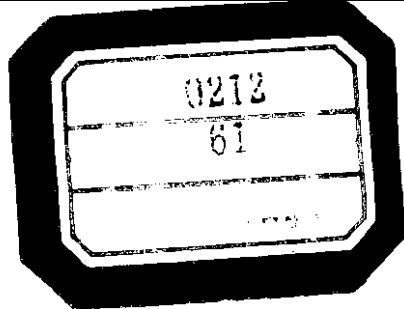


数理统计

滕素珍 姜炳蔚 任玉杰 李浩 编著

大连理工大学出版社





1730171

数理统计

滕素珍 姜蔚 任玉杰 李浩 编著

(第二版)



大连理工大学出版社



B1295761

(辽)新登字 16 号

图书在版编目(CIP)数据

数理统计/滕素珍等编著. —大连:大连理工大学出版社,
1996. 7 第 2 版
ISBN 7-5611-0264-X

I. 数… I. 滕… II. 数理统计 N. O212

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 05951 号

数 理 统 计

滕素珍 姜炳蔚 任玉杰 姜浩 编著
(第二版)

大连理工大学出版社出版发行
(大连市凌水河 邮政编码 116024)
大连海事大学印刷厂印刷

开本:850×1168 1/32 印张:15.25 字数:383 千字
1990 年 2 月第 1 版
1996 年 7 月第 2 版 1996 年 7 月第 2 次印刷
印数:1501—3500 册

责任编辑:王佳玉

责任校对:何 萍

封面设计:孙宝福

ISBN 7-5611-0264-X

定价:13.50 元

O · 46

前 言

数理统计学是数学的一个独立学科,是一门年轻而引人入胜的科学。数理统计在自然科学、社会科学和管理科学中起着重要的作用。在工农业生产、日常生活和国民经济的发展中得到日益广泛的应用并取得丰硕成果。

本书主要作为高等工科院校和高等师范院校研究生的试用教材,也可作为高等院校本科生辅修或自修的参考书,同时也可作为从事教育、科学研究、科学试验、经济管理和工程技术的工作者系统掌握数理统计基本内容的一本很好的参考书。有些读者也可以越过一些定理的证明,而去侧重了解数理统计的思想、原理、方法和应用。

本书要求读者具备大学的微积分、基础概率和线性代数知识。

本书的特点如下:

一、将必需的概率分布作为预备知识放在书末附录中,其他必备的概率基础知识和矩阵知识穿插在有关章、节中。本书着重叙述它们的结论或少量的论证,发挥了承上启下的作用和工具作用。

二、该书系统、全面地阐述数理统计的基本内容,为读者提供了数据处理、统计分析和统计推断的理论基础和方法指导。该书力求由浅入深,解释清楚,结合应用实例,便于理解和自学。通过学习可使读者基本掌握处理随机数据的数学方法,运用数理统计的思考方法去分析和解决在科研、经济管理和实际工作中所遇到的问题。

三、为了减少读者学习时碰到的思路上的障碍,把作为统计推断基础的抽样分布与第一章数理统计的基本概念分开,单独列为

第三章。把估计理论分为两章:第二章阐述求参数估计的方法,内容简单易懂;第四章研究估计量的优良性质,讨论寻找最优估计量的方法、区间估计。第四章包含较清晰的理论证明和较多的应用例题。假设检验也分两章:第五章着重解释参数假设检验的概念和术语,阐述假设检验原理、步骤,列举较多的应用实例;第六章讨论非参数假设检验,除了常用的 χ^2 -拟合优度检验,还包含 K-S 检验、符号检验,秩检验和游程检验。由于线性回归模型是数理统计的重要分支,所以第七章详细而系统地研究了简单线性回归模型,并用矩阵表达式对多元线性回归模型分两节作较深刻的最小二乘分析、预测分析和模型的讨论。第八章把试验设计和方差分析结合为一体,体现科学分析方法和试验数据的相互利用。

四、本书包含一些现代较新的内容。如大样本估计理论和大样本假设检验、贝叶斯估计、最优检验、秩检验和游程检验、带约束的最小二乘估计、试验设计及对回归模型的讨论。

五、各章列举较多例题,并配有相当数量的习题。包含计算题、查表题、概念性题和证明题。考虑到各专业的读者和不同层次的读者,配有较多的、范围较广的应用题,并且题目有易有难。通过做适量的题目,可举一反三,能把不同实际背景的问题抽象为相同或不相同的统计模型。通过做题能基本掌握和理解统计推断方法,使学到的知识得到升华。

书末所附习题答案,仅供读者参考。

本书的原始稿是讲义,几经试用、修改和补充,1988 年完成正式出版稿,1990 年由大连理工大学出版第一版。在第一版的基础上进行了大幅度修改,增添部分内容,形成现在的第二版稿。第二版试图把数理统计的基本概念解释得更深刻,数理统计的基本方法阐述得更完善,例题和习题更典型、丰富,有些章、节末增加了小结、概括或注意事项。第二版增添了正交试验设计,并把它与方差分析结合为一体。因为试验得到的数据需要进行科学分析,而方差

分析正是分析试验数据的方法,相辅相成,充分体现科学方法与实际的紧密结合。本书增添了较多的习题,特别是结合各专业的应用题。还增添了数理统计必需的概率分布内容,作为预备知识放在书后附录中。

本书内容基本按照“工科院校研究生数理统计课程研讨会”的要求设计的,并比要求的内容更加丰富。江先荣、王朝杰、吴宝玉教授,林建华副教授曾给本书提出宝贵意见。大连理工大学研究生院、大连理工大学出版社和大连理工大学教务处对本书出版给予大力支持。在此表示衷心感谢。

由于作者水平有限,书中一定存在不妥之处,真诚地希望各位专家、读者提出批评和指正。

滕素珍

1996年3月于大连理工大学



1	前 言
1	第一章 引 言
1	§ 1.1 什么是数理统计学
2	§ 1.2 统计推断
4	§ 1.3 数理统计的基本概念
4	一、总 体
6	二、样 本
11	三、统计量
18	四、顺序统计量
20	五、经验分布函数
22	习题一
26	第二章 参数的估计方法
26	§ 2.1 点估计
27	§ 2.2 矩 法
32	§ 2.3 最小二乘法
36	§ 2.4 极大似然法
38	一、似然函数
38	二、极大似然估计量
49	§ 2.5 贝叶斯法
49	一、决策理论的基本概念
51	二、贝叶斯估计量
58	习题二
65	第三章 统计量的抽样分布

66	§ 3.1 特征函数
66	一、随机变量的特征函数
69	二、特征函数的基本性质
73	§ 3.2 导出分布
73	一、 χ^2 -分布
75	二、 t -分布
78	三、 F -分布
80	§ 3.3 统计量的抽样分布
80	一、样本平均数的分布
81	二、正态总体样本线性组合的分布
84	三、样本平均数和样本方差的独立性
87	四、样本平均数和样本方差函数的分布
90	五、非正态总体的抽样分布
91	§ 3.4 顺序统计量的分布
92	一、顺序统计量的联合分布
92	二、任何一个顺序统计量的分布
94	三、任何两个顺序统计量的联合分布
95	四、样本极差的分布
98	习题三
103	第四章 估计量的优良性质和最优估计量
103	§ 4.1 无偏估计量
109	§ 4.2 一致最小方差无偏估计量
109	一、一致最小方差无偏估计量的定义
110	二、充分统计量和完备统计量
118	三、关于一致最小方差无偏估计量的几个定理
124	§ 4.3 有效估计量
124	一、信息函数

127	二、信息不等式
129	三、有效估计量
132	§ 4.4 点估计的大样本性质
132	一、有效率
132	二、渐近正态性
134	三、相合估计量
137	§ 4.5 置信区间
137	一、置信区间的意义
142	二、正态总体参数的置信区间
148	三、两个正态总体数学期望之差($\mu_1 - \mu_2$)的置信区间
153	四、两个正态总体方差之比(σ_1^2/σ_2^2)的置信区间
156	习题四
165	第五章 参数的假设检验
165	§ 5.1 统计假设检验的基本概念
167	一、原假设和备择假设
168	二、临界域
169	三、两类错误
170	四、假设检验的基本步骤
174	§ 5.2 正态总体参数的假设检验
174	一、一个正态总体参数的假设检验
183	二、两个正态总体参数的比较
189	§ 5.3 参数假设检验概要
189	一、假设检验的详细步骤
190	二、假设检验的基本假设条件
191	三、假设检验的类型
195	§ 5.4* 最优检验
196	一、势函数

198	二、最优检验
206	习题五
216	第六章 非参数的假设检验
217	§ 6.1 χ^2 -拟合优度检验
225	§ 6.2 Kolmogorov-Smirnov 检验
225	一、一个总体分布函数的检验
229	二、两个总体分布函数的比较
237	§ 6.3 独立性检验
238	一、 (X, Y) 的联合分布是二维正态分布
240	二、 (X, Y) 的联合分布是任何二维分布
247	习题六
260	第七章 线性回归模型
260	§ 7.1 问题的提出
264	§ 7.2 简单线性回归模型
264	一、线性模型
265	二、简单线性回归模型
266	三、最小二乘估计量和最小二乘分析
279	四、 σ^2 的无偏估计量
280	§ 7.3 回归系数的假设检验和置信区间
283	一、回归系数的假设检验
284	二、回归系数的置信区间
285	§ 7.4 简单线性回归模型的显著性检验
289	§ 7.5 预 测
293	§ 7.6 多元线性回归模型 I
296	一、几种特殊矩阵
297	二、多元线性回归模型的矩阵表达式
301	三、 β 的最小二乘估计量及其性质

305	四、 σ^2 的无偏估计量及其性质
306	五、带有约束的最小二乘估计量
307	§ 7.7 多元线性回归模型 I
308	一、 β 和 σ^2 的极大似然估计量
309	二、极大似然估计量 $\hat{\beta}$ 和 $\hat{\sigma}^2$ 的性质
311	三、多元线性回归模型的假设检验
318	四、回归系数的假设检验
323	五、预 测
325	习题七
343	第八章 试验设计和方差分析
344	§ 8.1 试验设计
344	一、试验设计的基本概念
347	二、正交表介绍
351	三、用正交表安排试验及直观分析
359	§ 8.2 方差分析
361	一、单因素方差分析
365	二、双因素方差分析
372	三、多因素方差分析
379	§ 8.3 介绍几种试验设计方法
379	一、有交互作用的试验设计
383	二、拟水平设计法
385	三、部分追加设计法
388	四、并列设计法
390	习题八
401	附 录
401	I * 预备知识
402	一、离散型随机变量的概率分布及数字特征

407	二、连续型随机变量的概率分布及数字特征
413	I 柯赫伦定理
414	III 习题答案
414	习题一
416	习题二
418	习题三
420	习题四
422	习题五
426	习题六
428	习题七
433	习题八
436	IV 常用数理统计表
436	附表 1 随机数表
440	附表 2 二项分布数值表
447	附表 3 普阿松分布的概率数值表
449	附表 4 普阿松分布数值表
450	附表 5 标准正态分布数值表
453	附表 6 χ^2 -分布上侧分位数表
456	附表 7 t -分布上侧分位数表
458	附表 8 F -分布上侧分位数表
472	附表 9 D_n 的极限分布数值表
473	附表 10 秩检验分位数表
474	参考文献

第一章 引言

§ 1.1 什么是数理统计学

在我国,数理统计学与西方的统计学含义大致相同,既包含统计学的数学基础,又包含统计方法和应用。Lothar Sachs 在《Applied Statistics A Handbook of Techniques》一书中对统计学的定义和所研究的对象作了精辟的概述。书中指出:“统计学是数据的艺术和科学,通过产生、收集、描述、分析、总结和表达数据达到发现新知识的目的。统计学的基本任务:描述、确定、作出判断,得出与总体有关的推断。”具体说,数理统计学的重要内容包含三部分:收集数据、统计分析和统计推断。收集数据通过实验、抽样调查、普查或查阅以往记录的资料而获得,这些数据必须经过整理和分析之后才可用。统计分析是指用科学的方法对数据进行归纳整理、分析和解释,从而揭示出它们的基本特性和重要关系,以便确定数据的变化规律和趋势。统计推断是数理统计学的重要课题。它是指利用收集的有效数据,在统计分析的基础上,对总体进行推断,如对总体估计、检验或预测。我们往往不是对研究的全部对象进行观察,而是从全体对象组成的总体中抽取能代表总体的样本,对样本进行观察,取得数据,随之将此数据加以归纳整理,最后利用样本的特性推断总体的相应特性。取得数据的目的是为了得到总体的情报,以便对总体采取必要的措施。例如,了解一个城市的居民交通出行情况,由于人力、物力、时间的限制,不可能对每个人都调查,而是通过抽样调查,即抽取部分居民调查,由样本提供的信息,

估计整个城市居民的交通出行量或预测未来特定年的交通出行量,帮助研究工作者或决策部门,在不确定的情况下,或在缺乏完整资料的情况下,作出明智的决策,制定出可行的交通规划。

统计学大致分两类:(1)描述统计学——研究整理和描述数据的方法。(2)推断统计学——研究用从总体中抽取的样本所提供的信息,对总体作出推断的方法。要求以数学作基础,特别是概率论。

数理统计学是通过对随机现象的大量观察以总结出随机现象的规律性。换句话说,数理统计学只研究带有随机性的数据中的数学问题。这种数据来自随机试验的结果。凡结果受到随机变量或测量误差影响的观察和试验都称为随机试验。

数理统计学以概率论作基础,同时在概率基础上发展了应用,并成为数学的一个独立学科。

§ 1.2 统计推断

通常简略称统计推断为用样本推断总体。它的深刻含义通过阅读全书便可逐渐理解。

自第一章至第七章将系统地讨论统计推断的理论和方法。大多数情形,不论理论还是实际,都是把所产生的数据的分析作为最终的努力方向。不过,数理统计涉及的数据是随机试验的结果。举例如下。

例 1.2.1 一个试验工作者,为了确定某个物理量 a (常数),进行 n 次独立试验。因为他做的度量受随机误差的影响,所以把度量得到的数据写作 a 加上随机变量 ϵ_i ,即度量模型为

$$Y_i = a + \epsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

其中 Y_i 是可观察的随机变量。

例 1.2.2

一批产品,总数是 N ,次品率 θ 是未知数。显然次品数 $N\theta$ 也是未知数。要知道关于 θ 的信息,一个办法是对全体产品逐一检验;另一个办法是抽取样本进行检验。因为前者花费太大,尤其是破坏性产品,一经检验就浪费了,所以很少采用此种办法。通常采用后者,从总体中抽取随机样本,对样本的每个产品逐一检验,获得关于 θ 的信息。此时,数据的收集是样本中的次品数。次品数是随机变量。

实质上,统计推断问题,是用随机试验产生的数据,估计未知参数,检验实际与理论的一致性。

随机试验就是对随机现象的观察,观察结果用一个实数来描述,它取决于随机试验的结果,称为随机变量。在概率论中,随机变量服从什么概率分布是已知的。但是,在实际问题中,随机变量服从什么概率分布是未知的。所谓未知,一是指概率分布的类型未知。例如,录音机的寿命服从什么分布,不可能精确回答。二是指概率分布的类型已知,而概率分布所含有的参数未知。例如,人的身高服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$,其中 μ 和 σ^2 的精确值未知。

上述各例中的物理量 a ,次品率 θ ,正态分布中的 μ 和 σ^2 等,都是未知参数,它们的精确值不知道,只好用估计值代替。通常抽取样本(或称为样品) $X_1, X_2, \dots, X_n$,由它们构造函数,如用 $T(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 表示, T 作为未知参数的估计量或估计值。统计推断提供各种估计方法,并评定各种方法所求出估计量的优劣,运用这些方法对提出的问题做出最终回答。这部分内容是统计推断主要组成部分之一,称为估计理论。

如果对正态分布中的 μ 和 σ^2 提出假设,或对随机变量的概率分布提出假设,例如假设录音机寿命服从威布尔(Weibull)分布。统计推断提供各种检验方法,对所作的假设给出是与否的回答。这些研究内容是统计推断的另一主要组成部分,称为假设检验。

预测问题也是统计推断研究的主要内容。例如市场预测、气象和地震预报、人口预测及其他反应变量的预测。统计推断为这些课题提供数学理论和方法,建立统计模型的准则,选择自变量的准则等。同时,统计推断在解决实际课题中起到一定指导作用和定量化分析作用。

统计推断的思考方法是从总体中抽取随机样本,且抽样具有可重复性。用样本提供的信息,估计未知参数的精确值,检验总体服从什么概率分布,预测人们感兴趣的反应变量等多种内容。当然,推断是有风险的,所以每一个推断必然伴随概率,以判定推断的可靠性。

§ 1.3 数理统计的基本概念

数理统计学,不论理论或应用,最基本的问题是研究总体和样本的关系。前面涉及到总体和样本,本节将解释总体、样本和在数理统计学中常用的其他基本概念。

一、总 体

在多数实际问题中,人们感兴趣的是一批物或一群人具有的某种特性。例如,要调查某地区全体大学生的身高、体重和视力,以便了解青年学生的健康状况。又如,要检查某灯泡厂每天生产的灯泡的耐用时间,以便了解产品的质量,等等。某地区的全体大学生,每天生产的一批灯泡,都称为总体。

定义 1.3.1 所研究对象的全体组成的集合称为总体或母体。组成总体的每个对象称为个体。

当然,总体中包含的个体都具有我们感兴趣的相同特征。

总体是一些个体或现象组成的集合。确切地说,总体是一些观察值组成的集合。

在传统的抽样理论中,总体看作是无限总体。在抽样调查中,总体是有限总体,这时总体包含的个体数目称为总体容量,通常用 N 表示。

一般地,总体是客观存在的。例如,从一箱灯泡中抽取几个,测试其寿命,则一箱灯泡构成一个总体,实质上是灯泡寿命的所有可能取值构成一个总体。这个总体是客观存在的,从一个存在的总体中抽取一个随机样本,是一个规范的问题。有时也存在偏离规范的情形。例如,对一种化工原料,取样 20 个用 A 种方法处理,取样 25 个用 B 种方法处理,比较含脂率。样本是存在的,由 45 个样品组成,但总体是概念性的。换句话说,总体是不存在的,只是设想的一个总体。设想有一批原料,其中一半用 A 种方法处理,另一半用 B 种方法处理,分别从这两部分中抽取 $n_1 = 20, n_2 = 25$ 的样品。

总体有两种类型:(1) 由所研究的全体人或物组成的集合;(2) 由数组成的集合。而第一种情形可以归纳到第二种情况。因为由人或物构成的样本空间,每个人或物对应一个数。例如,每个人对应一个身高,称这个数是随机变量。如果对人的总体来说,则人的身高的全体组成了数的总体。数组成的总体,能够从理论上通过概率分布来描述。如果感兴趣的是人的身高,则总体服从正态分布;如果感兴趣的是人的性别,即男性和女性,或人的年龄,即小于 30 岁和大于、等于 30 岁,则总体服从贝努里分布;如果感兴趣的是男性人数,则总体服从二项分布。

称总体服从什么分布,意指总体中包含个体的数字指标服从什么分布。例如,一批灯泡组成一个总体,我们测试的是它们的寿命。称总体 X 服从参数为 θ 的指数分布,意指总体中每个灯泡的寿命服从指数分布。

与总体有关的特征值都称为参数,例如均值、方差、标准差等