北京工业大学应用物理系理论物理组编

理论物理简明教程

上 册

（理论力学、热力学与统计物理）

北京工业大学出版社

理论物理简明教程

上 册

（理论力学、热力学与统计物理）

北京工业大学应用物理系理论物理组编

北京工业大学出版社

内 容 简 介

本书分上下两册。上册包括理论力学、热力学和统计物理；下册包括电动力学、量子力学。上册的具体内容为：质点力学、质点组动力学、分析力学初步、热力学基本规律、均匀系的热力学、单元系及多元系的复相平衡、统计物理预备知识、麦—玻统计、量子统计初步等。书中每章后均附有适量习题，书后附有习题答案。

本书可作为高等院校应用物理、半导体、金属材料专业和师范院校物理专业本科生教材，也可作为非物理专业研究生教材和参考书。

理论物理简明教程（上册）

北京工业大学应用物理系理论物理组编

※

北京工业大学出版社出版发行

各地新华书店经销

徐水宏远印刷厂印刷

※

1998 年 2 月第 1 版　1998 年 2 月第 1 次印刷

850mm×1168mm　32 开本　11.5 印张　287 千字

印数：1～2000 册

ISBN 7-5639-0623-1/G・348

定价：14.00 元

出 版 说 明

本书分上下两册。上册包括理论力学、热力学和统计物理；下册包括电动力学、量子力学。并附有习题及答案。

本书可作为高等院校的应用物理、半导体、金属材料、师范院校物理专业的大学生及非物理专业的研究生的教材或参考书。

本书第一篇“理论力学”由马文滨编写，第二篇“热力学与统计物理”由严隽霖编写，第三篇“电动力学”由谢诒成编写，第四篇“量子力学”由李玉柏编写。

编　者

1996 年 12 月于北京工业大学

目　　录

第一篇　理论力学

第二篇 热力学与统计物理

第一篇　理论力学

理论力学是理论物理的一个组成部分，它的研究对象是物体的机械运动。机械运动是指物体的空间位形的变化，是自然界中最普遍、最基本的运动形态。

第一章　质点力学

对于质点力学的基本原理，大家在普通物理“力学”中已有较详细的了解，本章对这些内容只作简要的复习。

§1.1　质点运动的基本原理

一、质点运动微分方程

把质点运动的加速度关系式 $\vec{a}=\ddot{\vec{r}}$ 代入牛顿第二定律 $\vec{F}=m\vec{a}$，即可得到质点运动微分方程的矢量形式

$$m\ddot{\vec{r}}=\vec{F}(\vec{r},\dot{\vec{r}},t) \tag{1.1.1}$$

上式中的$\vec{F}$是位置矢量$\vec{r}$、速度矢量$\dot{\vec{r}}$和时间t的函数，它一般不是恒量。(1.1.1) 式是一个矢量形式的二阶微分方程，只要给出$\vec{F}$的具体形式及初始条件，就可以解出质点的运动方程 $\vec{r}=\vec{r}(t)$。在具体坐标系中，运动方程可以以分量形式表示。将运动方程各分量式中的 t 消去，即可得到质点运动的轨道方程。

二、质点力学的基本定理与守恒律

1. 动量定理与守恒律

动量定理的微分形式为 $\mathrm{d}(m\vec{v})=\vec{F}\,\mathrm{d}t$，$\vec{F}$ 为作用在质点上的合外力，对此式积分，即得到动量定理的积分形式

$$m\vec{v}-m\vec{v}_0=\int_{t_0}^{t}\vec{F}\,\mathrm{d}t \tag{1.1.2}$$

其中，$\int_{t_0}^{t}\vec{F}\,\mathrm{d}t=\vec{I}$ 称为合外力的冲量，$m\vec{v}=\vec{p}$ 是质点的动量。(1.1.2) 式表明：质点动量的变化，等于合外力在这段时间内给予质点的冲量，它是个矢量式。

若 t_0 到 t 这段时间内合力 $\vec{F}=0$，则

$$\vec{p}=m\vec{v}=m\vec{v}_0=\text{恒矢量} \tag{1.1.3}$$

即质点所受的合外力为零时，它的动量守恒。

2. 动量矩定理与动量矩守恒律

我们首先回顾一下：$\vec{F}$对任一点 A 的力矩$\vec{M}$的定义式为

$$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F} \tag{1.1.4}$$

其中$\vec{r}$为受力质点相对于 A 点的位矢。

质点对空间任一点 A 的动量矩（也称角动量）的定义是

$$\vec{J}=\vec{r}\times\vec{p}=\vec{r}\times m\vec{v} \tag{1.1.5}$$

其中$\vec{r}$为质点对 A 点的位矢。

下面我们可以借助于牛顿第二定律导出动量矩定理。将 (1.1.5) 式两边对 t 求导，有

$$\frac{\mathrm{d}\vec{J}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\times m\vec{v}+\vec{r}\times\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\vec{v})$$

因式内第一项中 $\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=\vec{v}$，所以此项为零，则上式变为

$$\frac{\mathrm{d}\vec{J}}{\mathrm{d}t}=\vec{r}\times\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\vec{v})=\vec{r}\times\vec{F}$$

即

$$\frac{d\vec{J}}{dt}=\vec{M} \tag{1.1.6}$$

这是动量矩定理的微分形式。对上式积分，就得出动量矩定理的积分形式

$$\vec{J}_2-\vec{J}_1=\int_{t_1}^{t_2}\vec{M}\,dt \tag{1.1.7}$$

其中$\int_{t_1}^{t_2}\vec{M}\,dt$称为冲量矩。上式表明，动量矩的变化等于这段时间内质点所受的冲量矩。

若质点相对于定点 A 所受的合力矩 $\vec{M}=0$，则得到质点的动量矩守恒律

$$\vec{J}=\text{恒矢量}$$

$\vec{J}$为质点对 A 点的动量矩。

3. 动能定理与机械能守恒律

若质点所受的合外力为$\vec{F}$，在空间由一点 A 移动到另一点 B，则此过程中合外力的功为

$$W=\int_{A\,(L)}^{B}\vec{F}\cdot d\vec{r}=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2 \tag{1.1.8}$$

其中，标量$\frac{1}{2}mv^2=T$是质点的动能。上式表明：合外力对质点所作的功等于质点动能的增量，这就是质点的动能定理。其中$\int_{A\,(L)}^{B}\vec{F}\cdot d\vec{r}$一般与路径有关。

若$\vec{F}$只是$\vec{r}$的单值函数，即$\vec{F}=\vec{F}(\vec{r})$，则在空间每一点上都有一定的力作用在质点上，称这种空间为力场。按照$W=\int_{A\,(L)}^{B}\vec{F}\cdot d\vec{r}$计算功，是线积分问题。一般说来，在 A、B 两点固定时，这个积分值还应与积分路径有关。但自然界存在一些特殊而重要的力场，质点在这些力场中移动，场力所作的功与路

径无关，只与始末两点位置有关，我们称这种力为保守力，相应的力场叫保守力场。这时，可以用一个只与空间位置有关的标量函数之差表示 W，令 $-V$ $(\vec{r})$为此标量函数，则

$$W=\int_{A}^{B}\vec{F}\cdot\mathrm{d}\,\vec{r}=[-V(\vec{r}_{B})]-[-V(\vec{r}\,A)]$$

$$=V(\vec{r}_{A})-V(\vec{r}_{B})$$

简记为

$$W=\int_{A}^{B}\vec{F}\cdot\mathrm{d}\,\vec{r}=V_{A}-V_{B} \tag{1.1.9}$$

其中，$V=V(\vec{r})$ 就是势能。再改写上式，得

$$\int_{B}^{A}\vec{F}\cdot\mathrm{d}\,\vec{r}=-\,(V_{B}-V_{A})=-\,\Delta V$$

若 A、B 两点无限靠近，则 $\Delta V\rightarrow\mathrm{d}V$，上式变为

$$\vec{F}\cdot\mathrm{d}\,\vec{r}=-\,\mathrm{d}V \tag{1.1.10}$$

这是（1.1.9）的微分形式。

当质点只受保守力作用时，（1.1.8）和（1.1.9）两式同时成立，则得到

$$\frac{1}{2}mv_{A}^{2}+V_{A}=\frac{1}{2}mv_{B}^{2}+V_{B}=\mathrm{const} \tag{1.1.11}$$

即只在保守力作用下运动的质点，其动能与势能的总和在运动中保持不变，即机械能守恒。以 E 表示总机械能，上式简记为

$$E=T+V=\mathrm{const}$$

三、非惯性平动参照系

若两个参照系之间作无相对转动的平动时，我们可以选定其中的一个作为静止参照系 s，而另一个相对 s 作平动的参照系称为平动参照系 s'（见图 1.1.1）。质点 p 在 s、s' 两参照系中的位矢变换式为

$$\vec{r}=\vec{r}_{0}+\vec{r}\,' \tag{1.1.12}$$

上式两边同时对 t 求导，则

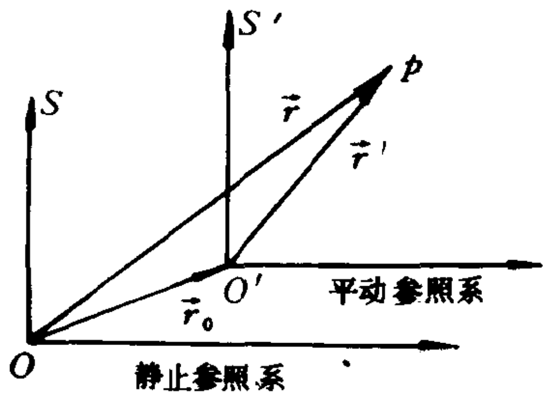

图 1.1.1

$$\dot{\vec{r}}=\dot{\vec{r}}_0+\dot{\vec{r}}\,'$$

式中，$\dot{\vec{r}}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=\vec{v}$ 是 p 点对 s 的速度，叫绝对速度；$\dot{\vec{r}}_0=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}_0}{\mathrm{d}t}=\vec{v}_0$ 是 s' 相对 s 的速度，叫牵连速度；最后一项 $\dot{\vec{r}}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}\,'}{\mathrm{d}t}=\vec{v}\,'$ 是 p 点对 s' 的速度，叫相对速度，于是上式可写成

$$\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{v}\,' \tag{1.1.13}$$

此式再对 t 求导，得

$$\dot{\vec{v}}=\dot{\vec{v}}_0+\dot{\vec{v}}\,'$$

即得到加速度变换关系，上式可直接写成

$$\vec{a}=\vec{a}_0+\vec{a}\,' \tag{1.1.14}$$

其中 $\vec{a}$、$\vec{a}_0$、$\vec{a}\,'$ 分别为绝对的、牵连的和相对的加速度。

下面再导出非惯性平动参照系中质点的运动定律。

设 s 为惯性系，s' 相对 s 以加速度 $\vec{a}_0$ 作平动，则 p 点在 s 参照系中的动力学方程为

$$m\vec{a}=\vec{F}$$

其中，$\vec{F}$ 为质点 p 所受的合外力，m 为其质量，$\vec{a}$ 为绝对加速度。将上面的加速度变换式代入，则有

$$m\vec{a}_0 + m\vec{a}' = \vec{F}$$

这是$\vec{F}$与$\vec{a}'$的关系，可见对于s'参照系来说牛顿第二定律并不成立，即$m\vec{a}' = \vec{F}$并不成立。

将上式改写成

$$m\vec{a}' = \vec{F} + (-m\vec{a}_0)$$

而把$-m\vec{a}_0$看成一个力，并称之为惯性力，即

$$\vec{F}_{惯} = -m\vec{a}_0 \tag{1.1.15}$$

则有

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{惯} \tag{1.1.16}$$

在引入这种假想的力——惯性力后牛顿定律在形式上仍然成立。这里的$\vec{F}$是物体之间相互作用的力，通常称为牛顿力。

§1.2 直角坐标系

上节的各基本原理中的矢量式，在具体计算时要考虑在什么坐标系中进行。因此，要讨论在各种坐标系中，这些公式的具体表示形式。在解算力学问题时，用得最多的是直角坐标系。

直角坐标系可以用于自由质点运动的情况。所谓自由质点，是指质点的运动不受任何其它物体的约束限制，受力后，可向空间任意方向发生位移。我们常称这种力为主动力，如拉力、引力、弹性力、电磁力等。这些力单独存在时都能引起物体的运动。

一、运动微分方程

自由质点在直角坐标系中的运动微分方程可以写成三个标量方程。取定坐标原点O及$O-xyz$坐标后，$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t)$的分量式是

$$\left.\begin{aligned} m\ddot{x} &= F_x(x,y,z,\dot{x},\dot{y},\dot{z},t) \\ m\ddot{y} &= F_y(x,y,z,\dot{x},\dot{y},\dot{z},t) \\ m\ddot{z} &= F_z(x,y,z,\dot{x},\dot{y},\dot{z},t) \end{aligned}\right\} \tag{1.2.1}$$

上式是三个二阶常微分方程，再加上质点运动的起始条件，即 $t=0$ 时的 $x=x_0$、$y=y_0$、$z=z_0$ 及 $\dot{x}=u_0$、$\dot{y}=v_0$、$\dot{z}=w_0$，就可以解出质点的运动方程

$$\left.\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned}\right\} \tag{1.2.2}$$

此式消去 t 后，即得到质点的轨道方程。

［**例 1**］ 质量为 m 的小球在空气介质中自由下落，初速度为零，求质点的运动规律。已知小球受的阻力 $R=-cv$，$c>0$ 为恒量。

解 取 x 轴向下为正，出发点为原点，则质点受两个力：一是重力 $\vec{W}=mg\vec{i}$，一是阻力$\vec{R}=-c\dot{x}\vec{i}$。根据以上条件可作出图 1.2.1，图中右边画出了小球的受力图。

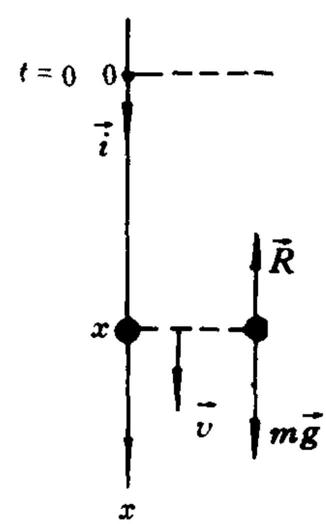

图 1.2.1

先列出矢量形式的微分方程

$$m\ddot{\vec{r}}=\vec{W}+\vec{R}$$

代入$\vec{W}$、$\vec{R}$表示式，并考虑 $\ddot{\vec{r}}=\ddot{x}\vec{i}$，则

$$m\ddot{x}\vec{i}=mg\vec{i}-c\dot{x}\vec{i}$$

标量方程只有一个

$$m\ddot{x}=mg-c\dot{x} \qquad ①$$

起始条件为：$t=0$ 时

$$x_0=0,\ \dot{x}=0 \qquad ②$$

令 $v^* = \dfrac{mg}{c}$，代入①式，并整理，得

$$\ddot{x} = g\left(1 - \frac{\dot{x}}{v^*}\right) = \frac{\mathrm{d}\dot{x}}{\mathrm{d}t}$$

取积分

$$\int_0^{\dot{x}} \frac{\mathrm{d}\dot{x}}{1 - \dfrac{\dot{x}}{v^*}} = \int_0^t g\mathrm{d}t$$

积分后得到

$$v^* \ln\left(1 - \frac{\dot{x}}{v^*}\right) = -gt$$

故

$$\dot{x} = v^*\left(1 - \mathrm{e}^{-gt/v^*}\right) \tag{③}$$

讨论：当 $t = 0$ 时 $\dot{x} = 0$，而 $t \to \infty$ 时 $\dot{x} = v^*$，称 v^* 为极限速度。计算结果表明，空气中自由下落的质点不会被无限加速。

对③式再积分，得到质点的运动方程

$$x = v^* t - \frac{{v^*}^2}{g}\left(1 - \mathrm{e}^{-gt/v^*}\right) \tag{④}$$

讨论：令 $\tau = \dfrac{m}{c}\left(= \dfrac{v^*}{g}\right)$，以此作为判断时间长短的一个参考，称为特征时间。比如 $t=3\tau$ 时，$\dot{x} = 0.95v^*$，可以认为已接近极限速度。将 τ 表达式代入④式，消去 g 得

$$\frac{x}{v^*\tau} = \frac{t}{\tau} - \left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right) \tag{⑤}$$

当 $t \ll \tau$ 时，将⑤按 $\dfrac{t}{\tau}$ 小量的幂级数展开

$$\frac{x}{v^*\tau} = \frac{t}{\tau} - \left[1 - \left(1 - \frac{t}{\tau} + \frac{1}{2}\frac{t^2}{\tau^2} - \frac{1}{6}\frac{t^3}{\tau^3} + \cdots\right)\right]$$

$$=\frac{1}{2}\frac{t^2}{\tau^2}-\frac{1}{6}\frac{t^3}{\tau^3}+\cdots$$

略去高阶小量，并把$\tau=\dfrac{v^*}{g}$代入得

$$x\approx\frac{1}{2}gt^2$$

可见开始下落时，在$t\ll\tau$阶段，小球几乎作无阻尼的自由落体运动。

下面再举一个三维空间运动问题。

［**例 2**］　求带电粒子在均匀磁场中的运动。已知粒子质量为m，所带电量为q。

解　取直角坐标系，使z轴沿$\vec{B}$的相反方向，x轴的方向取在使初速度在x轴上的投影为零的方向（见图 1.2.2）。于是$\vec{B}$的分量是（0，0，$-B$），并设$t=0$时

$$\left.\begin{aligned}&x=x_0,\ y=y_0,\ z=z_0\\&v_{0x}=0,\ v_{0y}=u,\ v_{0z}=w\end{aligned}\right\}\qquad①$$

由电磁学可知，带电粒子受力$\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$是洛仑兹力。运动微分方程为

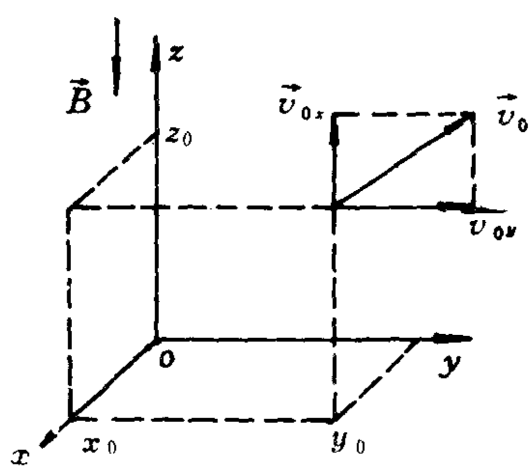

图 1.2.2