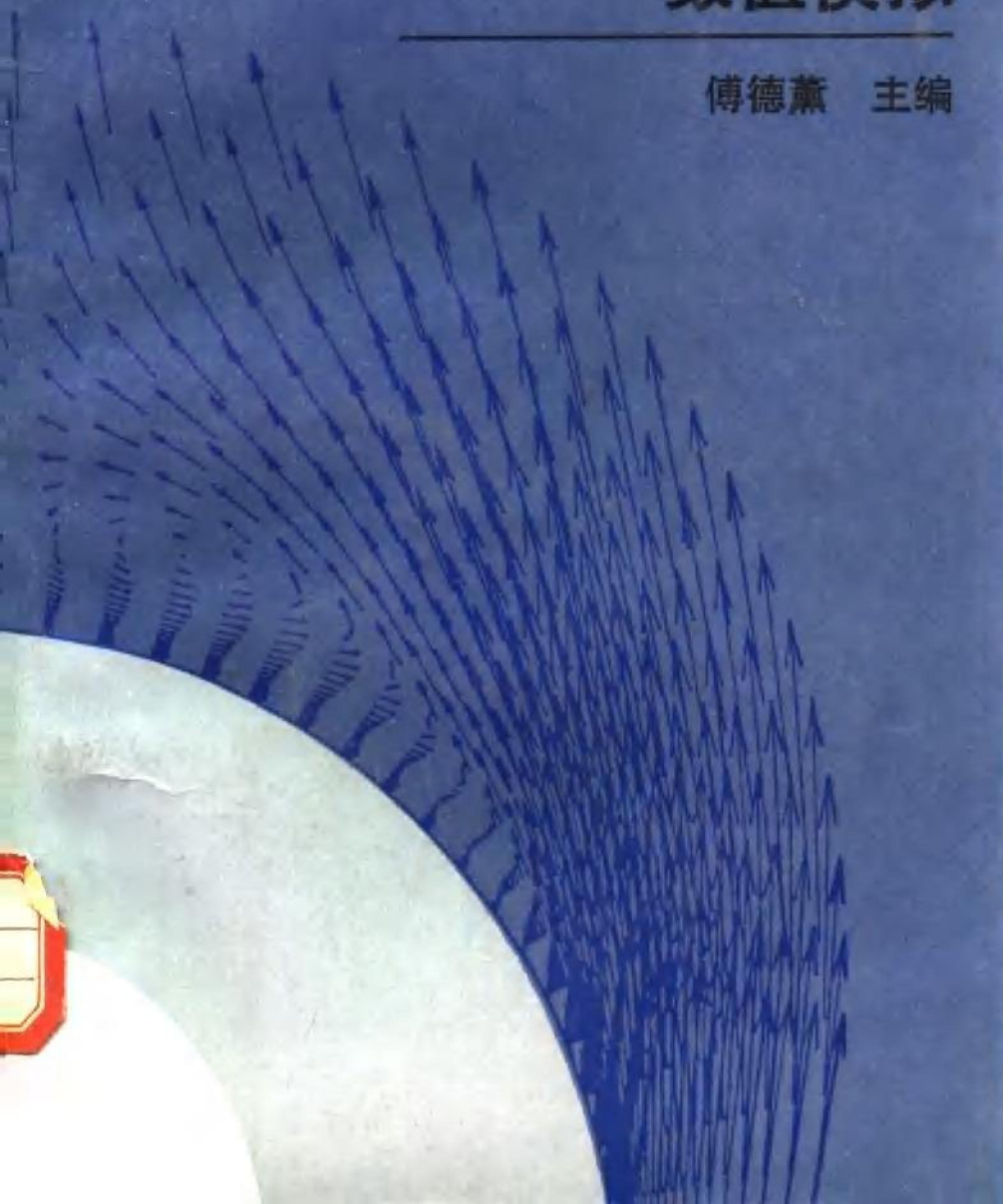


流体力学 数值模拟

傅德薰 主编



流体力学数值模拟

傅德薰 主编

国防工业出版社

(京)新登字106号

内 容 简 介

本书总结了多年来作者在计算流体力学方面的研究工作,介绍了采用差分方法求解流体力学方程、数值模拟各种绕流流场的工作,给出了二维和三维粘性绕流流场和不同类型的分离流流场的计算结果。

书中既给出了在实际工作中作者自己提出的计算方法,也给出了现有的一些典型计算方法,其重点是解决实际问题,同时也尽可能地给出了各种计算方法的理论依据,且在一定程度上反映了当前计算流体力学的最新成果。

本书可作为流体力学专业的本科大学生、研究生、教师和从事这方面研究工作的科技工作者的参考书。

流体力学数值模拟

傅德薰 主编

责任编辑 吴芝萍

*

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号)

(邮政编码 100044)

新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168毫米 32开本 印张15 392千字

1993年11月第一版 1993年1月第一次印刷 印数:0,001—1,500册

ISBN 7-118-00969-5/0·76 定价:13.80元

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分，又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展，加强社会主义物质文明和精神文明建设，培养优秀科技人才，确保国防科技优秀图书的出版，国防科工委于1988年初决定每年拨出专款，设立国防科技图书出版基金，成立评审委员会，扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是

1. 学术水平高，内容有创见，在学科上居领先地位的基础科学理论图书；在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。
2. 学术思想新颖，内容明确、具体、有突出创见，对国防科技发展具有较大推动作用的专著；密切结合科学技术现代化和国防现代化需要的高科技内容的专著。
3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值，密切结合科学技术现代化和国防现代化需要的新技术、新工艺内容的科技图书。
4. 填补目前我国科学技术领域空白的薄弱学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展评审工作，职责是：负责掌握出版基金的使用方向，评审受理的图书选题，决定资助的图书选题和资助金额，以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书，由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就，积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下，国防科工委率先设立出版基金，扶持出版科技图书，这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图

书的出版，随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物，是对出版工作的一项改革。因而，评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进，这样，才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授，以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来，为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗！

国防科技图书出版基金
评审委员会

国防科技图书出版基金

第一届评审委员会组成人员

主任委员：邓佑生

副主任委员：金朱德 太史瑞

委员：尤子平 朵英贤 刘琯德

（按姓氏笔画排列） 何庆芝 何国伟 张汝果

范学虹 金 兰 柯有安

侯 迁 高景德 莫梧生

曾 铎

秘书长：刘琯德

前 言

随着计算技术的发展、巨型计算机的出现、计算方法的不断改进，计算流体力学已发展成为一门独立的学科，数值模拟方法已成为研究流体力学各种物理现象的重要手段。为了跟踪世界先进水平，进一步发展我国的计算流体力学，以便能在流体力学的研究工作中发挥更大的作用，本书总结了作者多年来所进行的主要研究工作，介绍了在解决实际问题中所发展起来的各种差分方法和采用这些方法数值模拟各种流体运动的实例。本书着眼于应用，同时尽可能地给出了计算方法的理论依据，并在一定程度上反映了当前计算流体力学研究工作中，差分计算方法方面的最新成果。希望这本书将对我国计算流体力学工作的总结和进一步的发展作出一定贡献。

本书所针对的实际问题主要是超声速、高超声速粘性绕流流场的数值模拟，重点是激波和分离流的数值模拟，也给出了亚声速流动的部分计算结果。所讨论的方法是差分方法。虽然有些方法，如有限元方法、离散涡方法，谱方法等，在解决很多实际问题中都优于差分方法，但由于在超声速、高超声速的各种绕流流场中，可能存在有间断面、分离涡等复杂物理现象，对于这样复杂流场的数值模拟，差分方法具有更多的优越性。

应当指出，近年来国内计算流体力学发展很快，不少同志都提出了各种很好的计算方法，本书只涉及了作者工作的范围，而不是国内计算流体力学的总结。

本书内容分两部分，第一部分是基础部分，给出了微分方程基础，各种差分方法及其理论基础。为了简单，理论部分中省去了一些复杂的数学证明。第二部分是应用部分，给出了差分方法在数值模拟各种流体运动中的应用，且给出了一些典型算例的

结果, 如高超声速钝锥大攻角背风面分离流场的数值模拟: 航天飞机模拟机的三维粘性绕流流场和各种分离流动的流场数值模拟等结果。书中的前 7 章为基础部分, 后 5 章为应用部分。

本书第一章、第三章的前 4 节和第八、九、十章由傅德薰完成; 第二章和第四章的第 6 节由黄兰洁完成; 第四、五、七、由马延文完成; 第三章的后 2 节由张耀科完成; 第六章和第十一章由马延文和傅德薰共同完成。全书由傅德薰统校。由于作者水平所限, 书中难免有这样或那样的问题, 希望读者提出宝贵的意见。

本书编写过程中得到庄逢甘教授、黄敦教授、林超强教授、李松波教授、王汝权教授、侯天相教授和很多同行的支持和指导, 在此深表感谢。

目 录

第一章 概论	1
第一节 计算流体力学与数值模拟	1
第二节 计算流体力学的发展	3
第三节 计算流体力学中的几个问题	7
第四节 模型方程及其数学性质	12
第五节 黎曼间断解	17
参考文献	26
第二章 双曲型偏微分方程及其初边值问题	31
第一节 双曲型偏微分方程的特征——两个自变量	31
第二节 双曲型偏微分方程的特征——三个自变量	39
第三节 广义简单波和广义黎曼不变量	50
第四节 双曲型守恒律的弱解	55
第五节 空气动力学方程边界条件的提法	60
第六节 对称双曲型方程组——能量法	64
第七节 不完全抛物型方程组——能量法	70
第八节 双曲型方程组——正则模态法	76
第九节 无反射边界条件	81
附录 单个一阶非线性偏微分方程	85
参考文献	86
第三章 差分逼近基础	88
第一节 模型方程的差分逼近	88
第二节 几个定义和拉克斯 (Lax) 等价定理	92
第三节 差分格式的构造 ⁽¹⁾	96
第四节 稳定性分析方法	101
第五节 双曲型方程初边值问题差分近似稳定性分析的基本方法	108
第六节 二层显式差分近似的稳定性 ⁽⁵⁾	115
参考文献	121

第四章	气动方程的差分逼近	122
第一节	模型方程的差分逼近	122
第二节	一维气动方程及雅可比 (Jacobian) 系数矩阵的分裂	134
第三节	一维欧拉方程部分显示格式举例	145
第四节	戈杜诺夫格式	147
第五节	罗 (Roe) 格式与 U 特性	153
第六节	守恒迎风格式	157
第七节	一类单步格式的构造	164
第八节	多维问题的差分逼近	170
第九节	粘性项的差分逼近	176
附录一	多维问题的雅可比矩阵、相似变换矩阵及流通 向量一般表达式	179
附录二	罗平均矩阵的构造	185
参考文献		188
第五章	数值解分辨率的改进——TVD 格式	191
第一节	模拟精度与网格技术	191
第二节	一阶逼近精度的 TVD 格式	197
第三节	高阶 TVD 格式的构造	209
第四节	TVD 格式在气动计算中的应用	227
参考文献		232
第六章	数值解分辨率的改进——其他类型高精度格式	235
第一节	耗散比拟法构造差分格式	235
第二节	紧致格式、迎风紧致格式及色散可控的迎风紧致格式	249
第三节	NND 格式	258
第四节	MmB 格式	26
第五节	CSCM 方法	264
第六节	人工滤波技术	273
参考文献		277
第七章	差分方程的求解	286
第一节	直接解法	286
第二节	近似因式分解法	284
第三节	迭代方法	295

第四节	几个简单的提高求解效率的方法	307
第五节	多层网格技术	313
参考文献		320
第八章	钝头体超声速粘性绕流	323
第一节	基本方程与坐标变换	323
第二节	差分格式与求解方法	330
第三节	边界条件	334
第四节	计算结果	336
参考文献		339
第九章	PNS 方程空间推进求解方法	340
第一节	基本方程	341
第二节	流向压力梯度	346
第三节	空间推进求解方法	354
第四节	一般坐标系内 PNS 方程推进求解方法	365
第五节	PNS 方程的分区求解方法	370
第六节	算例	376
附录一	雅可比矩阵 $\partial \vec{F} / \partial \vec{U}$ 、 $\partial \vec{G} / \partial \vec{U}$ 和 $\partial \vec{E} / \partial \vec{U}$	381
附录二	激波装配方法	385
参考文献		388
第十章	二维分离流动的数值模拟	390
第一节	基本方程	390
第二节	激波与边界层相互干扰的数值模拟	391
第三节	二维分离流动的数值模拟	405
第四节	非定常分离涡的数值模拟	418
参考文献		423
第十一章	三维粘性绕流问题的数值模拟	425
第一节	曲线坐标系下的基本方程及坐标变换	425
第二节	曲线坐标系下的差分逼近式	431
第三节	钝体绕流问题的边界条件处理	436
第四节	钝锥大攻角背风面分离的数值模拟 ^[8]	442
第五节	航天飞机三维粘性绕流的数值模拟	447
第六节	平板—楔三维粘性绕流的数值计算	453
附录	球坐标转换关系	465
参考文献		467

第一章 概 论

计算流体力学在近二三十年中有了突飞猛进的发展，而且正在以更快的速度前进。推动这一发展的原因，一方面是实际问题的需要，特别是宇航事业的需要；另一方面是计算技术的飞速发展和巨型计算机的出现。

计算流体力学是多种领域的交叉学科，它所涉及的学科有流体力学、偏微分方程的数学理论、计算几何、数值分析、计算机科学等。它的发展促进了这些学科的进一步发展。最终体现计算流体力学水平的是解决实际问题的能力。

本书的基本内容是采用差分方法、数值求解可压缩纳维-斯托克斯（Navier-Stokes）方程（以下简称为N-S方程）和简化N-S方程，研究流体运动规律，重点是超声速、高超声速定常粘性绕流流场的数值模拟。

第一节 计算流体力学与数值模拟

任何流体运动的规律都是由以下3个定律为基础的：质量守恒定律；动量守恒定律和能量守恒定律。这些基本定律可由数学方程组来描述，如欧拉(Euler)方程，N-S方程。采用数值计算方法，通过计算机求解这些数学方程，研究流体运动特性，给出流体运动空间定常或非定常流动规律，这样的学科就是计算流体力学。

计算流体力学的兴起推动了研究工作的发展。自从1687年牛顿定律公布以来，直到本世纪50年代初，研究流体运动规律的主要方法有两种：一是实验研究，它以地面实验为研究手段；另一种是理论分析方法，它利用简单流动模型假设，给出所研究问

题的解析解。理论工作者在研究流体运动规律的基础上建立了各类型主控方程，提出了各种简化流动模型，给出了一系列解析解和计算方法。这些研究成果推动了流体力学的发展，奠定了今天计算流体力学的基础，很多方法仍是目前解决实际问题时常采用的方法。然而，仅采用这些方法研究较复杂的非线性流动现象是不够的，特别是不能满足50年代已开始高速发展起来的宇航飞行器绕流流场特性研究的需要。

计算流体力学的兴起促进了实验研究和理论分析方法的发展，为简化流动模型的建立提供了更多的依据，使很多分析方法得到发展和完善，例如目前在飞机工业中应用广泛的面元法就是一个很好的例子。然而，更重要的是计算流体力学采用它独有的新的研究方法——数值模拟方法——研究流体运动的基本物理特性。这种方法的特点如下：①给出流体运动区域内的离散解，而不是解析解。这区别于一般理论分析方法；②它的发展与计算机技术的发展直接相关。这是因为可能模拟的流体运动的复杂程度、解决问题的广度和所能模拟的物理尺度以及给出解的精度，都与计算机速度、内存、视算及输出图形的能力直接相关；③若物理问题的数学提法（包括数学方程及其相应的边界条件）是正确的，则可在较广泛的流动参数（如马赫数、雷诺数、飞行高度、气体性质、模型尺度等）范围内研究流体力学问题，且能给出流场参数的定量结果。这常常是风洞实验和理论分析难以作到的。然而，要建立正确的数学方程还必须与实验研究相结合。更重要的是实际问题中所求解的多维非线性偏微分方程组十分复杂，其数值解的现有数学理论尚不够充分。严格的稳定性分析，误差估计和收敛性理论的发展还跟不上数值模拟的进展。虽然关于广义解唯一性存在性等问题的严格数学理论已取得了长足的进展，但还不足以对一些感兴趣的具体的复杂问题给出明确的回答。所以在计算流体力学中，仍必须依靠一些较简单的、线性化的、与原问题有密切关系的模型方程的严格数学分析，以及依靠启发性的推理给出所求解问题的数值解的理论依据。然后再依靠数值实验，地面实

验和物理特性分析，验证计算方法的可靠性，从而进一步改进计算方法。

事实上，实验研究、理论分析方法和数值模拟是研究流体运动规律的三种基本方法，它们的发展是相互依赖相互促进的。

另一方面，计算流体力学的发展进程是伴随着计算机技术的发展而前进的。一般来说，只有计算机的速度、内存和外围设备达到一定程度时才会有计算流体力学新阶段的出现。随着计算技术的提高、巨型计算机的出现，计算流体力学所研究问题的深度和广度不断发展，它不但可用于研究已知的一些物理问题，而且可用于发现新的物理现象。例如甘贝尔（Campbell）和穆勒（Mueller）等人在数值实验中，发现了亚声速斜坡绕流中的分离现象^[1]，以后他们在风洞实验中作了证实；又如基姆（Kim）和莫因（Moin）等人在数值计算中发现了倒马蹄涡^[2,3]，后来被实验研究所证实。其研究领域也随着计算机的速度和内存的增加而不断扩大。例如文献^[4]中采用64个节点机构成的NSC计算机，求解非定常不可压N-S方程，直接数值模拟各向同性湍流，得到了较好的结果。这使人们更清楚地了解到采用直接数值模拟的方法与实验研究相结合是突破多年来未能解决的流体力学关键问题——湍流问题的重要方法。

总之，计算流体力学的兴起促进了流体力学的发展，改变了流体力学研究工作的状况，很多原来认为难以解决的问题，如超声速、高超声速钝体绕流，分离流涡运动、低密度效应、真实气体效应以及湍流问题等，都有了不同程度的发展，且将为流体力学研究提供新的前景。

第二节 计算流体力学的发展^[51]

计算流体力学首先是随着计算技术和宇航飞行器的发展而发展且逐步形成一独立学科的。计算机问世以前，研究工作的重点是椭圆型方程的数值解。30年代中所研究的绕流流场是假设气体

的粘性和旋度效应可忽略不计, 故流动的控制方程为拉普拉斯 (Laplace) 方程, 求解的方法是基本解的迭加, 也就是目前飞机工业中广泛应用的面元法的前身。以后, 为了考虑粘性效应, 有了边界层方程的数值计算方法, 并发展为以位势流方程为外流方程, 与内流边界层方程相结合, 通过迭代求解粘性干扰流场的计算方法。同一时期, 很多数学家研究了偏微分方程的数学理论。哈达马德 (Hadamard), 库朗 (Courant), 弗里德里克斯 (Friedrichs), 彼得罗夫斯基 (Петровский), 索波列夫 (Соболев), 梯赫诺夫 (Тихонов) 等人研究了偏微分方程的基本特性、数学提法的适定性、物理波的传播特性、解的光滑性和唯一性等问题, 发展了双曲型偏微分方程理论。以后, 库朗, 弗里德里克斯和莱维 (Lewy) 等人发表了经典论文^[6], 证明了连续的椭圆型、抛物型和双曲型方程组解的存在性和唯一性定理, 且针对线性方程的初值问题, 首先将偏微分方程离散化, 然后证明了离散系统收敛到连续系统, 最后利用代数方法确定了差分解的存在性。他们还讨论了双曲型方程的特征性质, 提出了特征线方法, 给出了著名的稳定性判别条件: CFL 条件。这些工作是差分方法的数学理论基础。40年代中, 冯·诺伊曼 (Von Neumann), 里希特迈尔 (Richtmyer), 霍普弗 (Hopf), 拉克斯 (Lax), 奥列尼克 (Олейник) 和其他一些学者建立了非线性双曲型方程守恒律的数值方法理论, 为含有激波的气体流动数值模拟打下了理论基础。

60年代中, 基于双曲型方程数学理论基础的时间相关方法开始应用于求解宇航飞行器的气体定常绕流流场问题。这种方法的基本思想是从非定常欧拉方程或非定常 N-S 方程出发, 利用双曲型方程或双曲-抛物型方程的数学特性, 沿时间方向推进求解, 由此而得到对于时间 t 趋近于无穷大的渐近解为所要求的定常解。该方法虽然要求花费更多的计算机时, 但因数学提法适定, 又有较好的理论基础, 且能模拟流体运动的非定常过程, 故这是应用范围较广的一般方法。以后由拉克斯 (Lax)、克莱斯

(Kreiss) 和其他著者给出的非定常偏微分方程差分逼近的稳定性理论^[6], 进一步促进了时间相关方法的发展。本书所描述的基本方法是时间相关方法。另一类方法是针对一些具体问题发展起来的特殊方法, 用以求解非线性定常问题。这些方法的特点是简单、所需计算机时少, 但这些方法只是局部性的特殊方法, 例如在50年代中、60年代初针对钝头超声速绕流数值解所提出的方法^[7~9]及本书中所讨论的PNS方程推进解法等。

70年代在计算流体力学中, 取得较大成功的是飞行器跨声速绕流数值计算方法的研究。首先是穆尔曼 (Murman) 和科勒 (Cole) 提出的计算方法^[10], 解决了跨声速绕流中的混合型问题。他们采用松弛方法求解位势流小扰动方程, 数值模拟带激波的跨声速绕流流场。在他们的工作中第一次将迎风格式应用于空气动力学问题的数值模拟。不久以后詹姆生 (Jameson)^[11] 提出了旋转格式, 将穆尔曼-科勒方法推广于求解三维跨声速绕流的全位势流方程, 获得了成功。目前这些方法已直接应用于飞机工业的气动设计中。最近, 詹姆生等人采用时间相关方法, 给出了全机跨声速三维无粘绕流流场的计算结果。他们提出了中心多层格式^[12~14], 采用龙格-库塔 (Runge-Kutta) 方法求解非定常欧拉方程, 数值模拟跨声速全机三维绕流流场。

70年代以来, 计算流体力学中取得较大成功的另一个领域是采用时间相关方法, 求解可压缩N-S方程, 数值模拟飞行器超声速、高超声速粘性绕流复杂流场的研究工作。针对流场中激波的数值模拟, 近年来发展了高分辨率的差分格式, 如总变差递减格式 (Total Variation Diminishing Scheme, 以后简称TVD格式)、本质无跳动格式 (Essentially non-oscillatory scheme, 以后简称ENO格式)、守恒同族特征方法 (Conservative Supra characteristic Method, 以后简称CSCM方法) 等, 形成了第二代差分格式。这些格式的应用使得超声速、高超声速和跨声速绕流流场的计算方法有了大的改进。目前已可模拟包含有各种宏观尺度结构的非光滑流场, 如包含有激波、粘性干扰、分离涡、真实

气体效应等物理特性的流场, 可利用巨型计算机, 采用合适的网格生成技术和有效的计算方法, 求解非定常可压缩 N-S 方程。数值模拟航天飞机整机的跨声速、超声速和高超声速粘性绕流流场。

在国内, 早在50年代就有了计算流体力学方面的研究工作。早期的工作是研究钝头体超声速无粘绕流流场的数值解方法, 研究钝头体绕流数值解的反方法^[15]和正方法^[16]。以后, 随着我国宇航事业的发展, 超声速、高超声速绕流数值计算方法的研究工作发展很快。首先开展了定常欧拉方程数值解的计算方法研究, 给出了钝体超声速三维无粘绕流流场的计算结果^[17~21]。70年代中, 开展了采用时间相关方法求解非定常欧拉方程, 可压缩 N-S 方程和简化 N-S 方程的计算方法研究。在差分格式的构造方面, 提出了求解欧拉方程的特征符号分裂方法^[23]和三层格式^[22]等。在可压缩 N-S 方程的求解中, 计算方法有了较大的进展, 先后提出了开关函数方法^[56]、调解因子方法^[24]、紧致迎风格式^[38]、推进迭代方法^[47]、无波动无自由参数的耗散格式 (Non Oscillatory Containing no free Parameters and dissipative Scheme, 以后简称 NND 格式)^[39]、界值为限格式 (Maximum and minimum Bounds preserving Scheme, 以后简称 $M_{\infty}B$ 格式)^[40]和耗散比拟方法^[59]等。这些研究工作进一步改进了计算方法精度, 提高了求解效率, 且对流场中激波的数值模拟有较高的分辨能力。而且这些研究成果使得我们在计算流体力学的差分方法研究工作中初步形成了自己的特点。很多作者采用自己提出的计算方法, 求解可压缩 N-S 方程, 给出了各种复杂流场的计算结果。如分离流流场, 激波边界层干扰流场以及各种飞行器的绕流流场等。在本书中将给出作者的部分计算结果。

应当指出, 近年来计算流体力学在我国发展很快, 很多学者作出了不少优秀成果。由于本书作者工作范围所限, 这里未能提到。