

# 弹性薄壁杆件翘曲

李开禧著

中国建筑工业出版社

本书主要是对弹性薄壁杆件翘曲变形的实用计算方法作理论性的探讨。基本观点是把薄壁杆件视为由若干窄矩形梁所组成的杆件体系，按各板件之间的弯曲变形协调和各板件自身内、外力系平衡的条件，用新定义的弯矩矢量和转角向径为工具，在确切阐明伏拉索夫理论的基础上，提出截面周边形状改变时翘曲变形的计算方法。书中说明薄壁杆件的平面弯曲变形、整体翘曲变形、相对翘曲变形以及其它各种形式的翘曲变形，都是薄壁杆件变形的分量，在应用上具有同等重要的意义。

在建立新概念之后，利用各种变形在理论结构上的同一性，用相同的推理模式，导出广义伏拉索夫方程，使各种翘曲变形的计算方法和谐统一。

本书适合于土建专业大学生、研究生阅读，也可供土建工程技术人员参考。

### 弹性薄壁杆件翘曲

李开禧 著

中国建筑工业出版社出版、发行（北京西郊百万庄）

新华书店 经销

中国建筑工业出版社印刷厂印刷（北京阜外南礼士路）

开本：350×1168毫米 1/32 印张：6 1/2 字数：173千字

1990年12月第一版 1990年12月第一次印刷

印数：1—1,770册 定价：4.85元

ISBN7—112—01195—7/TU·871

（6256）

# 目 录

第一章 基本概念与基本假定 .....	1
第二章 开口三板杆件的翘曲变形.....	5
第一节 引例 .....	5
第二节 翘曲位移的基本方程 .....	9
第三节 弯矩矢量的概念 .....	11
第四节 转角向径的概念 .....	16
第五节 弯矩矢量的投影方程 .....	20
第六节 作单位纵向翘曲位移图的步骤 .....	24
第七节 刚架比拟法 .....	27
第八节 翘曲变形时横截面上的正应力 .....	32
第九节 内、外纵向力系平衡的概念 .....	36
第十节 翘曲变形时横截面的扭转 .....	38
第十一节 内、外双力矩的平衡方程 .....	45
第十二节 扭角衰减系数 .....	49
第十三节 拉弯比拟 .....	56
第十四节 扭转屈曲 .....	59
第十五节 关于扭转屈曲临界力的讨论 .....	63
第十六节 述评 .....	70
第三章 开口四板杆件的翘曲变形 .....	73
第一节 翘曲变形的分解 .....	73
第二节 相对翘曲变形时翘曲位移的基本方程 .....	75
第三节 作单位相对翘曲变形时纵向翘曲位移图的方法 .....	83
第四节 刚架比拟法 .....	86
第五节 相对翘曲变形时横截面上的正应力 .....	94
第六节 内、外纵向力系平衡的概念 .....	99
第七节 相对翘曲变形时横截面的相对扭转 .....	102

第八节 内、外相对双力矩的平衡方程 .....	109
第九节 相对扭转屈曲临界力 .....	115
第十节 小结 .....	117
<b>第四章 开口多板杆件的翘曲变形 .....</b>	<b>120</b>
第一节 翘曲变形的分解 .....	120
第二节 翘曲变形时截面图形几何性质的小结 .....	138
第三节 各翘曲变形时横截面上的正应力 .....	145
第四节 各翘曲变形时横截面的扭转分析 .....	149
第五节 各翘曲变形时内、外双力矩的平衡方程 .....	155
第六节 综述 .....	157
<b>第五章 闭口薄壁杆件的翘曲变形 .....</b>	<b>164</b>
第一节 翘曲位移的基本方程 .....	165
第二节 闭口截面的零效应力因素 .....	168
第三节 翘曲中心 .....	172
第四节 协调系数 .....	176
第五节 单位纵向翘曲位移图 .....	183
第六节 翘曲变形时横截面上的正应力 .....	186
第七节 翘曲变形时横截面的扭转分析 .....	190
第八节 闭口截面的内、外双力矩平衡方程 .....	197
第九节 开口截面与闭口截面的比较 .....	198
第十节 结语 .....	200

# 第一章 基本概念与基本假定

在初等材料力学中，讨论了实体杆件的拉伸、压缩、弯曲、扭转这四种基本变形的计算问题，它们的计算公式是在略去截面翘曲变形的条件下，以平面截面假定为基础所推导出来的。在实体杆件中，横截面的翘曲变形确实很小。在推理过程中把它作为相对次要因素而略去不计，对于实用计算方法来说不仅是可以的，而且是必要的。按平面截面假定所导出的结果已为实验所验证，符合实体杆件的实际情况，这是我们已经熟悉的。

按照上述实用计算方法，计算时则不管外力在截面上的具体作用方式如何，只要在横截面上所组成的拉力、压力、弯矩、扭矩的数值相等，所算出该截面上的应力与变形都是相同的。换句话说，只要是静力等效力系，它们都使该截面产生相同的应力与变形。

这种不管横截面上作用力的具体分布形式只看合力数值的方法，实质上是以全截面为对象的一种“算总帐”的方法。必须注意，这种方法只有在实体杆件中，认为翘曲变形可以略去不计的前提下才是适用的。

实际上，任何假定都有一定的局限性，都只能在一定的条件下才是适用的。对实体杆件适用的平面截面假定，对于薄壁杆件就不完全合适。

在薄壁杆件中，横截面的翘曲变形不能再视为相对次要因素而略去不计。通常，薄壁杆件在荷载作用下所产生的翘曲变形相当显著，沿杆长的分布范围也较广，由此而产生的应力较大，在强度计算时应予考虑。与平面变形相似，翘曲变形同样导致杆件发生刚度、稳定、振动等问题。可见，在薄壁杆件中，平面截面

假定不能完全包括杆件可能发生的所有变形，或者说，薄壁杆件在外力作用下除可能发生拉伸、压缩、弯曲、扭转这四种基本的平面变形外，还可能发生显著的翘曲变形。而且，在以后各章中还要证明，翘曲变形本身又可以分解为几种基本翘曲变形的组合。因此，在线弹性体中，当叠加原理适用时，薄壁杆件的全部变形应为基本平面变形和基本翘曲变形的组合。

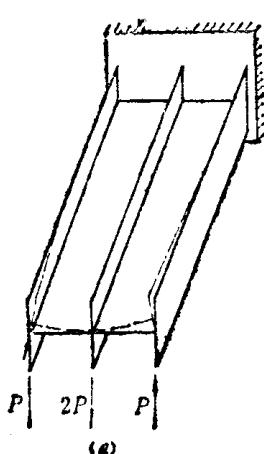
关于薄壁杆件中翘曲变形的计算问题，伏拉索夫（Власов）等学者已在“刚性周边”假定的基础上建立了实用计算理论。在该理论中，用双力矩表达引起翘曲变形的力因素，巧妙地把翘曲变形的计算和平面变形的计算和谐地衔接成整体，为翘曲变形的实用计算方法开拓了一条新道路，无论在理论上或实用上，意义都是很大的。

不过，也应看到，由于该理论也是建立在新假定的基础上，所以也必须在一定的条件下才是有效的。为了说明这一点，我们先举两个简单的例子，先从感性认识上初步说明这个问题，以后再作严格论证。图1-1所示的两外伸梁，它们的杆端各作用一组自相平衡的横向力系，在图示外力的作用下，按上述理论计算，则包括双力矩在内的全部内力均等于零，从而得到不产生任何应力与变形的结论。显然，这是不符合实际的。在图1-1中，用虚线绘出杆件变形后形状的示意图，可以预计，如果腹板较薄，所产生的应力与变形必然较大而不应略去不计。由此可见，“刚性周边假定”在薄壁杆件中也不应该是普遍适用的，而应该是有条件的，它在应用时应受到一定的限制。

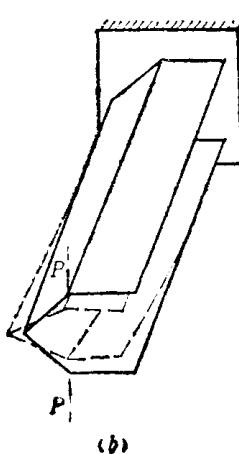
为了导出薄壁杆件中应用“刚性周边假定”的限制条件，特别是为了能导出各种翘曲变形的计算方法，因此，在以后的论证中，不再采用“刚性周边假定”，代换为适用条件更宽的假定。

由于薄壁杆件是由若干宽厚比大于10的板式杆件所组成的杆件体系，为了方便以后的讨论，我们首先按照板式杆件的数目对薄壁杆件进行分类，以便由简到繁地依次讨论它们的翘曲变形。以后，我们把三矩形薄板所组成的杆件简称为三板杆件；四矩形

薄板所组成的杆件简称为四板杆件；以此类推。各板中面在横截面上的中轴线简称为板中线，相邻两板中线的交点称为节点，各矩形薄板的编号和节点编号如图1-2所示。



(a)



(b)

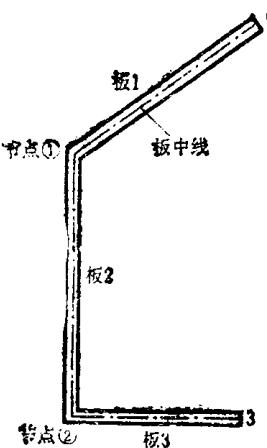


图 1-2

新的假定如下：

1. 由于板薄，故略去沿板厚方向的抗弯刚度，每一个板件只能在板中线平面内承担弯曲与剪切。因此，杆件只承受通过节点的横向力荷载和作用于板中线平面内的纵向荷载。

2. 各板的中线在变形前、后均保持直线形状，并简称为中直线假定。同时，由于采用中直线假定，因而在板中线平面内的静力等效变换也相应成立。

3. 当各个板式杆件组成整体而共同工作时，它们之间的变形协调关系只要求节点处的纵向线应变相等。各板式杆件的扭转变形可以根据该变形协调条件而推导出来。

在薄壁杆件的计算中引入中直线假定，等效于认为各板式杆件均在平面变形的条件下工作，这样做的好处是可以直接引用平面截面假定下已经导出的结果，以简化今后的推理。实际上，按照这一假定，已经把各板式杆件看成只能在板中线平面内发生弯曲变形的单向偏心拉（或压）杆，但为了满足节点处纵向线应变

的协调，各板式杆件还将伴生扭转变形。

中直线假定，也可理解为“单肢板式杆件的刚性周边假定”，换言之，新假定的实质是用“单肢板式杆件的刚性周边假定”代替伏拉索夫理论中的“全截面刚性周边假定”。按“全截面刚性周边假定”计算，相当于在推理过程中人为地在横截面上添加横薄板，以保证发生翘曲变形时横截面的正投影形状不变；而按中直线假定，则相当于撤消这个事实上并不一定存在的横薄板，把截面的平面变形，周边投影形状不变时的翘曲变形，视为一定加载条件下的特例，从而使所导出的结果具有更广泛的适用性。

除了采用以上三条假定外，还应指出，在内、外力的平衡关系中，薄壁杆件较实体杆件有更严格的要求。也就是说，薄壁杆件在荷载作用下，仅仅满足全截面上的内、外力平衡是不够的，更确切的条件是各板式板件在横截面上的内、外力均保持平衡。因此，在建立薄壁杆件的内、外力平衡关系时，不仅要以全截面为对象，作“算总帐”的工作，还要以各单肢板件为对象，作“算细帐”的工作，这是我们今后讨论薄壁杆件的计算问题中应着重注意的内容。

以上介绍的“节点形变协调”、“各杆自身平衡”等概念，其实都是我们早已熟悉的，是在超静定平面刚架等超静定结构中已经介绍过的概念。薄壁杆件是由若干板式杆件所组成的杆件体系，也是一种超静定结构，自然也应遵循这些总原则。采用中直线假定，不过是把复杂的变形和内力简化，使推理工作更加容易进行而已。

以后，我们将遵循这些总原则，并在推理过程中增加一些技巧性的措施，这不仅能顺利导出翘曲变形在周边形状不变时的结果，而且能导出周边形状改变时的结果，它们之间也能顺理成章，相互衔接，从而使平面变形和各种形式的翘曲变形联成一体，概括出统一的计算方法和共同的计算公式，以利于理解和应用。

下面，我们就由简到繁地逐一讨论各类薄壁杆件翘曲变形的计算问题。

## 第二章 开口三板杆件的翘曲变形

### 第一节 引例

开口三板杆件，是指截面为L、I、Z等形状的薄壁杆件。为了初步说明在中直线假定的基础上，每一个板件的内、外力都应保持平衡的概念，以及由此引出该杆件在平面变形时外力系应受到的限制条件，我们先来介绍两个简单的示例。

1. 槽形截面梁在平面弯曲变形时，组成弯矩的外力作用位置如何确定？

具有水平对称轴的槽形截面和各板的尺寸与编号如图2-1所示。绕对称轴x发生平面弯曲变形时，横截面上的正应力线性分布，计算公式为 $\sigma = M_x y / I_z$ 。为了使今后所导出的算式简洁，令弯矩 $M_x$ 与惯矩 $I_z$ 在数值上相等，即取 $M_x / I_z$ 为单位1，则上、下翼缘上的应力为 $\pm h/2$ ，如图2-1(a)所示。

为了找到平面弯曲变形时组成内弯矩的一对等值反向力的作用位置，我们采用逆解的方法，把该平面弯曲时由横截面上正应力所组成的纵向平行力系在各单肢板的范围内作静力等效变换，最后简化为分别作用在翼缘上的一对等值反向集中力，其力偶矩即内弯矩。

先把腹板上的纵向力系简化为作用在腹板与翼缘交界处（节点①、②）的一对等值反向力，由图(a)、(b)知，

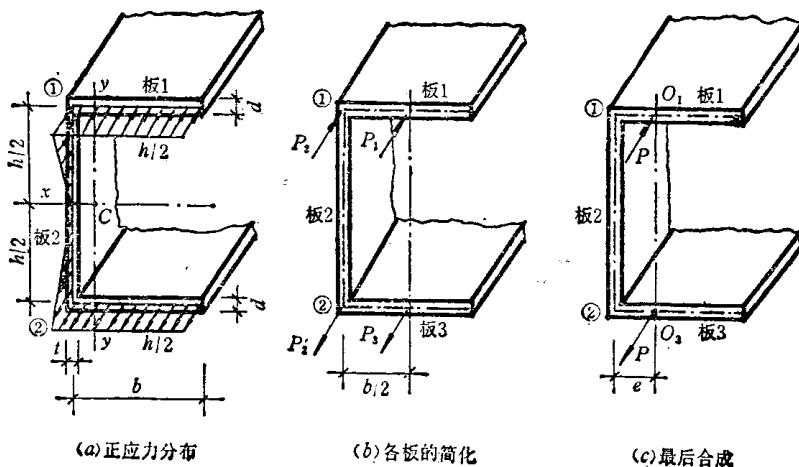
$$P_2 = P'_2 = \frac{th^3}{12}$$

这一对力所组成的力偶矩为 $th^3/12$ ，即腹板对x轴的惯性矩。

再把两翼缘上的分布力用两集中力代换，它们各作用在翼缘中央如图(b)所示，则

$$P_1 = P_3 = \frac{dbh}{2}$$

这一对力所组成的力偶矩为  $2db(h/2)^2$ ，即按平行移轴定理算出的两翼缘对x轴的惯性矩。



(b) 各板的简化

(c) 最后合成

图 2-1

由于  $P_2$  与  $P_1$ 、 $P'_2$  与  $P_3$  均同作用在翼缘上，按中直线假定所派生的静力等效变换规则，它们又可各自合成为作用于翼缘  $O_1$ 、 $O_3$  两点的一对等值反向力，该力的大小为  $(P_2 + P_1)$  或  $(P'_2 + P_3)$ ，方向如图(c)中  $\pm P$  所示 ( $\pm$  指方向)。该力到腹板中线的距离为

$$e = \frac{P_1}{P_2 + P_1} \frac{b}{2} = \frac{3db^2}{th + 6db} \quad (2-1)$$

这对合力所组成的力偶矩为两分力所组成力偶矩之和，即全截面对主轴x的惯性矩。

$$I_x = \frac{th^3}{12} + 2db \left( \frac{h}{2} \right)^2$$

(2-1)式表明， $O_1$ 、 $O_3$ 两点的位置是只与截面尺寸有关的

几何量，而这两个合力作用点即是在伏拉索夫理论中，扇性座标系上的两扇性零点。

以上所述的力系简化过程是很简单的，但所包含的道理却是很重要的。推理过程表明，当采用中直线假定，限定静力等效变换只能在各板的范围内进行时，最后虽然可以把全部纵向力系等效地简化为分别作用于翼缘上的一对等值反向力，从而组成内弯矩，但这对合力的作用点 $O_1$ 、 $O_3$ 的位置是确定的。反过来也就说明，当外弯矩是由分别作用在翼缘上的一对等值反向力所组成时，则两力也只有分别作用于 $O_1$ 、 $O_3$ 两点，且内、外力的大小相等，才能在只发生平面弯曲变形的条件下满足各板上的内、外力均自相平衡，按平面弯曲变形所导出的结论也才因而有效。由此即可初步看出，槽形薄壁杆件与实体杆件不同，槽形截面在发生平面弯曲变形时的外加力系要受到一定条件的限制；而在实体杆件中，该外弯矩可以在截面范围内任意平移，截面上的应力与变形只与该弯曲力偶的大小与方向有关，从而把弯曲力偶视为自由矢量。

在槽形截面中，如果组成外弯矩的这一对外力不是分别作用于 $O_1$ 、 $O_3$ 两点，例如顺翼缘方向各自平移一定的距离，则在平面弯曲变形的条件下内、外力不能全面平衡，势必引起新的变形，这就是产生翘曲变形的原因。

## 2. Z形截面杆件在轴向拉伸时，拉力的作用位置如何确定？

同样，用逆解的方法可以算出Z形截面的薄壁杆件在轴向拉伸时拉力的作用方式和位置。

反对称的Z形截面如图2-2所示。轴向拉伸时，横截面顺杆件长度方向平移，截面上的正应力均匀分布如图(a)所示。为了使以下所导出的算式简捷，令正应力为单位1。

先把腹板上的纵向力系简化为作用于节点①、②上的两集中力

$$P_2 = P'_2 = \frac{th}{2}$$

两翼缘上纵向力系的合力作用于翼缘中央，大小为

$$P_1 = P_3 = db$$

最后合成为分别作用于翼缘  $O_1$ 、 $O_3$  两点的两集中力，两力到腹板的距离为

$$e = \frac{P_1}{P_2 + P_1} \frac{b}{2} = -\frac{db^2}{2db + th} \quad (2-2)$$

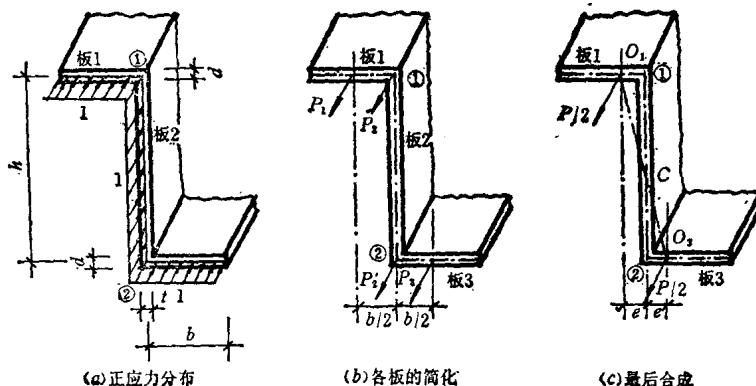


图 2-2

可见，在反对称的Z形截面中，当总拉力为分别作用在两翼缘上的等值拉力所组成时，只有分别通过  $O_1$ 、 $O_3$  两点，才能使该杆件仅发生平面的轴向拉伸变形。顺便指出，图2-2(c)中的  $O_1$ 、 $O_3$  两点，也是伏拉索夫理论中扇性坐标系上的两扇性零点。

通过以上两个简单引例的讨论，一方面说明了平面变形时薄壁杆件有较实体杆件更为严格的加载限制条件，即外力的作用方式应满足一定的要求，否则，虽然就全截面来说满足了内、外力系的平衡条件，如若不满足单肢板的内、外力系平衡条件，也会因此而产生翘曲变形；另一方面，在引例的讨论中也说明了作为限制条件的标志的  $O_1$ 、 $O_3$  等点，它们的位置可以从平面变形的正应力分布图中，按以上所述的力系简化规则确定出来。选以上

两个对称和反对称薄壁截面为例，只是为了叙述的简明直观而已。就一般形状的薄壁截面而言，只要适当选择平面变形时的正应力分布图，使其简化成唯一的合力，该合力在截面上的作用点，也就是截面不发生翘曲变形时外加纵向力应该作用的位置。对于三板型的截面而言，在板中线上具有上述力学意义的点，即伏拉索夫理论中的扇性零点。正如已知各板的扇性零点即可绘出扇性座标一样，我们也可以按同样的途径绘出翘曲变形时截面的纵向位移图。但是，应强调指出，伏拉索夫理论中的扇性座标系，是从属于“刚性周边假定”的工具，只能用来表达周边形状不变时的翘曲位移，而按我们所提出的方法，与该假定无关，可用来表达各种形式的翘曲变形，两者之间存在原则性的区别，这在以后各章的讨论中将逐一展示出来。

就一般形状的截面而言，平面变形时外力的限制条件是什么？这是我们应当进一步回答的问题。由前述可知，该限制条件可以从平面变形的正应力分布图中，按各板纵向力系均保持平衡的规则逆解出来，虽然已经具有力学概念清楚的优点，而更简捷的方法还应从翘曲位移的基本方程着手，在此基础上引入计算技巧，对方程进行加工改造，才能更为简明地整理出平面变形时加载条件的统一规则。所以，在下一节中，我们先讨论翘曲位移的基本方程。

## 第二节 翘曲位移的基本方程

在线弹性体中，翘曲位移的基本方程根据虚功原理能较容易地推导出来。按照平面变形与翘曲变形相互独立分解的规则，若横截面仅发生平面变形，则其正应力亦按平面规律分布；因无翘曲变形，故该正应力对翘曲变形所作之功为零。同样，若横截面仅发生翘曲变形，其正应力也与纵向翘曲位移成正比，按互等定理，翘曲变形时的正应力对平面变形所作之功亦应为零。

令横截面上任一点的纵向翘曲位移为 $\omega$ ，它是所在点位置的

函数。用 $\sigma_{pl}$ 表示平面变形时横截面上的正应力，由于 $\sigma_{pl}$ 按平面规律分布，故可写成

$$\sigma_{pl} = C_0 + C_1x + C_2y$$

式中， $x$ 、 $y$ 为考查点在横截面上的座标； $C_0$ 、 $C_1$ 、 $C_2$ 为任意常数。按虚功原理得

$$\int_{(A)} \sigma_{pl} \omega dA = \int_{(A)} (C_0 + C_1x + C_2y) \omega dA = 0$$

式中， $A$ 为横截面面积。由于 $C_0$ 、 $C_1$ 、 $C_2$ 可为任意常数，故翘曲位移的基本方程为

$$\int_{(A)} \omega dA = 0 \quad (2-3)$$

$$\int_{(A)} \omega x dA = 0 \quad (2-4)$$

$$\int_{(A)} \omega y dA = 0 \quad (2-5)$$

若又令平面变形时，任一点的纵向位移为 $w$ ，其算式为

$$w = D_0 + D_1x + D_2y$$

式中  $D_0$ 、 $D_1$ 、 $D_2$ 为任意常数。由于翘曲变形时的正应力 $\sigma$ 与翘曲位移 $\omega$ 成比例，记为比例系数 $k$ 与 $\omega$ 的乘积，即 $\sigma = k\omega$ ，则按互等定理得

$$\int_{(A)} \sigma \omega dA = k \int_{(A)} \omega (D_0 + D_1x + D_2y) dA = 0$$

因 $D_0$ 、 $D_1$ 、 $D_2$ 可为任意值，故仍导得同样的基本方程(2-3)、(2-4)、(2-5)。若把这三个基本方程写成

$$\int_{(A)} \sigma dA = 0; \quad \int_{(A)} \sigma x dA = 0; \quad \int_{(A)} \sigma y dA = 0$$

则其力学意义为翘曲变形时横截面上的轴力 $N$ 、以及对 $x$ 、 $y$ 轴的弯矩 $M_x$ 、 $M_y$ 均等于零。

在三板型的截面中，可用三个板的转角作为表达翘曲位移的几何参数，则以上三个基本方程可简化为包含三个转角的代数方

程，从而定出翘曲变形时三板转角的相互关系。尽管如此，仍嫌这种方法不够简便；更重要的意义还在于这种由代数方程组求解几何参数的方法不够直观，很难扩充应用于今后要重点讨论的多板型截面中。因此，从现在开始，就应增加措施，对基本方程进行改造，使它赋以更明白的力学涵义，使其不仅在三板型截面中能很容易地确定翘曲变形时的内力与变形特征，而且能把这种方法移植应用于多板型截面的杆件中。

对基本方程进行再改造的主要思路如下：

首先建立薄壁杆件在截面发生平面弯曲变形或翘曲变形时各板的弯矩矢量和转角向径这两个概念；用这两个新工具表达基本方程，给方程赋以更直观的力学涵义和几何意义之后，再对引起翘曲变形的变形因素和力因素进行定义；然后整理出绘制单位翘曲变形时纵向翘曲位移图的方法与步骤。

下面，我们就来逐一解释上述内容。

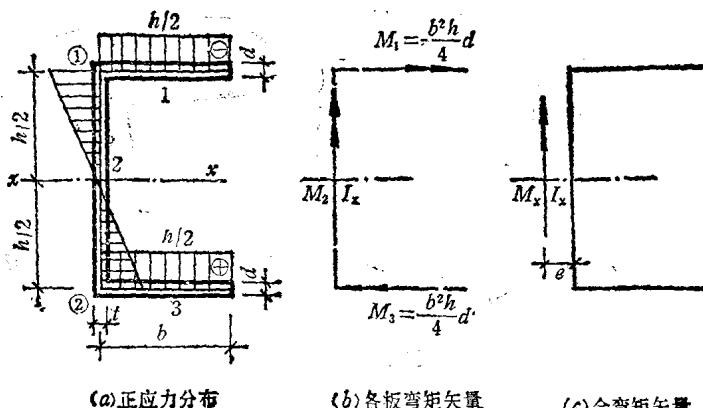
### 第三节 弯矩矢量的概念

在中直线假定的前提下，横截面无论产生平面的弯曲变形（包括斜弯曲）或者翘曲变形，各板上的正应力均线性分布。由于在各板中线平面内，静力等效变换是适用的，所以，我们可以从任一开口端开始，把板上的纵向分布力系依次逐一地简化为作用于板中线平面内的弯矩和作用于节点上的集中力。到另一开口端时，根据平面弯曲变形或翘曲变形的轴力均等于零的条件，另一开口端处的集中力必然等于零，即最终简化为作用于各板中线平面内的一组弯矩。

例如，图2-3所示的槽形截面，绕主轴x的平面弯曲正应力分布如(a)图所示，为了使推理中的算式简单，取 $M_x/I_x=1$ ，上、下翼缘的正应力为 $\pm h/2$ 。

若从上开口端开始，把上翼缘的均匀分布力系简化为作用于节点①处的集中力 $P_1$ 和作用于上翼缘中线平面内的弯矩 $M_1$ ，则

得压力  $P_1 = dbh/2$  和  $M_1 = db^2h/4$ ，而  $P_1$  亦可视为作用于腹板上的集中力，它可以和腹板上原有线性分布的正应力共同简化为作用于节点②处的集中力  $P_2$  和作用于腹板中线平面内的弯矩  $M_2$ ，得压力  $P_2$  仍等于  $dbh/2$ ， $M_2 = th^3/12 + 2db(h/2)^2$ ，即全截面对主轴  $x$  的惯性矩  $I_x$ ； $P_2$  又可视为作用于下翼缘上的集中力，它可以和下翼缘上原有的均匀分布拉应力共同向下开口端简化，这样下开口端处的集中力为零，只保留作用于下翼缘中线平面内的弯矩  $M_3 = db^2h/4$ ，即最终简化为作用于三板中线平面内的三个弯矩。



(a) 正应力分布      (b) 各板弯矩矢量      (c) 合弯矩矢量

图 2-3

为了能直观地表达这组弯矩的大小和方向，特别是为了反映这组弯矩在薄壁杆件中的效应，我们规定，作用于各板中线平面内的弯矩用过中线的双箭头矢量表示。箭头端代表受压的一侧；另一端表示受拉的一侧；并称它为弯矩矢量。上例中各板的弯矩矢量如图2-3(b)所示。

显然，这种表示方法和习惯常用的力偶矢量的表示方法不同：第一，它不是作用在与力偶作用面相正交的线上，而是作用在力偶所在的平面内；第二，它不是自由矢量而只是滑移矢量。

为什么要这样规定？新规定的好处何在？让我们先把它用来

定义平面弯曲变形时的弯曲中心，即可初见效果。

仍以图2-3所示的槽形截面为例，已知各板的弯矩矢量如图(b)所示，当全截面在弯曲变形后仍保持为平面时，还可以静力等效地用它们的合弯矩矢量代替这三个弯矩矢量。显然，合弯矩矢量的大小为 $I_x$ ，因上、下翼缘的弯矩矢量等值反向，相距臂长为 $h$ ，组成“矩偶”的数值为 $b^2 h^2 d / 4$ ，故合弯矩矢量的作用线与腹板平行，相距为

$$e = \frac{b^2 h^2 d}{4 I_x} = \frac{3 b^2 d}{t h + 6 d b}$$

也是只与截面尺寸有关的几何量，合弯矩矢量的作用位置如图2-3(c)所示。

同理，取绕主轴 $y$ 的平面弯曲正应力分布图如图2-4(a)所示；简化为各板的弯矩矢量如图(b)；由于截面图形对称于 $x$ 轴，故合弯矩矢量的作用线与 $x$ 轴重合如(c)图。

以上两合弯矩矢量作用线的交点 $S$ ，即该槽形截面的弯曲中心，它和过去按各板剪力的合力作用点所定义的剪切中心位置是重合的。

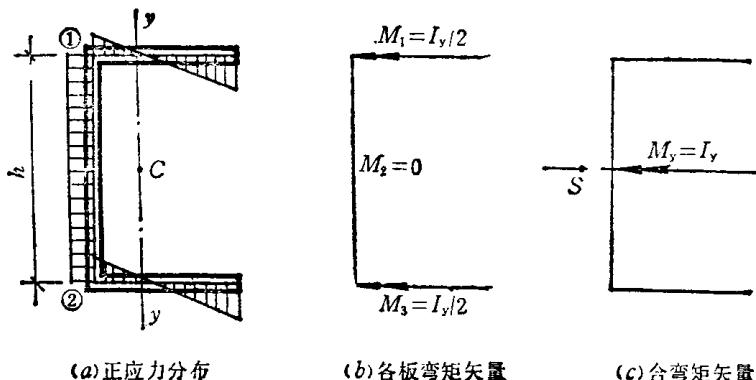


图 2-4

完全相似，在图2-5所示的Z形截面中，绕 $x$ 、 $y$ 轴的平面弯曲正应力分布如图(a)，各板上的弯矩矢量如图(b)，两合弯矩矢量的作用线及其交点弯曲中心的位置如图(c)。从图(c)中看到，