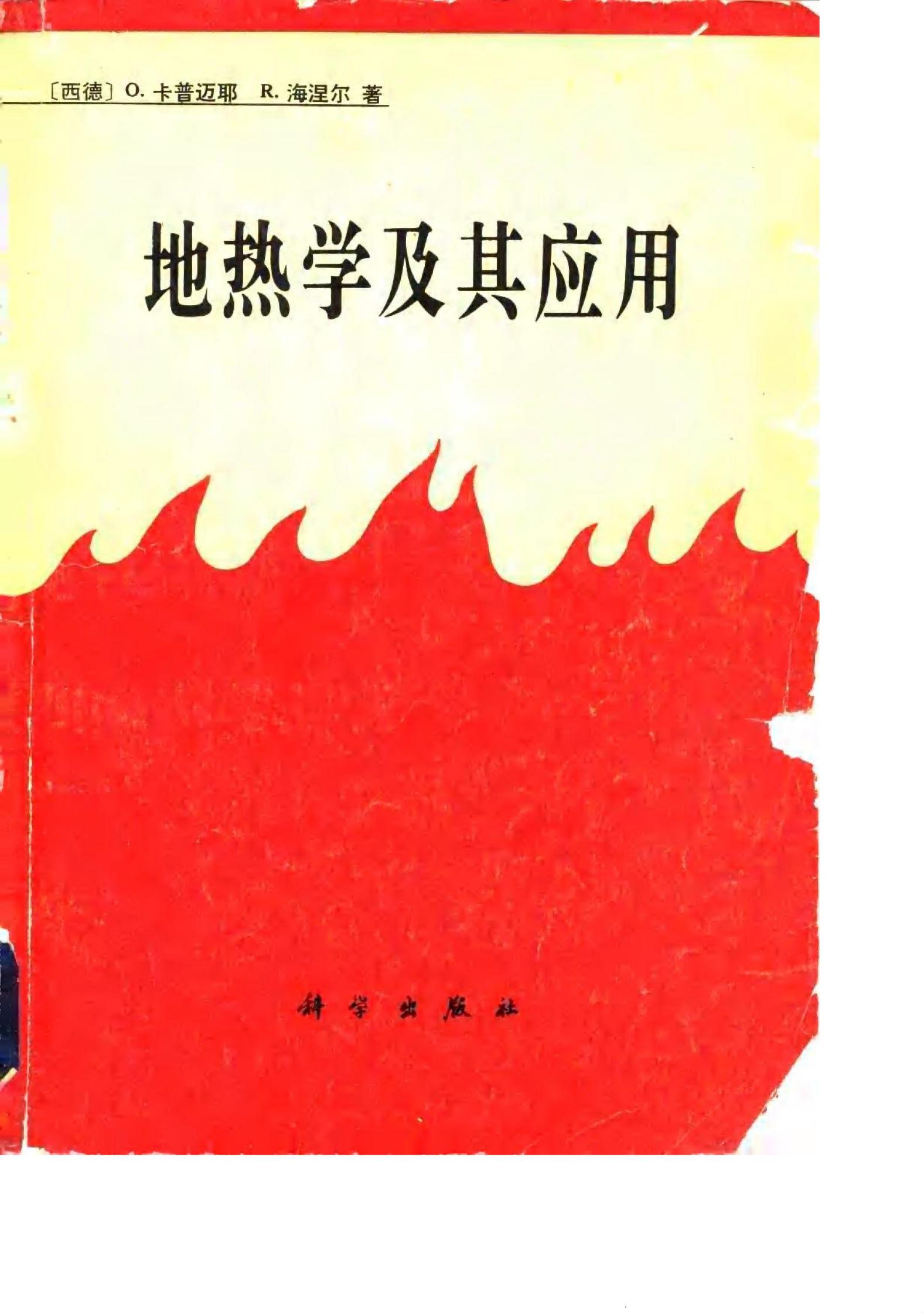


〔西德〕 O. 卡普迈耶 R. 海涅尔 著

# 地热学及其应用



科学出版社

# 地热学及其应用

[西德] O. 卡普迈耶 R. 海涅尔 著

北京大学地质学系地热研究室 译

科学出版社

1981

## 内 容 简 介

本书全面系统地介绍地热学的基础理论、研究方法和实际应用。全书共分两大部分。第一部分(一、二、三章)是论述地热学的基础理论，使地热现象的研究建立在物理学理论的基础上。第二部分(四、五章)着重介绍地热学的实际应用，除地热资源的勘探开发外，地热学在勘探矿床、查明温度异常以及解决与温度异常有关的一些工程技术问题都有广泛的用途。

本书可供从事地质学、地球物理学和地热学以及其他有关工程的科技人员参考，也可作为高等院校地质学系、地球物理学系学生学习地热学的参考书。

O. Kappelmeyer and R. Haenel

GEOTHERMICS

WITH SPECIAL REFERENCE TO APPLICATION

Gebrüder Borntraeger, Berlin-Stuttgart 1974

## 地 热 学 及 其 应 用

[西德] O. 卡普迈耶 R. 海涅尔 著

北京大学地质学系地热研究室 译

\*

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中 国 科 学 院 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1981 年 1 月第 一 版 开本：787×1092 1/16

1981 年 1 月第一次印刷 印张：12

印数：0001—2,200 字数：268,000

统一书号：13031·1455

本社书号：2009·13—15

定 价： 1.90 元

## 译者序

很早以前，人们从火山、温泉等自然现象和开矿的生产活动中，便产生了地球内部是热的这一重要的基本概念。据估计，地球的平均温度在2000℃以上，地球内部蕴藏的热量达 $3 \cdot 10^{30}$ 卡。二十世纪五十年代以来，地热能作为一种新能源日益受到人们的关注。本世纪初从意大利开始的地热发电事业，近年来发展很快，新西兰、墨西哥、日本等先后建成了规模较大的地热电站。美国虽起步较晚，但最近几年对开发地热资源的兴趣很浓，投资急增，收效显著，仅加利福尼亚盖塞尔斯热田装机容量已接近100万千瓦，最大单机容量为11万千瓦。

我国地热资源丰富。从七十年代初期开始，很多地区开展了地热普查、勘探和综合利用的试验研究工作。不久前，在拉萨羊八井热田建成了一座生产性地热实验电站，并将进一步扩大容量。

地球不断地通过地表向外界散放热量。测量大地热流是我们直接了解地球内部热状态的重要手段。大地热流量的大小与地壳地质构造有着密切的联系。大地热流量作为一种大地物理现象开始受到地球物理学家和地质学家的重视。如同地球的电场、磁场、重力场等物理场一样，地球温度场的研究具有重要的理论意义和实际意义。

西德O.卡普迈耶和R.海涅尔合著的《地热学》是一部比较全面和系统地介绍地热学基础理论、研究方法和实际应用的参考书。这本书由两部分组成。第一部分(一、二、三章)是地热研究的基础理论。作者在仔细考虑地热现象和地热活动特点的基础上，尽可能应用物理学理论和数学方法较严格准确地解释和解决地热学许多课题。本书以传热的基本概念和三种热交换方式(传导、对流和辐射)为基础，推论地球内部的热状态，分析地球的各种热源，对地壳的热状态进行了较深入的研究。第二部分(四、五章)是地热学的实际应用。作者特别强调地热学在各方面的应用。书中除详细介绍地热资源勘探开发中的地热研究外，对地热学在其他方面的应用也十分重视。例如勘探各种矿床(硫化物矿床、放射性矿床、盐丘、油气储、地下热卤水等)、判断土壤和浅部含水层温度异常、预测矿井温度、寻找水下泉、检查堤坝漏水和管道泄漏现象、评价放射性废料的地下处理等，都可应用地热学的研究成果和方法。深钻井的地热研究尤为重要，这几乎是目前人们直接观测地壳热状态的唯一手段。而温度测井对于解决和分析钻探施工中的一些生产问题(如水泥固井，气层、水层的层位，泥浆漏失，酸化处理，注水等)也很有效，并且成为一种不可缺少的测井方法。

本书最后一章是地热学常用表格资料，便于读者使用和查对。

遵照学习外国先进经验和“洋为中用”的原则，我们特翻译此书，供我国广大地热科学工作者参考。

本书由佟伟、廖志杰、过帼颖、朱梅湘、张知非、由懋正和刘时彬等同志翻译，佟伟同志校对全书。

北京大学地质学系地热研究室

1978.1.25.

## 作 者 前 言

任何地球物理现象都和地热现象有某种联系。地球内部的一切运动都和地热活动有关。岩石的所有性质都取决于温度。引起地质历史发生转折的一些突发性事件，如火山爆发，或者是较为和缓的热泉，以及气体发散等的地质科学论述，也很自然地和地热活动联系起来。最著名的例子就是普里尼关于公元 79 年维苏威火山爆发的报告，或者是关于希腊火神赫菲斯托斯的古老神话等。

虽然，地热活动往往以惊人的形式显示于地表，如爆发的火山或激喷的间歇泉等，但是它和地震学、重力测量、地磁以及地电学不同，对地热学比较系统的科学研究还只是最近才开展起来。1966 年，李等人的专著《大地热流》第一次使地热问题成为一个讨论的中心和基本课题。现在回顾起来，地热学这么晚才被承认为地球物理学的一个重要和独特的分支，是没有多大道理的。

地热学在应用地球物理学中受到忽视的现象比较容易理解。因为尽管地热现象和各种重大经济问题有许多联系，但是它不象地震学在石油勘探中或者地磁学在航海事业中那样，能够得到应用，以满足对它们来说几乎是生死攸关的需要。

应用地热学潜在的重大应用领域是地热资源勘探。这种能源在发电以及供热方面的重要意义至今还没有被人们充分理解。意大利和新西兰的大型地热电站，以及美国西部最近成功地发现了几处巨大的地热田，都证明地热是一种可以对我们的能源供给做出显著贡献的巨大的能源储备。不过看来，特别重要的可能是地热能应用于建筑物供暖方面的实际可行性。

地热研究的其他领域也获得了重要的结果。例如关于放射性废料地下埋藏的热效应理论研究，以及关于矿井温度预测等，决定矿井温度的参数一部分取决于自然条件，一部分取决于采矿活动和技术等。

本书没有列入与地热学有关系的永久冻土和红外传感问题。关于永久冻土目前已经有了很好的专著。利用飞机和人造卫星的红外遥感快速地识别地热异常的应用迄今仍很有限。我们研究过现代火山区的地物，结果和理论研究相符，它表明：只有当大地热流量超过正常值 300—500 倍时，才可能在红外成像上产生可以识别的对比。这样高的热流量只可能出现在地热显示区的邻近地带。如果间歇泉和喷气孔有实测温度可用，再使用传感技术便没有什么好处。我们希望关于土壤的热性质对地表温度在气候的日变、年变过程中的影响的现代研究，能够得出红外传感技术有益于地热勘探工作的结论来。

积累本书素材所需要的经验是通过我们在担任德意志联邦共和国的联邦地质局和汉诺威下萨克森地质调查所的应用地热学部负责人时取得的，部分材料则来自我们在担任联合国顾问期间，在冰岛、中美洲、东非等国家和地区的工作经验。我们在波恩大学、库阿拉伦波尔大学和班柯克大学的讲演内容也是本书的基本资料。

本书的许多章节是在和我们单位的同事们合作之下写成的。我们深深感谢穆恩德瑞博士的理论贡献。我们得到的西德第一批大地热流量数据是来自克吕兹贝格博士。穆夫

蒂博士还精心地撰写了关于放射性废料地下处理引起的温升一节。

我们特别感谢罗森巴赫教授以及他的克劳斯塔尔大学研究所的长期合作。他的鼓励使我们写成了这本书。感谢他的宝贵帮助,以及他为本书手稿所做出的订正。

奥布赖恩博士为我们校对了英文稿本。最后我们深深感谢佐斯、科斯、别姆和布林克曼等工程师们给予的必要技术帮助。我们还感谢 I. 乔丝小姐,她不但为本书制图,还为手稿打了字。

O. 卡普迈耶

R. 海涅尔

汉诺威/西德

1973年6月

# 目 录

<b>第1章 传热的基本概念</b>	1
1.1 温度	1
1.2 热	1
1.3 热量的贮存	2
1.4 热传导	3
1.4.1 各向同性固体中的热传导	3
1.4.2 各向异性固体中的热传导	4
1.4.3 热传导方程的微分式	6
1.5 热辐射	8
1.6 热对流	11
1.7 初始条件和边界条件	13
1.8 无因次量	16
<b>第2章 地球内部的热状态</b>	18
2.1 热性质的推论	18
2.2 地球能源	20
2.2.1 放射热	20
2.2.2 重力热源	22
2.2.3 次要热源	23
2.3 地球内部的能量损耗	23
2.3.1 大地热流量	23
2.3.2 火山作用的热损耗	29
2.3.3 地震释放的能量	30
2.3.4 各种大地能源的比较	30
2.4 地球内部的温度	31
2.4.1 放射性热源的分布	31
2.4.2 内部深处的温度	35
<b>第3章 地壳的热状态</b>	38
3.1 地壳的热性质	38
3.1.1 热导率	38
3.1.2 比热	43
3.1.3 热扩散率	43
3.2 地壳中的温度和热过程	45
3.2.1 未受地热扰动地区的地下温度	45
3.2.2 地壳形变和岩浆入侵	49
3.2.3 地热区的物理过程和地质条件	55

3.2.4 地表温度和它对地下温度的影响 .....	62
3.2.5 地形、沉积与侵蚀作用的校正 .....	71
3.3 技术活动的影响 .....	80
3.3.1 矿井的温度 .....	80
3.3.2 放射性废料地下处理引起的温升 .....	87
<b>第4章 地热学的实际应用.....</b>	<b>92</b>
4.1 仪器 .....	92
4.1.1 温度计 .....	92
4.1.2 热导率测量 .....	94
4.1.3 量热箱 .....	96
4.1.4 深海仪器 .....	98
4.2 地热能勘探 .....	100
4.2.1 地热能的经济情况 .....	101
4.2.2 地表显示的研究 .....	103
4.2.3 地球物理测量和浅孔研究 .....	105
4.2.4 深部勘探钻进 .....	110
4.3 地下水和其他水文学问题 .....	111
4.3.1 与热泉调查特别有关的天然变热地下水 .....	111
4.3.2 浅部含水层 .....	117
4.3.3 水下泉 .....	120
4.3.4 渗水堤坝 .....	121
4.3.5 泄漏管道 .....	122
4.4 各种矿床的勘探 .....	124
4.4.1 硫化物矿床 .....	124
4.4.2 放射性矿床 .....	126
4.4.3 盐丘 .....	127
4.4.4 油储和天然气储 .....	130
4.4.5 地下热卤水矿床 .....	131
<b>第5章 深井的地热研究.....</b>	<b>135</b>
5.1 钻井操作引起的温度扰动 .....	135
5.2 水泥顶面的定位 .....	139
5.3 井内气体释放 .....	140
5.4 水力破碎评价 .....	143
5.5 酸处理评价 .....	143
5.6 进水层位的确定 .....	144
5.7 泥浆漏失带的定位 .....	144
5.8 注水控制 .....	145
5.9 地热梯度与岩层的关系 .....	145
5.10 水文学上的应用.....	147
<b>第6章 表格资料.....</b>	<b>149</b>
6.1 符号一览 .....	149

<b>6.2 换算表</b>	150
6.2.1 长度、面积、体积、质量、重量、密度和压力	150
6.2.2 热导率	151
6.2.3 比热	151
6.2.4 传热系数	151
6.2.5 热流量	152
6.2.6 各种能量单位的换算	152
6.2.7 热产率的转化因子	151
<b>6.3 0—50°C的岩石热性质</b>	153
6.3.1 火成岩和火山岩类	153
6.3.2 变质岩类	156
6.3.3 沉积物	157
6.3.4 矿物	158
<b>6.4 岩石热性质的温度效应</b>	159
6.4.1 热导率	159
6.4.2 比热	162
6.4.3 热扩散率	163
<b>6.5 岩石热导率随压力一个方向上变化的改变情况</b>	164
<b>6.6 岩石热导率的各向异性因数</b>	165
<b>6.7 各种岩石的 U、Th、K 含量和放射性热产率</b>	166
6.7.1 超铁镁质岩类	166
6.7.2 火成岩类	167
6.7.3 沉积岩类和沉积物	168
<b>6.8 冰、水和干空气的热学参数</b>	168
6.8.1 冰	168
6.8.2 水	169
6.8.3 760 托的干空气	169
<b>参考文献</b>	170
<b>汉英人名对照</b>	179
<b>汉英地名对照</b>	180

# 第1章 传热的基本概念

地热学研究假定，传导传热、对流传热和辐射传热等三种热交换方式的物理学原理也适用于自然界。

传导传热控制着几乎整个地壳(地壳通常都是由固态岩石组成的)的热状态。固体内部的热交换是在分子的晶格间作用中进行的，这种作用就是热传导的物理过程。

对流传热主要在地球有大量物质(以液体形式为主)发生转移的地带内进行。大量物质转移过程则发生在地下的局部圈闭带，如火山活动区，或者发生在流动地下水到达的区域以内。天然地热条件当受到钻井和采矿活动扰动时，对流也将成为决定性的现象。

辐射传热发生在地球的表面。地表温度决定于太阳和地球之间的热辐射交换。如果岩体的温度很高，辐射传热也必需予以考虑。

下面引入的某些热性质定义和传热理论的初步概念都不准备作无止境的论述，我们只是为本书各个章节提供最起码的数学基础，并进而涉猎一些地热学将要遇到的一些公式和热性质的定义。

如果要详细研究传热理论，我们建议读者参看文献 [36]、[115]、[52] 以及其他内容十分广泛的著作。

## 1.1 温 度

温度的概念来源于人体的皮肤以及其他许多感官所固有的特殊感觉。在物理学中，温度是组成一个物体的分子无序动能的一种量度。

在常用单位体系中，温度被认为是当然的单位体系，它并不使用长度、质量和时间等基本单位来表征。目前使用的温度标度有几种，科学和技术文献常用摄氏温标 [ $^{\circ}\text{C}$ ] 和开尔文温标 [ $^{\circ}\text{K}$ ]，某些国家也采用华氏温标 [ $^{\circ}\text{F}$ ]。各种温标的温度换算关系如下：

$$[{}^{\circ}\text{K}] = 273 + [{}^{\circ}\text{C}] \quad (1.1)$$

$$[{}^{\circ}\text{C}] = \frac{5}{9}([{}^{\circ}\text{F}] - 32)$$

$$[{}^{\circ}\text{F}] = \frac{9}{5} [{}^{\circ}\text{C}] + 32$$

本书基本上采用摄氏温标来表示温度，但在某些辐射问题中也使用开尔文温标。

## 1.2 热

据热力学第一定律，热是能的一种形式，它来源于它种能，而且在一定的条件下，又可以转化为另一种能。一个物体的受热可以简单地表示如下：

$$Q = \Delta E + W \quad (1.2)$$

式中  $Q$  = 进入该物体的热量

$\Delta E$  = 该物体内能的改变量

$W$  = 对该物体所做的功

在物理学中,热能单位一般用卡表示。工程问题则使用较大的单位即千卡表示。英、美等某些国家也使用英国热量单位来量度热能。

表示其他形式能的最常见单位有千瓦·小时[kWh],焦耳,尔格和米·千磅[mkp]等。能量最常见单位的换算请参看第6章的表格。

### 1.3 热量的贮存

任何物质都有贮存热量的能力。每当一个物体的温度发生变化时,总是伴随着该物体热含量即通常所说的焓的变化。严格说来,焓的变化意味着一个系统的状态在常压条件下所发生的变化。对于气体来说,就必须把恒容下和恒压下发生的状态区别开来。至于固体和液体,由于它们的热膨胀系数很小,上述区别便没有实际价值。

某一物体贮存热量的能力用它的比热来表达。比热定义为一克物质的温度升高1°C所需要的热量。质量为 $m$ 的某一物体,温度由 $\theta_1$ 升至 $\theta_2$ 所需要的热量为:

$$Q = cm(\theta_2 - \theta_1) \text{ [卡]} \quad (1.3)$$

式中  $c$  = 比热 [卡克<sup>-1</sup>度<sup>-1</sup>]

根据方程(1.3),比热也可以用一个微分式来表达:

$$c = \frac{1}{m} \frac{\partial Q}{\partial \theta} \text{ [卡克<sup>-1</sup>度<sup>-1</sup>]} \quad (1.4)$$

当比热严格遵从温度时,便使用关系式(1.4)。

本书第6章的表6.3列举了一些物质的比热。

干岩石和干土壤的比热一般等于 $0.2 \pm 0.02$ 卡克<sup>-1</sup>度<sup>-1</sup>。含水的多孔岩石具有较大的比热。干重 $x_1$ 克的岩石且含有 $x_2$ 克的水,其比热等于:

$$c_{\text{湿}} = \frac{x_1 c_{\text{干}} + x_2 c_{\text{水}}}{x_1 + x_2} \text{ [卡克<sup>-1</sup>度<sup>-1</sup>]} \quad (1.5)$$

对于矿井地热问题来说,由于热交换是在岩体和通入空气之间进行的,所以必须知道空气的比热。

干空气在恒压下的比热 $c_p = 0.24$  [卡克<sup>-1</sup>度<sup>-1</sup>],而且当温度压力改变时,干空气的比热变化不大。

如果每克空气含有 $x$ 克水汽,则空气的比热是:

$$c_{\text{湿}} = \frac{c_p + xc_p}{1+x} \cong \frac{0.24 + 0.45x}{1+x} \text{ [卡克<sup>-1</sup>度<sup>-1</sup>]} \quad (1.6)$$

$c_p = 0.45$  [卡克<sup>-1</sup>度<sup>-1</sup>],是水汽在0°C和100°C之间的比热。

相发生变化时,焓也发生变化。当一个物体的相发生变化时,它或者是放出热量,或者是吸收热量。单位质量物质发生相变时吸收或释放的热量就叫潜热,潜热最重要的例子就是熔化潜热和气化潜热。

熔化潜热是指在熔点温度下的一克物质从固态转变为液态时所吸收的热量,在固结

过程中则将释放出同等的热量。气化潜热的定义与此雷同。相变所吸收(或释放)的热量可以写成:

$$Q = L \Delta m \text{ [卡]} \quad (1.7)$$

式中  $L$  = 潜热 [卡克<sup>-1</sup>]

$\Delta m$  = 发生相变的物质的量[克]

要严格地把潜热和游离热区别开来,后者是指只和温度改变相伴随的焓的变化。在地热学问题中,焓的变化通常包括温度和相两方面的变化,其关系式如下:

$$\Delta Q = \sum cm \Delta \theta + \sum L \Delta m \text{ [卡]} \quad (1.8)$$

式中  $\sum$  是指具有不同比热和不同潜热的各种物质相应量的总和。表 1.1 是一些物质的熔点、沸点和潜热值。

表 1.1 熔点、沸点、熔化潜热和气化潜热

物 质	熔 点 [°C]	沸 点 [°C]	熔化潜热 [卡克 <sup>-1</sup> ]	气化潜热 [卡克 <sup>-1</sup> ]
水	0	100	79.4	539.1
纯 铁	1530	2500	65	1520
金	1063	2700	16	420
碳	3540	4000		12000
铂	1773	3800	27	600
正 交 硫	112.8	444.6	9.4	70
硅	1410	2350		3360

## 1.4 热 传 导

根据热力学第二定律,一个密闭系统内部的温度差将随着时间的推移而均一化。在一个固体中,这种温度均一化过程主要是通过晶格间的相互作用(分子的相互作用)进行的。通过这种作用,当所有的分子都获得某一平均能值,而且物体的各个部分都具有同一温度的时候,该物体就达到了某一状态。温度均一化过程和热从高温点向低温点的流动相伴随。任何两点间的热流动速率则随温差的加大而增加。

### 1.4.1 各向同性固体中的热传导

假定在一个给定的时间内,温度只沿  $x$  轴发生改变。设距座标原点为  $x$  的温度为  $\theta$ 。如果热流动的方向为  $x$  轴的正方向,则根据热力学第二定律,温度将随  $x$  的增加而下降。因此当距离变为  $x + dx$  时,温度将变为  $\theta - d\theta$ 。量  $\frac{d\theta}{dx}$  叫做  $x$  点的温度梯度,并可用度/厘米来表示。

现在我们设想有一个垂直于  $x$  轴,并距原点为  $x$  的平面,则在时间  $dt$  之内,流过这个平面上一块面积等于  $F$  部分的热流量将等于:

$$Q = -kF \frac{d\theta}{dx} dt \text{ [卡]} \quad (1.9)$$

$k$  即热导率,它是一个既取决于组成介质的物质的性质,又取决于它的温度等物理条件的物理量,但是,在许多实际应用中,  $k$  可以作为与温度无关的物理量。

方程(1.9)只是一个基本假定,它不可能从理论上加以证明,这就是傅里叶定律(对于温度场的更一般情况,傅里叶定律用式(1.11)表示)。

在单位时间内流过单位面积的热量就是所谓的热流量  $q$ 。设  $dt$  等于单位时间,  $F$  等于单位面积,则据方程(1.9)可以得到:

$$q_x = -k \frac{d\theta}{dx} [\text{卡厘米}^{-2} \text{秒}^{-1}] \quad (1.10)$$

实际上,导热介质中一个点到另一个点(在所有方向上)的温度变化一般都是连续的,而且随着时间的不同,每个点的温度也不相同。

现在我们把条件简化一下,即温度只沿  $x$  轴方向发生变化,并假定一个更一般的情况,即在所有方向上以及点与点之间的温度变化都是连续的,则表示一个具有各向同性热导率和三向均匀温度场的介质中热流量的最简式可以写成:

$$\mathbf{q} = -k \operatorname{grad} \theta [\text{卡厘米}^{-2} \text{秒}^{-1}] \quad (1.11)$$

$\operatorname{grad} \theta$  代表温度梯度,它是一个向量,表示在热导率为  $k$  的固体中,每一个点的温度最陡变化的幅度和方向。根据梯度的定义,它的方向永远垂直于它所表征的特性值(此特性值在我们所讨论的情况下就是温度)等于恒定的某一个面。

由式(1.11)可以看出,热流量是一个向量,在各向均质的介质内部的任何一个点,热流方向都垂直于温度等于恒定值的某一个面。

在某一时间  $t$  的温度都相同(如都等于  $\theta$ )的各个点所联成的面就称为该瞬时温度等于  $\theta$  的等温面。由于在同一瞬时内,一个点不可能具有两个不同的温度,所以两个等温面不可能相交。在多数情况下,地下温度是用作图法表示成垂直剖面或水平剖面形式,因此用二维法表示温度时,等温面可以相交,因而出现许多曲线,这就是地热等温线。

#### 1.4.2 各向异性固体中的热传导

实际上,对于研究地热问题来说,各向异性物质也很重要。最常见的例子是晶体以及沉积物一类的层状物质。在各向异性的物质中,某一点上热流向量的方向一般并不垂直于通过该点的等温面。

对于各向异性的物质来说,傅里叶定律必须改写成具有更普遍意义的形式。我们假定,热流向量的每一个分量都和该点温度梯度的所有分量呈线性关系。根据这个假定,各向异性的非均质介质中傅里叶律变成:

$$\begin{aligned} q_x &= -\left(k_{11} \frac{\partial \theta}{\partial x} + k_{12} \frac{\partial \theta}{\partial y} + k_{13} \frac{\partial \theta}{\partial z}\right) \\ q_y &= -\left(k_{21} \frac{\partial \theta}{\partial x} + k_{22} \frac{\partial \theta}{\partial y} + k_{23} \frac{\partial \theta}{\partial z}\right) \\ q_z &= -\left(k_{31} \frac{\partial \theta}{\partial x} + k_{32} \frac{\partial \theta}{\partial y} + k_{33} \frac{\partial \theta}{\partial z}\right) \end{aligned} \quad (1.12)$$

在三个相互垂直的方向(取作  $x$ 、 $y$  和  $z$  轴)上热导率各不相同的各向异性层状介质中,复杂的式(1.12)可以简化为:

$$q_x = -k_1 \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (1.13)$$

$$q_y = -k_2 \frac{\partial \theta}{\partial y}$$

$$q_z = -k_3 \frac{\partial \theta}{\partial z}$$

式中  $k_1$ 、 $k_2$  和  $k_3$  分别表示  $x$ 、 $y$  和  $z$  方向上的热导率。

如果一个平面(如  $xy$  平面)上的热导率相同, 而与此平面垂直的方向上热导率不同, 则热流量变为:

$$q_x = -k_{11} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (1.14)$$

$$q_y = -k_{11} \frac{\partial \theta}{\partial y}$$

$$q_z = -k_1 \frac{\partial \theta}{\partial z}$$

式中  $k_{11}$  代表  $xy$  平面上的热导率,  $k_1$  代表  $z$  轴方向上的热导率。(1.14) 式对于大多数层状沉积物属真。

在晶体介质中, 由于结晶具有对称性, 所以式(1.12)可以大大地简化。对于立方晶系的晶体来说, 热导率与方向无关, 式(1.12)可以简化成:

$$q_x = -k \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (1.15)$$

$$q_y = -k \frac{\partial \theta}{\partial y}$$

$$q_z = -k \frac{\partial \theta}{\partial z}$$

对于单斜晶系的晶体则有:

$$q_x = -\left(k_{11} \frac{\partial \theta}{\partial x} + k_{12} \frac{\partial \theta}{\partial y}\right) \quad (1.16)$$

$$q_y = -\left(k_{21} \frac{\partial \theta}{\partial x} + k_{22} \frac{\partial \theta}{\partial y}\right)$$

$$q_z = -\left(k_{33} \frac{\partial \theta}{\partial z}\right)$$

对于斜方晶系的晶体则有:

$$q_x = -k_{11} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (1.17)$$

$$q_y = -k_{21} \frac{\partial \theta}{\partial y}$$

$$q_z = -k_{33} \frac{\partial \theta}{\partial z}$$

对于四方、三方和六方晶系的晶体则有:

$$q_x = -\left(k_{11} \frac{\partial \theta}{\partial x} + k_{12} \frac{\partial \theta}{\partial y}\right) \quad (1.18)$$

$$q_y = -\left(k_{21} \frac{\partial \theta}{\partial x} + k_{11} \frac{\partial \theta}{\partial y}\right)$$

$$q_x = - \left( k_{33} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)$$

三斜晶系有如(1.12)同样的复杂形式。

图 1.1 表示固体和气体的热导率整个变动范围。由于气体的主要传热方式是对流和辐射(参看 1.5 和 1.6 节), 所以在传热问题中, 较低的气体热导率值并没有直接的实际意义。固体的热导率变动在  $10^{-4}$  到  $1$  [卡厘米 $^{-1}$  秒 $^{-1}$  度 $^{-1}$ ] 之间, 它的变动范围远远小于各种介质的电导率间的差异。岩石和土壤的热导率在  $10^{-3}$  到  $10^{-2}$  之间, 地壳中较常见岩类的热导率变化因数不超过 4。各种岩石的热导率都比较低, 是深部虽有较大的温升但从地下上来的天然热流量仍然比较小(其量级等于  $1.5 \times 10^{-6}$  [卡厘米 $^{-2}$  秒 $^{-1}$ ])的原因所在。从热传导基本定律(1.10)可以看出, 在热流量一定的条件下, 热导率越低, 温度梯度就越高。

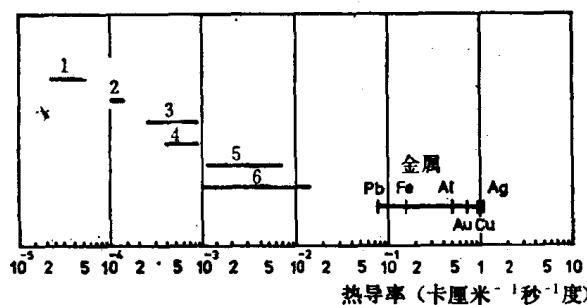


图 1.1 各种材料 (在室温条件下) 的热导率

1. 760 托的气体 2. 隔热材料 3. 木材 4. 煤炭 5. 建筑材料 6. 岩石和土壤

#### 1.4.3 热传导方程的微分式

现在让我们考察介质的一个小单元体积  $dV$ , 假定该单元体积  $dV$  在时间  $t$  时的温度等于  $\theta$ , 温升的速率等于  $\frac{d\theta}{dt}$ 。温度升高的原因可能有两个:

1): 流进该体积单元的热量超过它散逸的热量, 这个过程的平衡将代表该体积单元贮存热量的速率。

2): 该体积单元内部产生热。

对于情况 1) 来说, 体积单元  $dV$  在  $dt$  时间间隔内储存的来自热流向量每一分量的热量都可以很容易地求得。例如, 沿  $x$  轴方向的分量应等于:

$$\left[ \left( q_x - \frac{\partial q_x}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) - \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) \right] dy dz dt = - \frac{\partial q_x}{\partial x} dV dt \quad (1.19)$$

$$\begin{bmatrix} dt \text{ 时间间隔内, 流过点} \\ x \text{ 处面积为 } dy dz \text{ 上的热} \\ \text{量减去 } \frac{1}{2} dx \text{ 处的热量} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} dt \text{ 时间间隔内, 流过点} \\ x \text{ 处面积为 } dy dz \text{ 上的热量加} \\ \text{上 } \frac{1}{2} dx \text{ 处的热量} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dV \text{ 在 } dt \text{ 时间间隔} \\ \text{内所储存的热量} \end{bmatrix}$$

将式(1.10)代入式(1.19)的右端, 可得:

$$-\frac{\partial \left( -k \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)}{\partial x} dV dt \quad (1.20)$$

对于具有与位置无关的热导率的材料来说,(1.20)式可以写成:

$$k \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dV dt \quad (1.21)$$

如果热流向量还具有  $y$  向和  $z$  向分量, 则平行六面体  $dxdydz$  内通过它的各个面在  $dt$  时间间隔内所得到的总热量增量是:

$$-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) dV dt \quad (1.22)$$

或者等于:

$$\left(\frac{\partial(k_x \frac{\partial \theta}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(k_y \frac{\partial \theta}{\partial y})}{\partial y} + \frac{\partial(k_z \frac{\partial \theta}{\partial z})}{\partial z}\right) dV dt \quad (1.23)$$

$k_x$ 、 $k_y$  和  $k_z$  是热导率在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向上的分量, 或者对于各向同性的均质固体来说, 有:

$$k \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) dV dt \quad (1.24)$$

式(1.24)是体积单元  $dV$  在  $dt$  时间间隔内热增量最常用的表达式。

对于情况 2) 来说, 如果体积单元在每单位时间和单位体积内的热发生量等于  $A_0$ , 则  $dt$  时间内的热发生总量将等于:

$$A_0 dV dt \text{ [卡]} \quad (1.25)$$

另外, 体积单元的热含量在  $dt$  时间间隔内的增加量将等于:

$$\rho c dV \frac{\partial \theta}{\partial t} dt \text{ [卡]} \quad (1.26)$$

式中  $c$  为介质的比热,  $\rho$  是介质的密度。

根据能量转换律, 我们可以得到: 体积单元所储存的热量 + 体积单元产生的热量 = 它的热含量的增量。因此, 热导率与温度无关的各向同性均质介质中, 我们可以得到:

$$k \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) dV dt + A_0 dV dt = \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} dV dt \quad (1.27)$$

两边均除以  $\rho c dV dt$ , 我们得到:

$$\frac{k}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) + \frac{A_0}{\rho c} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (1.28)$$

我们还可以写成向量的形式:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{1}{\rho c} \operatorname{div}(q) + \frac{A_0}{\rho c} \quad (1.29)$$

代入  $q = -k \operatorname{grad} \theta$ , 可得:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{k}{\rho c} \operatorname{div} \operatorname{grad} \theta + \frac{A_0}{\rho c} \quad (1.30)$$

式(1.24)假定是各向同性的均质物料, 而且热性质的变化与温度无关。

现在我们引入:

$$\nabla^2 \theta = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (1.31)$$

由此我们可以写出:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{k}{\rho c} \nabla^2 \theta + \frac{A_0(x, y, z, t)}{\rho c} \quad (1.32)$$

在式(1.32)中, 我们是假定热发生量  $A_0$  取决于位置和时间。

当温度并不随时间的推移而发生变化时, 方程(1.32)变为:

$$\nabla^2 \theta = - \frac{A_0(x, y, z)}{k} \quad (1.33)$$

这就是所谓泊松方程。

如果没有热产生 ( $A_0 = 0$ ), 我们就可以把它进一步简化成拉普拉斯方程:

$$\nabla^2 \theta = 0 \quad (1.34)$$

在前面的方程式中,  $\frac{k}{\rho c}$  [厘米<sup>2</sup>秒<sup>-1</sup>] 常被写成  $\kappa$ , 它就是介质的热扩散率。

如果所考察的体积内并不产生热, 则方程(1.28)可以简化成:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (1.35)$$

在  $x = r \sin \varphi \cos \Phi$

$$y = r \sin \varphi \sin \Phi$$

$$z = r \cos \varphi$$

$dl^2 = dr^2 + r^2 d\varphi^2 + r^2 \sin^2 \varphi d\Phi^2$  的球面极坐标系中, 方程(1.35)变为:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\kappa}{r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \sin \varphi \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{\sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \Phi^2} \right] \quad (1.36)$$

在  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ ,  $z = z$ ,  $dl^2 = dr^2 + r^2 d\varphi^2 + dz^2$  的圆柱形坐标系中, 式(1.35)转变为:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (1.37)$$

方程(1.28)到(1.37)是热传导基本方程的不同形式。本质上说来, 固体热传导的所有理论处理都和上述微分方程之一的求解有关。由于所考察区域的几何形状各不相同, 温度  $\theta$  和热流量  $q$  的边界条件和初始条件也不尽相同, 使得问题大大复杂化。

热传导中最常碰到的边界条件和初始条件将在 1.7 节里讨论。

## 1.5 热 辐 射

每一物体都以电磁波的形式辐射热。在辐射线发射过程中, 物体的一部分内能转变成和无线电波、光波或宇宙线辐射具有同等性质的电磁波式能。辐射热的光谱段大部分落在红外区, 小部分落在可见光谱区 (红外区的波长是  $0.5 \cdot 10^{-4}$  厘米到  $0.08$  厘米; 可见光谱区的波长范围是  $0.4 \cdot 10^{-4}$  厘米到  $0.8 \cdot 10^{-4}$  厘米)。辐射能在到达另一物体之前一直以光速穿过空间。当它打在物体表面时, 辐射能部分被吸收 ( $Ab$ ); 部分被反射 ( $Re$ ); 部分则穿过该物体而远去 ( $Tr$ )。

显然,

$$Ab + Re + Tr = 1 \quad (1.38)$$

式中:  $Ab$  = 吸收率;