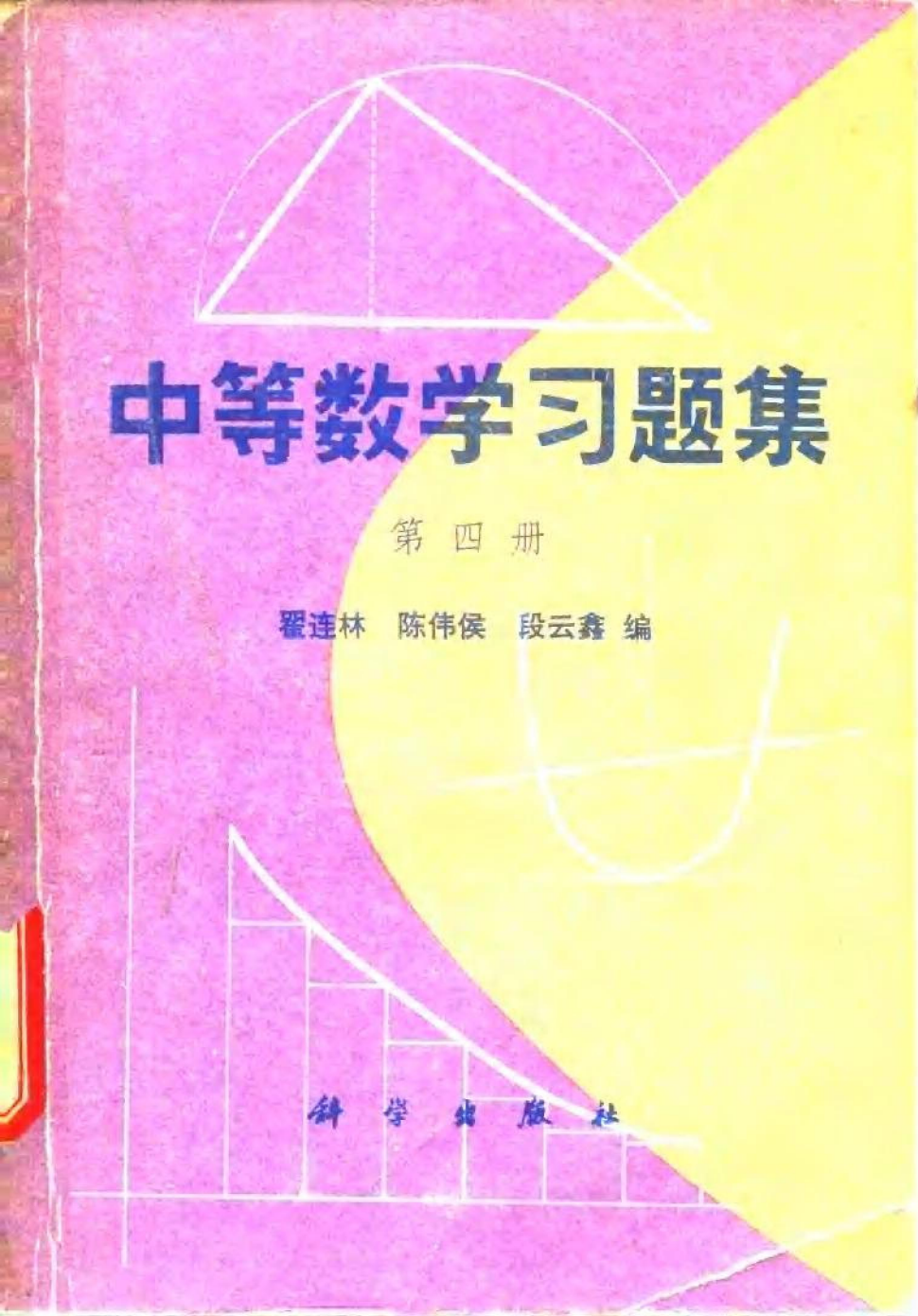


The background of the book cover is split diagonally from the top right to the bottom left. The upper-left portion is purple and contains a white line drawing of a triangle with a dashed vertical line from its top vertex to its base. The lower-right portion is yellow and contains a white line drawing of a parabola opening upwards. The title '中等数学习题集' is printed in large, bold, blue characters across the middle of the cover, overlapping both the purple and yellow areas.

中等数学习题集

第四册

翟连林 陈伟侯 段云鑫 编

科学出版社

中等数学习题集

第四册

翟连林 陈伟侯 段云鑫 编

科学出版社

1980

内 容 简 介

为帮助读者复习和巩固中学学过的数学基础知识，提高运算、逻辑思维和空间想象能力，本书编者根据多年参加全国和北京市的数学教材的编写和教学实践所积累的资料，以及从国内外大量有关资料中所精选的题目，编选了这套习题集，这本是第四册。

本书按新教学大纲(草案)所规定的内容，除包括传统的代数、几何、三角外，还增加了微积分、概率和逻辑代数初步的题目，渗透了集合、对应等数学思想。全集共精选两千五百多个题组，分四册出版。全部习题分甲组题(复习巩固题)和乙组题(提高题)，并在每章之后附有答案或提示。

本书可供中等学校(包括普通中学、工农业余中学、中师、中专、中技等)师生、大专院校(包括师范院校、工农业余大学、电视大学等)低年级学生以及广大知识青年参考和自学用。其中乙组题亦可作为中学数学课外活动小组的参考资料。

中 等 数 学 习 题 集

第 四 册

翟连林 陈伟侯 段云鑫 编

*

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1980 年 12 月第 一 版 开本：787×1092 1/32

1980 年 12 月第一次印刷 印张：12 1/4

印数：0001—601,300 字数：281,000

统一书号：13031·1386

本社书号：1917·13—1

定 价： 1.00 元

前 言

在参加全国中小学通用教材的编写工作和教学实践中,我们深感编写一套适合中等数学水平读者需要的《中等数学习题集》是非常必要的。因此,我们参照教育部1978年颁布的全日制十年制学校《中学数学教学大纲》(试行草案)和新编的中学数学通用教材,以及《工农业余中学数学教学大纲》(试行草案)和新编的教材,编写了这套习题集。这套习题集是从我们多年参加教材编写和教学工作中所积累的题目中,以及从国内外许多有关资料中选编而成的。目的在于帮助读者复习和巩固在中学学过的数学基础知识,提高运算能力、逻辑思维能力和空间想像能力。

这套习题集按大纲所规定的教学内容,采取分科编排的方法,分四册出版。第一册包括:第一篇代数;第二册包括:第二篇平面几何,第三篇立体几何;第三册包括:第四篇平面三角,第五篇平面解析几何;第四册包括:第六篇概率统计与逻辑代数初步,第七篇微积分初步,第八篇综合题。

这套习题集的特点是采取题组的形式,引导读者由简到繁、由具体到抽象地进行思维和演算,以便掌握解题方法,提高分析问题和解决问题的能力。全部习题还根据难易程度分成甲组题和乙组题。为便于读者自学,全部题目都给出提示或答案,对于稍难的题目给出了解题的主要步骤或方法(每题只给一种方法)。

该习题集在最后定稿工作中,我们请了五十三位有丰富教学经验的中学教师(包括北京市特级教师、模范教师)、出版

社编辑和大学教授进行了认真的校核、审阅,他们提出了许多宝贵意见,在此表示衷心感谢。

这套习题集是利用业余时间编写的。由于时间仓促,水平又低,错误和不妥之处在所难免,望读者批评指正。

翟连林 陈伟侯 段云鑫

一九八〇年一月于北京

这套习题集用下列字母表示相应的数集:

N ——自然数集

I ——整数集

R ——有理数集

$\bar{R}$ ——无理数集

D ——实数集

C ——复数集

目 录

前言	i
----------	---

第六篇 概率统计与逻辑代数初步

第一章 概率统计初步	1
甲组题	1
一、统计初步(1) 二、概率论基本常识(4) 三、等可能性模型和独立重复试验(10)	
乙组题	16
提示或答案	22
第二章 逻辑代数初步	47
甲组题	47
一、数的进位制(47) 二、逻辑代数(49) 三、逻辑线路(53)	
乙组题	55
提示或答案	58

第七篇 微 积 分 初 步

第一章 极限和连续	88
甲组题	88
一、数列的极限(88) 二、函数的极限(92) 三、函数的连续性(94)	
乙组题	96
提示或答案	101
第二章 导数和微分	135
甲组题	135
一、导数的概念(135) 二、利用基本公式求导数(136) 三、求复合	

函数的导数(138)	四、对隐函数求导数(140)	五、二阶导数(141)
六、微分(142)		
乙组题		143
提示或答案		150
第三章 导数和微分的应用		184
甲组题		184
一、函数的增减性与极值(184)	二、函数的最大值与最小值(185)	
三、在近似计算中的应用(187)		
乙组题		188
提示或答案		192
第四章 不定积分		232
甲组题		232
一、直接积分法(232)	二、换元积分法(234)	三、分部积分法(236)
乙组题		237
提示或答案		239
第五章 定积分		270
甲组题		270
一、定积分的概念和计算(270)	二、定积分的应用(271)	
乙组题		274
提示或答案		277

第八篇 综 合 题

题目	303
提示或答案	314

第六篇 概率统计与逻辑代数初步

第一章 概率统计初步

甲 组 题

一、统计初步

1. 10 名战士进行一次射击测验，每人都打了 5 发子弹，各人中靶总环数分别如下：49, 47, 46, 44, 48, 49, 40, 43, 41, 43. 求总体的：

(1) 平均数 $\bar{x}$ ；(2) 方差 s^2 ；(3) 标准差 s .

2. 某省篮球队在全国甲级队联赛中，共进行了 10 场比赛，分别得分如下：103, 91, 83, 92, 84, 87, 79, 77, 88, 86. 求总体的：

(1) 平均数 $\bar{x}$ ；(2) 方差 s^2 ；(3) 标准差 s .

3. 50 盒火柴中，每盒有 x 根火柴的共有 y 盒，列表如下：

x	71	72	73	74	75	76	77	78
y	2	6	8	20	6	5	2	1

每盒火柴的平均根数是多少？

4. 为了测定一块麦地所种的品种 A 的千粒重，从麦堆里随机选取了 10 个 1000 粒作为样本，测得这 10 个千粒重分别为 35 克, 34.5 克, 35.5 克, 35.3 克, 34.8 克, 34.9 克, 35.2 克, 34.7 克, 35.1 克, 36 克. 那么，品种 A 的千粒重的近似值是多少？

5. 为了调查棉花品种G的单株平均结桃数,从棉田中随机选取了100株棉花作为样本,结果如下表:

棉 桃 数 目	株数(频数)	累 计 频 数
2	2	2
3	7	9
4	25	34
5	53	87
6	12	99
7	1	100

这种棉花的单株平均结桃数大约是多少?

6. 下表是某厂2000名工人在一年中病假或事假的统计表:

请 假 日 数	工 人 人 数
0	200
1~5	550
6~10	558
11~15	283
16~20	189
21~25	102
26~30	87
31~35	31
>35	0

这一年中,该厂平均每人请假多少天?

7. 下表是某班学生体重的统计表:

体重(公斤)	人 数	累计频数	频 率	累积频率
41~45	1			
46~50	3			
51~55	7			
56~60	10			
61~65	15			
66~70	3			
71~75	1			

- (1) 填写表中累计频数、频率、累积频率等三栏；
- (2) 画出频率分布直方图；
- (3) 画出累积频率曲线；
- (4) 这个班的平均体重是多少？

8. 下面是 400 只某型号电灯泡的使用寿命表：

灯泡使用寿命(小时)	灯 泡 数 目
200~300	10
300~400	26
400~500	32
500~600	60
600~700	88
700~800	76
800~900	62
900~1000	34
1000~1100	12

- (1) 灯泡的平均寿命大约是多少？
- (2) 大约有多少灯泡没有达到平均寿命？

9. 下面是一次数学考试成绩(百分制)的分组频数条形图。

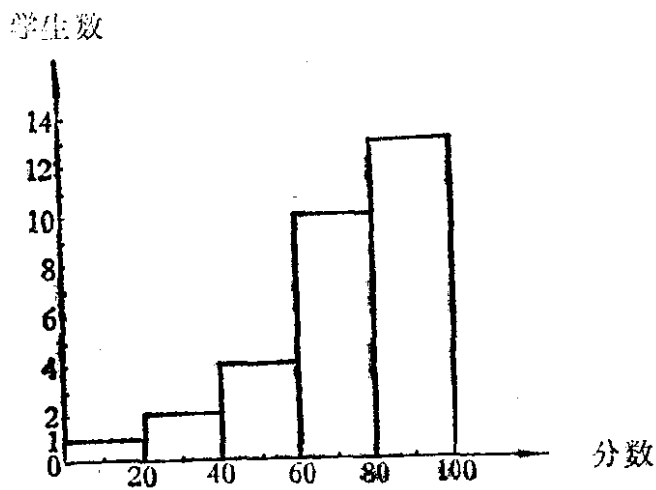


图 1-1

根据图 1-1, 填写下表:

分 数	学 生 数	累计频数	频 率	累积频率
0~20				
20~40				
40~60				
60~80				
80~100				

10. 对氟化钠的晶体在同一精密天平上进行了五次称量, 所得各次重量(单位: 克)为: 0.73829, 0.73821, 0.73828, 0.73827, 0.73825. 求这五次称量所得重量的平均数, 方差, 标准差.
11. 用最小刻度为厘米而长为 20 米的卷尺测量两点间的距离, 在相同的条件下进行了八次测量, 所得数据如下(单位: 米): 188.97, 188.88, 188.91, 188.99, 188.83, 188.80, 188.81, 188.81. 求这八次测量所得距离的平均数, 方差, 标准差.
12. 以你所在班的某次测验成绩(百分制)为资料:
 - (1) 以 20 分作为组距作一频率分布表, 并利用组中值求平均数;
 - (2) 以 10 分作为组距作一频率分布表, 并利用组中值求平均数;
 - (3) 算出全班成绩的真实平均数, 并与上面两个平均数作比较.
13. 在操场上选择距离约 100 米的两个点, 用皮尺量两点间的距离, 求 10 次测量值的平均数, 方差, 标准差.

二、概率论基本常识

14. 在给定的条件下进行观测或试验, 所得的结果叫做事件. 事件被分为三类: 随机事件, 必然事件, 不可能事件. 指

出下列各题中的事件属于哪一类?

(1) 条件: 每年二月在北京的北海公园进行观测.

事件 A : 当月最高气温超过 20°C .

事件 B : 当月最高气温超过 40°C .

事件 C : 当月最高气温超过 0°C ;

(2) 条件: 对某中学的毕业班进行一次体格检查.

事件 A : 每个学生的体重超过 200 公斤.

事件 B : 每个学生的体重超过 20 公斤.

事件 C : 半数学生的体重超过 50 公斤;

(3) 条件: 一个运动员投掷标枪.

事件 A : 标枪飞离地球.

事件 B : 标枪落在距出发点约 40 米处.

事件 C : 标枪落在距出发点约 20 米处;

(4) 条件: 对 100 个青年工人的业余爱好进行调查.

事件 A : 中国象棋爱好者占 10%.

事件 B : 业余无线电爱好者占 20%.

事件 C : 篮球爱好者占 20%;

(5) 条件: 在标准大气压下, 将 3000 克水加热到 100°C , 并持续十分钟.

事件 A : 有 100 克水结成冰.

事件 B : 有 1000 克水化成水蒸汽.

事件 C : 有 20 克水被分解为氢气和氧气;

(6) 条件: 校对印刷厂送来的清样.

事件 A : 每一万字中有错漏字 0~10 个.

事件 B : 每一万字中有错漏字 10~20 个.

事件 C : 每一万字中有错漏字 20000 个;

(7) 条件: 每年年终统计某万人工厂的工伤事故.

事件 A : 这年的工伤事故达 50 起.

事件 B : 这年的工伤事故达 20 起.

事件 C : 这年的工伤事故达 3 起;

(8) 条件: 从每批准备出厂的半导体收音机中, 随机抽取 100 个进行质量检查.

事件 A : 一等品占 100%.

事件 B : 一等品占 90%.

事件 C : 一等品占 80%;

(9) 条件: 测量泰山的海拔高度.

事件 A : 测量值与实际值的误差不超过 10 米.

事件 B : 测量值与实际值的误差不超过 2 米.

事件 C : 测量值与实际值的误差不超过 1 米.

15. 从一大批暖水瓶中, 抽取 7 批 (7 个样本) 进行质量检查. 按下表计算每个样本中的一等品率 (即随机事件“任意抽取的一个暖水瓶是一等品”的频率).

样 本 序 号	样 本 容 量	样本中的一等品个数
1	50	45
2	100	92
3	200	194
4	500	470
5	1000	949
6	1500	1428
7	2000	1902

16. 下表是对一个硬币连续扔 10000 次的记录, 求相应的每 1000 次中, 国徽面朝上的频率, 以及在这 10000 次中, 国徽面朝上的频率.

试 验 次 数	每 1000 次中国徽面朝上的次数
1~1000	501
1001~2000	485
2001~3000	509
3001~4000	536
4001~5000	485
5001~6000	488
6001~7000	500
7001~8000	497
8001~9000	494
9001~10000	484

17. 用一台自动机床加工一批螺母，从中抽出 100 个逐个进行直径检验，结果如下：

直 径 d (厘米)	个 数
$6.88 < d \leq 6.89$	—
$6.89 < d \leq 6.90$	┐
$6.90 < d \leq 6.91$	正 正
$6.91 < d \leq 6.92$	正 正 正 ┐
$6.92 < d \leq 6.93$	正 正 正 正 ┐
$6.93 < d \leq 6.94$	正 正 正 正 —
$6.94 < d \leq 6.95$	正 正 正
$6.95 < d \leq 6.96$	正 正
$6.96 < d \leq 6.97$	┐
$6.97 < d \leq 6.98$	┐

从这 100 个螺母中，任意抽取一个，求：事件 A ($6.92 < d \leq 6.94$)，事件 B ($6.90 < d \leq 6.96$)，事件 C ($d > 6.96$) 及事件 D ($d \leq 6.89$) 的频率。

18. 用语言描述下列各题中的 $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$ 、 $A + B$ 、 AB ，并用韦氏图表达这些事件：

(1) 条件：统计每日上午 10 时到 11 时本市 66 电话分局所接到的呼唤次数。

事件 A : 呼唤次数为 1000~2000.

事件 B : 呼唤次数为 500~1500;

- (2) 条件: 统计高校招生考试中某一试场的考生的数学平均成绩.

事件 A : 平均分数不低于 80 分.

事件 B : 平均分数在 60 分~80 分.

19. 条件: 一个射手进行一次射击.

事件 A : 命中的环数大于 8.

事件 B : 命中的环数大于 5.

事件 C : 命中的环数小于 4.

事件 D : 命中的环数小于 6.

(1) 用语言描述 $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$, $\bar{D}$;

(2) A 、 B 、 C 、 D 中有多少对互斥事件?

(3) 试用语言表述事件 AB 和事件 CD .

20. 在 1 号和 2 号培养皿中, 各种一粒玉米.

(1) 列举可能的发芽情况(即全体基本事件);

(2) 下列随机事件由哪些基本事件构成?

A : 至少有一粒玉米发芽,

B : 至多有一粒玉米发芽,

C : 恰有一粒玉米发芽,

$\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$.

21. 在光滑的水平桌面上投掷一颗骰子*, 朝上那一面的点数是 x (简称为掷得 x 点).

(1) 列举 x 的可能取值情况(即全体基本事件);

(2) 下列事件由哪些基本事件构成?

* 骰子是一种质量分布均匀的正六面体, 它的六个面上分别刻有 1、2、3、4、5、6 这六个数, 或表示这六个数的小圆点. 它是一种用来做游戏或赌博的用具, 但它也是用来了解等可能性概率的一个很重要的直观模型.

A : x 的值大于 3, B : x 的值不超过 2,

C : x 的值是素数, D : x 的值大于 6.

22. 有一种圆柱形零件, 当它的直径和高度都合格时, 才称为合格品. 对一个零件的直径和高度进行测量:
- (1) 列举全体基本事件;
 - (2) 用 A 表示事件“此零件是合格品”, 那么, A 、 $\bar{A}$ 以及必然事件 U 、不可能事件 V 由哪些基本事件构成?
23. 战士甲射击一次, 问:
- (1) 若事件 A (中靶) 的概率为 0.95, $\bar{A}$ 的概率为多少?
 - (2) 若事件 B (中靶环数大于 5) 的概率为 0.7, 那么, 事件 C (中靶环数小于 6) 的概率为多少? 事件 D (中靶环数大于 0 且小于 6) 的概率为多少?
24. 战士乙的中靶概率为 0.99, 若连续射击两次, 求:
- (1) 两次都中靶的概率;
 - (2) 至少有一次中靶的概率;
 - (3) 至多有一次中靶的概率.
25. 民兵甲射击一发子弹, 击中目标的概率是 0.9, 民兵乙射击一发子弹, 击中目标的概率是 0.8. 若两人同时朝目标射击一发子弹, 目标被击中的概率是多少? 目标未被击中的概率是多少?
26. 某省的足球一队与足球二队都参加了全国甲级足球队冠军赛, 一队夺得冠军的概率为 $\frac{3}{7}$, 二队夺得冠军的概率为 $\frac{1}{4}$, 求该省得冠军的概率是多少?
27. 某种零件经过三道工序加工, 才得成品. 第一道工序是车, 合格品率为 95%, 第二道工序是铣, 合格品率为 98%, 第三道工序是磨, 合格品率为 99%. 假定这三道工序互不影响, 那么, 成品的合格率是多少?

28. 甲厂生产的脱粒机, 每台连续使用不少于 10 年的概率是 $\frac{2}{5}$. 乙厂生产的柴油机, 每台连续使用不少于 10 年的概率是 $\frac{3}{5}$. 将一台脱粒机与一台柴油机配套使用, 求下列事件的概率: A (脱粒机与柴油机的连续使用期都不少于 10 年), B (只有脱粒机的连续使用期不少于 10 年), C (至少有一台机器的连续使用期不少于 10 年).
29. 棉子的发芽率为 0.9, 发育为壮苗的概率为 0.6.
- (1) 每穴播两粒, 求此穴缺苗的概率、此穴无壮苗的概率;
- (2) 每穴播三粒, 求此穴有苗的概率、此穴有壮苗的概率.

三、等可能性模型和独立重复试验

30. 准备一只直径为 1 厘米左右的有机玻璃钮扣和一个大瓷碗. 将钮扣的有穿线眼的一面叫作反面, 无穿线眼的一面叫作正面. 把钮扣拿在手里, 从离碗底一定的高度放开手, 让钮扣自由落入碗中, 记下朝上的是正面还是反面. 按照这种方法, 进行 200 次试验, 并填写下表:

试 验 次 数	每 40 次中正面朝上的次数	每 40 次中正面朝上的频率
1~40		
41~80		
81~120		
121~160		
161~200		

根据这一实验结果, 回答下列问题:

- (1) 每 40 次中正面朝上的频率是否具有一定的稳定性?
- (2) “正面朝上”与“反面朝上”是否可看成等可能性事件?