯度成正比:

$$q \propto \frac{dT}{dx}$$

引入比例常数 λ 后, 上式可写成

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (\text{cal/cm}^2 \cdot \text{s}) \quad (1-4)$$

用式(1-3)代入, 即得傅里叶导热定律

$$Q = -\lambda A \frac{dT}{dx} \quad (\text{cal/s}) \quad (1-5)$$

这个定律确定了导热体在单位时间内热量转移的大小。

上式适用于一维导热。推广到多维导热, 可写作

$$Q = -\lambda A \frac{\partial T}{\partial n} \quad (1-6)$$

由于热流方向习惯上定义为正值, 而温度梯度的方向与之相反便定为负值。故公式中出现了负号。

比例常数 λ 的物理意义是单位温度梯度影响下物体内产生的热流密度。 λ 称为材料的热导率(导热系数)。

不同材料有不同的热导率。即使是同一种材料, 在不同温度时热导率也是不同的。金属材料的热导率一般随温度的升高而下降; 液体的热导率一般亦随温度升高而下降, 但水却是例外; 气体的热导率则随温度的升高而增大。各种材料在不同温度时具有的 λ 值是通过实验获得的。图 1-5 示出了几种常见固体、液体、气体的热导率与温度的因变关系。

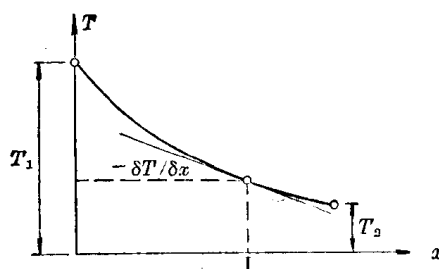
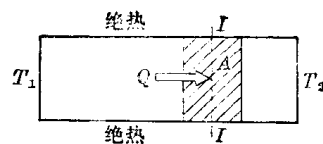
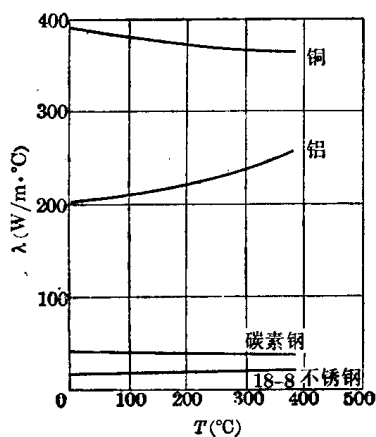
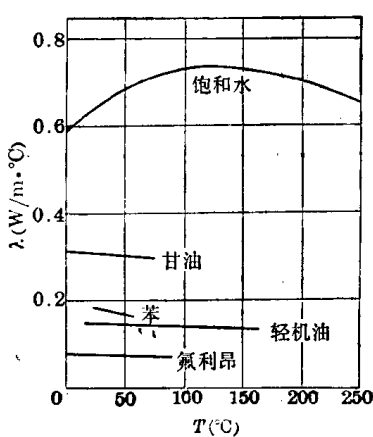


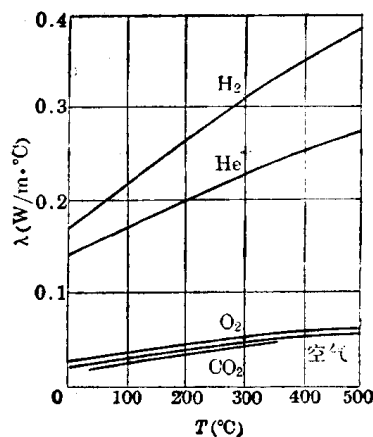
图 1-4 一维导热



(a) 固体



(b) 液体



(c) 气体

图 1-5 几种常见物质的热导率与温度的因变关系

在机械加工中的传热问题计算中往往把热导率 λ 看作常数。在工作温度变化较大时的计算取 λ 的平均值。

表 1-1 给出了若干种物质材料的热导率。

通常把 $\lambda < 0.23 \text{ W/m} \cdot \text{C}$ 的材料称为隔热材料, 如石棉、硅藻土、膨胀珍珠岩、锯木屑、玻璃丝等。

表 1-1 不同物质在 0°C 时的热导率

物 质	热导率 λ [W/(m·°C)]	物 质	热导率 λ [W/(m·°C)]
金属:		液体:	
纯银	410	汞	8.21
纯铜	385	水	0.556
纯铝	202	氨	0.540
纯铁	73	润滑油	0.147
纯镍	93	氟里昂 12	0.073
碳钢 (1% C)	43	气体:	
纯铅	35	氢	0.175
镍铬钢 (18% Cr, 8% Ni)	15	氮	0.141
非金属:		空气	0.024
大理石	2.7	水蒸气(饱和)	0.0206
花岗石	1.8	二氧化碳	0.0146
枫木	0.17		
锯木屑	0.059		
玻璃丝	0.038		

§ 1-3 牛顿冷却定律

实验证明,通过壁面的热流量 Q 正比于壁面的换热面积 A , 和流体温度 T_D 与壁面温度 T_W 之差 ΔT . 即 $Q \propto A \Delta T$. 引入比例常数后,则得到对流换热公式

$$Q = A\alpha(T_W - T_D) \quad (1-7)$$

此数学表达式名为牛顿冷却公式, 式中 α 称为换热系数 (单位为 $\text{cal}/\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$). α 值的大小反映出对流换热的强度, 它不但与流体的物理特性、速度、温度和流动空间的大小有关, 还与壁面的温度、形状和放置位置有关, 可见影响对流换热的因素是多方面的.

各种对流条件下的换热系数参见表 1-2.

表 1-2 对流换热系数的数值范围

对 流 条 件	W/(m ² ·°C)	kcal/(m ² ·h·°C)
空气自然对流	3.5~7	3~6
空气受迫对流	23~116	20~100
水自然对流	230~580	200~500
水受迫对流	3500~9300	3000~8000
油受迫对流	58~523	50~450

§ 1-4 固体接触面换热

下面将用一个简单的实例来说明固体接触面间的换热问题, 图 1-6a 所示为一杆件, 左端面的温度恒为 T_1 , 右端面的温度恒为 T_3 . 有恒热流 Q 流经杆体, 杆内的温度分布为线性分布, 在截面 2 处的温度恒为 T_2 . 若将此杆在截面 2 处截开成两段后, 再将 A 、 B 两段组合在一起 (随后在轴向施加一定的压力, 使 A 、 B 两段紧紧地接触), 杆内的温度分布将如图 1-6b 所示, A 杆右端面和 B 杆左端面的温度不相等 ($T_{2A} > T_{2B}$). 接触面间有突变的温度降, 这一现象表明了固体接触面间的传热与固体内部的导热不同. 产生这一现象的原因是

A、B的接触面有表面粗糙度。两个表面互相贴合时只有部分区域接触，其他区域中因有气隙存在，使得热量流经接触面时的阻力比流经杆内任一截面时的阻力来得大。这种传热方式称为接触面的换热。

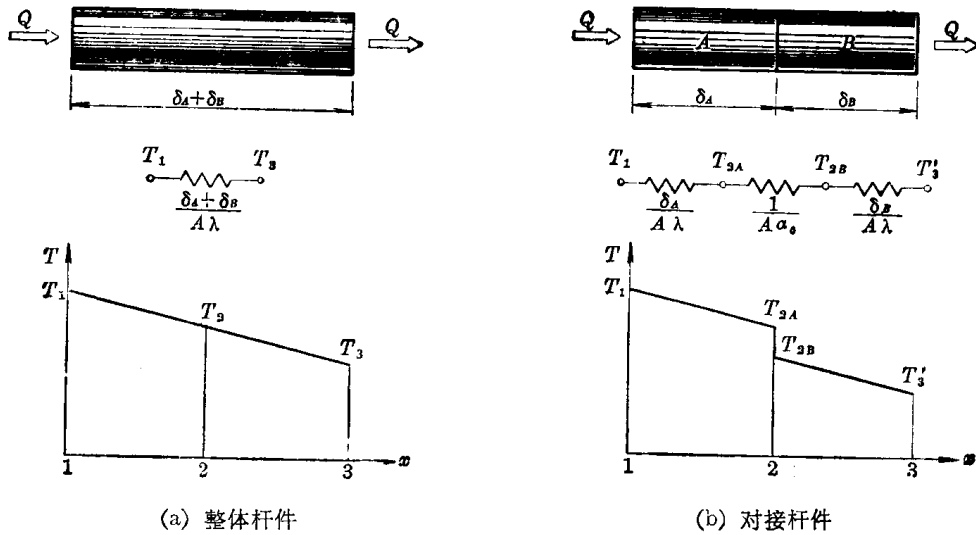


图 1-6 整体杆件与对接杆件的温度分布比较

接触面的换热公式类似于牛顿冷却公式，它可表达为如下形式：

$$Q = \alpha_c A \Delta T \tag{1-8}$$

式中 α_c 称为接触面换热系数。机械零件接触面间的换热系数可参见表 1-3。

表 1-3 接触面的换热系数 α_c

表面加工方法及介质状态	磨 对 磨		磨 对 刮		刮 对 刮	
	干	油	干	油	干	油
α_c [W/(m ² ·°C)]	1750	2550	2100	6000	2550	4300

§ 1-5 量纲

不同的物理量有不同的量纲。通常把长度、质量、时间、温度称作基本物理量。这些量可以分别用 L 、 M 、 T 、 θ 来表示。由两个或多个基本物理量组成的物理量称作导出量。例如，速度等于长度除以时间，速度就是导出量，它的量纲用符号 LT^{-1} 表示，并可用下式表达。

$$[v] = \left[\frac{dl}{d\tau} \right] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

依此类推，按牛顿第二定律可导出力的量纲。

$$[f] = \left[m \frac{d^2l}{d\tau^2} \right] = \left[m \frac{d}{d\tau} \left(\frac{dl}{d\tau} \right) \right] = M \cdot \frac{1}{T} \cdot \frac{L}{T} = LMT^{-2}$$

因为机械功可以转变成热量，所以热量的量纲和机械功的量纲是一致的，即

$$[Q] = [fV] = L^2MT^{-2}$$

在有热功转换的过程中，热量不能看作基本量纲，而是一个导出量。但在没有热功转换的传热计算中，可以把热量 $[Q]$ 作为一个独立的量纲，以简化量纲分析的过程。

下面举一些量纲分析的例子来说明量纲分析法在传热学中的应用。

一、揭示物理参数的物理意义

在传热学中一些热特性参数,如热导率 λ 、换热系数 α 、热扩散率 a 等,它们都是实验公式中的比例常数。对其物理意义的深入认识,通常都要经过量纲分析后取得,今以牛顿冷却公式中的常数 α 为例进行量纲分析。

首先,将牛顿公式改写成如下形式:

$$\alpha = \frac{Q}{A \Delta T}$$

式中单位时间内流过的热量 Q 的量纲 $[Q] = QT^{-1}$ (此处热量作为一个独立量纲),面积 A 的量纲 $[A] = L^2$,壁面与流体间的温差 ΔT 的量纲 $[\Delta T] = \theta$ 。将各参数的量纲代入公式中,就得到

$$[\alpha] = QT^{-1}L^{-2}\theta^{-1}$$

从而揭示出常数 α 的物理含意。表明它是:在固体边界与冷却流体间存在一个单位温度差的情况下,单位时间内,每单位表面上交换的热量。简单地说, α 的值表明了某具体情况下的换热强度,故 α 称为对流换热系数。

二、判断物理公式的正误

在温度场的求解过程中,常常遇到一些形式较为复杂的公式,为了判断公式是否有错,采用量纲分析也是一种方便有效的方法。一个正确的公式在其等号的前后必须具有一致的量纲。例如下式

$$\theta = \frac{Q_d}{c\rho(4\pi a\tau)^{3/2}} e^{-\frac{R^2}{4a\tau}} \quad (1-9)$$

它是三维导热微分方程的一个特解(详见§2-8)。因为求解过程是繁难的,所以用量纲分析去检验一下这个温升函数的表达式就很必要。

等号前温升 θ 的量纲为温度 $[\theta]$ 。

等号后各参数的量纲为

发热量 Q_d	$[Q_d] = L^2MT^{-2}$
比热容 c	$[c] = L^2T^{-2}\theta^{-1}$
密度 ρ	$[\rho] = ML^{-3}$
热扩散率 a	$[a] = L^2T^{-1}$
时间 τ	$[\tau] = T$
半径 R	$[R] = L$

于是,式中 $\left[\frac{R^2}{4a\tau} \right] = L^2 \cdot L^{-2}T \cdot T^{-1} = [1]$

$[1]$ 代表零量纲,或称无量纲。这样

$$\left[e^{-\frac{R^2}{4a\tau}} \right] = [1]$$

是无量纲函数。另外,式中

$$\left[\frac{Q_d}{c\rho(4\pi a\tau)^{3/2}} \right] = L^2MT^{-2} \cdot L^{-2}T^2\theta \cdot M^{-1}L^3 \cdot L^{-3}T^{3/2} \cdot T^{-3/2} = \theta$$

因而证明,该等式符合量纲一致的要求。

有时,对方程中各代数项需要检查其量纲的一致性,如一维非稳态差分方程的特解,对流边界上的温度公式(详见§3-3)。

$$T_B^{r+1} = 2 \frac{\alpha \Delta \tau}{(\Delta x)^2} \left\{ T_{B-1}^r + \left[\frac{(\Delta x)^2}{2\alpha \Delta \tau} - 1 - \frac{\alpha \Delta x}{\lambda} \right] T_B^r + \frac{\alpha \Delta x}{\lambda} T_D \right\} \quad (1-10)$$

式中括号内有几项相加减，需要检查一下各项是否具有同一量纲。因为只有同类物理量才能互相加减。

式中 T_B^{r+1} 、 T_{B-1}^r 、 T_B^r 、 T_D 的量纲均为温度 θ 。 α 是热扩散率，其量纲 $[\alpha] = L^2 T^{-1}$ ，而

$$\left[\frac{(\Delta x)^2}{\alpha \Delta \tau} \right] = L^2 \cdot L^{-2} T \cdot T^{-1} = [1]$$

$$\left[\frac{\alpha \Delta x}{\lambda} \right] = M T^{-3} \theta^{-1} \cdot L \cdot L^{-1} M^{-1} T^3 \theta = [1]$$

由于此两分式项均无量纲，括号内各项的量纲都是温度 θ ，量纲一致。

三、建立无量纲方程或引入无量纲参数

$\alpha \Delta \tau / (\Delta x)^2$ 和 $\alpha \Delta x / \lambda$ 是对流换热计算中常见的两个无量纲参数。按本学科的规定可分别写成 Fo 和 Bi ， Fo 称傅里叶数， Bi 称毕奥数。于是，式(1-10)可改写为如下形式

$$T_B^{r+1} = 2 Fo \left[T_{B-1}^r + \left(\frac{1}{2 Fo} - 1 - Bi \right) T_B^r + Bi T_D \right] \quad (1-11)$$

经过这一演变，原方程中的有量纲的五个参数 (Δx , $\Delta \tau$, α , a , λ)，便变成在后一表达式中两个无量纲的参数 (Fo , Bi)。式中的变量数目的减少，对于简化物理实验过程是十分有效的。

表 1-4 传热学中常用物理量的量纲

物理量名称	量					纲				
	MLT 制				FLT 制					
	M	L	T	θ	F	L	T	θ	ρ	
长度	0	1	0	0	0	1	0	0	0	
面积	0	2	0	0	0	2	0	0	0	
体积	0	3	0	0	0	3	0	0	0	
时间	0	0	1	0	0	0	1	0	0	
质量	1	0	0	0	1	-1	2	0	0	
力	1	1	-2	0	1	0	0	0	0	
速度	0	1	-1	0	0	1	-1	0	0	
加速度	0	1	-2	0	0	1	-2	0	0	
功	1	2	-2	0	1	1	0	0	0	
功率	1	2	-3	0	1	1	-1	0	0	
温度	0	0	0	1	0	0	0	1	0	
热量	1	2	-2	0	0	0	0	0	1	
比热容	0	2	-2	-1	-1	0	0	-1	1	
热流密度	1	0	-3	0	0	-2	-1	0	1	
热导率	1	1	-3	-1	0	-1	-1	-1	1	
热扩散率	0	2	-1	0	0	-2	1	0	0	
换热系数	1	0	-3	-1	0	-2	-1	-1	1	
压力	1	-1	-2	0	1	-2	0	0	0	
密度	1	-3	0	0	1	-4	2	0	0	
比重	1	-2	-2	0	1	-3	0	0	0	
比容	-1	3	0	0	-1	3	0	0	0	
体胀系数	0	0	0	-1	0	0	0	-1	0	

无量纲参数的引入,对温度场计算过程的简化也是必要的。在第四章中经常碰到一些特殊函数,如误差函数 $\text{erf}(p)$ 、指数积分函数 $\text{Ei}(p)$ 、贝塞尔函数 $K_0(u)$ 等,这些函数的自变数 p 、 u 都必须是零量纲。因此,在引入特殊函数之前必须作一次量纲分析。例如,运动线热源温度场计算式(式 4-21) 中的贝塞尔函数 $K_0(vR/2a)$ 中的 $vR/2a$ 必须是无量纲。现分析如下:

$$\begin{aligned} \text{速度 } v & [v] = LT^{-1} \\ \text{距离 } R & [R] = L \\ \text{热扩散率 } a & [a] = L^2T^{-1} \end{aligned}$$

代入后,得

$$[vR/2a] = LT^{-1} \cdot L \cdot L^{-2}T = [1]$$

经过分析,明确了 $vR/2a$ 是一无量纲参数,该公式便可引进函数 $K_0(vR/2a)$ 。类似的分析是十分必要的。

量纲制有 MLT 制和 FLT 制两种。与 MLT 量纲制对应的单位制有国际单位制 (SI),与 FLT 量纲制对应的有米制工程单位制。表 1-4 列出了传热学中常用物理量的量纲。

同一量纲不同单位制的物理量,只要通过单位换算,统一单位制后即可进行运算。各种单位换算系数见附录 9 所示。

§ 1-6 热阻

众所周知,电学中的欧姆定律 $R = E/I$ 表明了电流 I , 电位差 E 和电阻 R 三者的关系。如果把傅里叶导热定律与欧姆定律相比拟,则热流量 Q 就相当于电流;温差 $\Delta T = (T_1 - T_2)$ 就相当于电位差;温差与热流量之比就可称为热阻 R , 用公式可表达为

$$R = \frac{\Delta T}{Q} \quad (1-12)$$

运用热电比拟手法,可以使一些很复杂的传热计算变得简单明了。下面将导出一些基本的稳态导热模型的热阻。

一、单层平壁热阻

有单层平壁如图 1-7 所示。已知平壁的两个表面分别维持均匀而恒定的温度 T_1 和 T_2 , 壁厚为 δ 。求热阻 R 和温度分布函数。

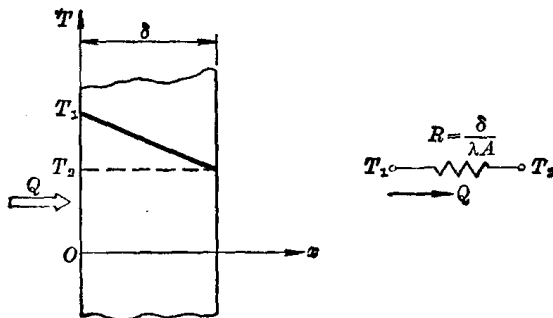


图 1-7 单层平壁导热

按题意可知,这是一个一维的稳态导热模型,温度 T 是截面位置 x 的函数,即 $T = T(x)$ 。根据傅里叶导热定律

$$Q = -\lambda A dT/dx,$$

可写出 $Q dx = -\lambda A dT$

等式两边积分,并利用已知条件确定积分限,则有

$$x=0 \text{ 时, } T=T_1; \quad x=\delta \text{ 时, } T=T_2.$$

$$Q \int_0^\delta dx = -\lambda A \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$Q\delta = -\lambda A(T_2 - T_1)$$