结构动力学有限元程序设计

刘　更　编著

国防工业出版社

结构动力学有限元程序设计

刘 更 编著

国防工业出版社

（京）新登字106号

内容简介

本书详细地介绍了一套用有限元法求解结构固有频率及振型、动态响应和动应力的计算机程序。该程序是作者根据微计算机的特点编写的，这套程序能在微机上解决工程中经常遇到的一般结构振动问题，从而可减少计算经费，并充分发挥我国微机较普及的优势。书中程序全部用FORTRAN语言编写，大约4000条语句。

全书共十一章和两个附录，结构固有频率及振型计算采用的是作者提出的拟波前子空间迭代法，该方法所需内存比一般子空间迭代法至少要小2/3，因而非常适用于微机计算。书中还介绍了两个实用的三维有限元绘图程序及通用化主程序的设计方法，讨论了本书程序的使用技巧和可扩充的问题。在附录中还给出了三个其他实用的有限元动力分析程序。

本书可供从事结构动力分析、研究、计算的高等学校学生、教师和工程技术人员参考，也可供从事应用数学、计算力学程序设计人员参考使用。

结构动力学有限元程序设计

刘 更 编著

*

国防工业出版社出版发行

（北京市海淀区紫竹院南路23号）

（邮政编码 100044）

新华书店经售

北京市飞龙印刷厂印刷

*

850×1168毫米 32开本 印张$13^{1}/_{2}$ 354千字

1993年6月第一版 1993年6月第一次印刷 印数：0001—1500册

ISBN 7-118-01085-5/TB·44 定价：13.10元

致　读　者

本书由**国防科技图书出版基金**资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分，又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展，加强社会主义物质文明和精神文明建设，培养优秀科技人才，确保国防科技优秀图书的出版，国防科工委于1988年初决定每年拨出专款，设立国防科技图书出版基金，成立评审委员会，扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是：

1. 学术水平高，内容有创见，在学科上居领先地位的基础科学理论图书；在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。

2. 学术思想新颖，内容具体、实用，对国防科技发展具有较大推动作用的专著；密切结合科技现代化和国防现代化需要的高新技术内容的专著。

3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值，密切结合科技现代化和国防现代化需要的新工艺、新材料内容的科技图书。

4. 填补目前我国科技领域空白的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

5. 特别有价值的科技论文集、译著等。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展工作，负责掌握出版基金的使用方向，评审受理的图书选题，决定资助的图书选题和资助金额，以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书，由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就，积累和传播科技知识的使命。在改革

开放的新形势下，国防科工委率先设立出版基金，扶持出版科技图书，这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版，随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物，是对出版工作的一项改革。因而，评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进，这样，才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授，以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来，为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗！

国防科技图书出版基金
评审委员会

国防科技图书出版基金
第一届评审委员会组成人员

主任委员： 冯汝明

副主任委员： 金朱德　太史瑞

委　　员： 尤子平　朵英贤　刘瑄德
（按姓氏笔画排列）

何庆芝　何国伟　张汝果

范学虹　金　兰　柯有安

侯　迁　高景德　莫梧生

曾　铎

秘书长： 刘瑄德

前　言

近几十年来，随着有限元法等新的数值分析方法的出现以及电子计算机的普遍应用，结构动力学的计算方法已取得了显著的进展。而近代机械在高速化、轻量化、大型化、复杂化方面的急速发展，使得工程中的振动问题日益增加，这些问题都急待于圆满解决。因此，研究出新的分析计算方法并开发出相应的计算机软件对从事结构动力学研究的人们来说是非常重要的。

目前，国内外已研制出许多大型的结构分析程序，如ANSYS、NASTRAN、SAP、ADIND等，并且已移植到我国的大型计算机上。但是，由于动力分析需要迭代计算，相对静态分析而言，不但计算时间长，而且内存需求量大，所以这些大型程序的使用耗资巨大，在我国并不能得到普及使用。因此，根据我国微机较普及的具体情况，研制、开发有效的微机软件将是很有意义的。当前，专门介绍有限元动力分析程序的书籍不多，有些程序大都是零散地刊印在某些书中，并没有进行系统的阐述。这就为学习有限元动力分析程序带来了许多困难。为此编著本书，希望读者通过本书的学习，减小从理论公式到程序实现的距离，并培养阅读、使用和开发软件的能力，从而能够在自己的应用过程中编制使用方便的程序。

本书系统地讲解了一套适用于微机计算结构特征对、结构动态响应及动应力的计算机程序，它是在原有讲义的基础上，加以进一步充实和完善编写而成的。为便于阅读，对程序进行了逐条讲解。结构特征对的计算程序介绍了作者提出的拟波前子空间迭代法程序。拟波前子空间迭代法所需内存至少比现有的一般子空间迭代法要小2／3，在微机上应用非常有效。由于设计的程序主要是在微机上使用，因此采取了一些措施来减小运行程序所占内

目　录

第一章　引言和理论

1.1 引　　言

目前，有限元法在现代结构力学、热力学、流体力学和电磁学等许多领域中，都发挥着重要的作用，而且是一种应用广泛的有效的数值计算方法。在结构力学中，有限元法首先主要用于静态分析。大约在30年前，为了对飞机机翼进行动强度分析，从而才发展了这种方法[1]。随着电子计算机和各种方程解法的不断发展，有限元法才可以用来解决大型结构的线性、非线性振动和稳定性分析[2~6]以及随机场的特征值分析问题[7]。

在许多工程领域内，结构的瞬态动力分析具有很重要的意义。飞机、火箭与船舶结构、机器的某些部件以及受地震载荷作用的框架结构的设计，都需要进行瞬态动力分析。因此，在实际工作中非常迫切需要一些计算这些大型结构模型动态响应的有效方法。

振动分析中的一个最基本问题是求系统的固有频率和固有振型（这两个量又称特征对）。在大型结构分析中，多数只需要了解若干个低阶特征对。此外，在用振型叠加法计算大型有限元模型的动态响应时，也需要预先知道前几个特征对。利用有限元方程系数矩阵通常具有高阶、稀疏、正定、对称的特点，詹宁（Jenning）[8]等人发展了用于求解标准特征值的同时迭代法和巴特（Bathe）[9]等人发展了用于计算广义特征值问题的子空间迭代法。但是，以上两种方法在有限元方程总刚度阵和总质量阵的处理中采用的是一维变带宽压缩存储，当需要计算的有限元模型自由度较多时，求特征对即解大规模的特征值问题，一般计算机容量仍无法满足，这就使得有限元动力计算的应用受到限制。参考

文献〔10〕中将求解静态有限元方程组的波前法应用于子空间迭代法中，运用线性代数，提出了一种计算系统较低几阶特征对的方法。计算中不用形成有限元模型的总刚度矩阵和总质量矩阵。使得所需计算机内存大大降低，提高了计算机的解题能力。该方法特别适用于在我国拥有量最大的微机上进行大型有限元动力分析。

1.2 本书的目的和范围

在学完振动理论、有限元法和FORTRAN语言之后，要使这些理论变成实际应用的计算机语言仍有很大的距离，因此，本书的主要目的就在于提供解决这些问题的方法和给出有关的程序。

目前关于有限元动力分析方面的程序已有一些，但主要是散印在某些书中或附录上[4,5,11~14]，系统地讲解有限元分析程序的书籍尚不多见。欣顿（Hinton）和欧文（Owen）[15]以平面8结点等参元为例系统地讲解了静态有限元的求解程序，为人们尽快掌握有限元程序发挥了巨大的作用。参考文献〔16〕中对特征值问题和有限元结构分析的计算收集了广泛的程序，并形成了两个程序包。但这两个程序包涉及面较广，需要读者具有较强的编写、阅读程序的能力。

本书以简捷、明了的思路，重点地介绍大型有限元结构动力分析中遇到的特征值问题、动态响应和动应力计算程序。希望通过阅读本书能帮助读者缩短从理论到程序实现所需的时间，以便有充足的时间进行实际问题的研究。

书中的程序主要应用于微机，因此，为了减小内存需求，尽可能地提高解题能力，程序中采用了一些内外存数据转换。这些转换将使计算时间增加，亦即以时间的耗费来换取空间的扩充。但实例表明内外交换花费的时间在数量级上是可以接受的[17]。本书提供的程序在读者完全读懂后可以很容易地扩充和发展。

在任何有限元分析中，由于输入数据较多，因此在计算前，

对原始数据进行检查以确保计算的正确性，避免花费大量时间是必不可少的。我们将充分利用微机显示器和绘图机使用方便的优点，对输入数据进行检查，并对输出结果进行显示或绘出，这对于三维图形尤为重要。

阅读本书的读者须具备以下知识：

（1）具有一些程序设计语言的实际使用知识，这为阅读书中程序很有好处。本书中程序均用FORTRAN语言编写。

（2）通晓线性代数方法。在程序中要经常用到矩阵相乘、矩阵转置等运算，应能比较熟练地实现上述运算。并具备线性代数的其他知识。

（3）具备有限元动力计算的基本知识，对整个计算的理论表达非常熟悉。

（4）具有一般振动理论知识。

本书的程序采用模块式，在简述一节理论后即进行程序实现，当各模块程序讲解完后，使用一通用化的主程序进行串联，来完成某一特定的计算目标。

本书涉及的问题：

（1）计算大型有限元模型固有频率及其振型的拟波前子空间迭代法和程序；

（2）用振型叠加法计算大型有限元系统的动态响应和程序；

（3）根据响应计算系统的动应力程序。

为便于叙述，本书只采用一种单元形式——三维8结点非协调等参元。

为便于读者阅读和理解，本章将重点介绍离散体的运动微分方程、质量矩阵、阻尼矩阵、特征值问题的基本解法和动力方程的计算方法。第二章重点介绍拟波前子空间迭代法的原理及其程序实现的结构。

第三章介绍三维8结点非协调等参元的单元特性与计算单元刚度阵、单元质量阵及单元应力矩阵的程序实现。第四章介绍进行具体的拟波前子空间迭代前所进行数据准备的各子例行程序。

第五章和第六章介绍拟波前子空间迭代过程程序实现，其中特征对的计算既可采用一般位移边界条件也可用移轴法进行计算。第七章介绍将实现拟波前子空间迭代的各子例行程序组成三个独立运行程序的通用化主程序，以及各程序之间数据的输入输出关系。给出了数据输入输出FORTRAN语言图形显示和绘图的基本子例行程序及程序命令。最后给出了两个实用的绘图程序。

第八章介绍了用振型叠加法计算有限元动态位移响应的基本原理及其程序实现。程序可分别计算结构的瞬态响应和稳态响应。

第九章介绍了给定结构动态（或静态）位移场的情况下，经过应力修匀计算结构动（或静）应力的程序。该程序可计算各结点 6 个应力分量响应及 3 个主应力和当量应力响应。

第十章介绍如何使用书中程序并给出了几个计算例题，这些例题分别与SAP V 计算结果、解析解和其他经典计算进行了比较。这一章最后以双联斜齿圆柱齿轮固有特性及响应分析作为本书程序的实际应用。

在最后一章里，讨论了使用书中程序时一些数据的选择和程序在使用过程中应注意的几个问题。这一章还介绍如何将所给出的各程序扩展到其他领域，并指出可以改进和完善的地方。

1.3 离散体的运动微分方程式

同静力学问题一样，用有限元进行动力分析时，首先须将物体离散成为许多单元，导出单元体的运动方程式，然后在这个基础上建立起离散了的物体的整体有限元方程式。

建立有限元运动方程式要用到动态问题的变分原理，即哈密尔顿（Hamilton）原理。该原理叙述如下：在满足协调性条件、约束条件或运动边界条件以及在时间 t_1 与 t_2 的条件的所有可能的位移随时间变化的形式中，是真实解的那种变化形式使拉格朗日泛函数取极小值。

这一原理中的拉格朗日泛函定义为

$$L = T - U - W_d - W_e \tag{1-1}$$

式中，T是物体的动能

$$T=\iiint\limits_V \frac{1}{2}\rho\{\dot{\delta}\}^T\{\dot{\delta}\}\mathrm{d}V \tag{1-2}$$

ρ是质量密度即单位体积质量，$\{\delta\}$是位移列向量：

$$\{\delta\}=\{u, \quad v, \quad w\}^T \tag{1-3}$$

$\{\dot{\delta}\}$是速度列向量，表示位移对时间的一阶导数：

$$\{\dot{\delta}\}=\{\dot{u}, \quad \dot{v}, \quad \dot{w}\}^T \tag{1-4}$$

在动力问题中，位移u，v，w均为时间t的函数。式(1-1)中的U是物体的应变能

$$U=\iiint\limits_V A(u, \quad v, \quad w)\mathrm{d}V \tag{1-5}$$

式中A是应变能密度，即

$$A=\frac{1}{2}\{\varepsilon\}^T\{\sigma\}=\frac{1}{2}\{\varepsilon\}^T[D]\{\varepsilon\} \tag{1-6}$$

式中 $\{\varepsilon\}$——结构应变列向量；

$\{\sigma\}$——结构应力列向量；

$[D]$——结构弹性常数矩阵。

一般弹性体有

$$\{\sigma\}=\{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{zx}\}^T \tag{1-7}$$

$$\{\varepsilon\}=\{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}\}^T \tag{1-8}$$

弹性常数矩阵$[D]$由物体材料确定，即

$$[D]=\frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}$$

$$\times\begin{pmatrix} 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & \text{对} & & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} & 0 \\ & & \text{称} & & & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \end{pmatrix} \tag{1-9}$$

式中E是结构材料的弹性模量，μ是结构材料的泊松比。

式（1-1）中W_d是阻尼力势能

$$W_d=\iiint\limits_V \frac{1}{2} c\ \{\dot{\delta}\}^T\{\dot{\delta}\}\mathrm{d}V \tag{1-10}$$

式中c是粘性阻尼系数。式(1-1）中W_e是外力势能，它包括体积力势能W_{e1}和表面力势能W_{e2}。体积力势能

$$W_{e1}=\iiint\limits_V \{\delta\}^T\{F_V\}\mathrm{d}V \tag{1-11}$$

式中$\{F_V\}$是体积力行向量，即

$$\{F_V\}=\{X,\ Y,\ Z\} \tag{1-12}$$

其中X，Y，Z分别为物体体积V域内沿坐标x，y和z方向单位体积的体积力。表面力势能为

$$W_{e2}=\iint\limits_S \{\delta\}^T\{F_s\}\mathrm{d}S \tag{1-13}$$

式中$\{F_s\}$是表面力行向量

$$\{F_s\}=\{\overline{X},\ \overline{Y},\ \overline{Z}\} \tag{1-14}$$

其中$\overline{X}$，$\overline{Y}$，$\overline{Z}$分别为物体表面S上沿三个坐标轴方向单位面积的表面力分量。

由哈密尔顿原理知，使拉格朗日泛函为极小的位移才是真实

的，所以有

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L\,\mathrm{d}t = 0 \tag{1-15}$$

我们先建立一个单元的运动微分方程式。等参元分析中有

$$\{\delta\} = [N]\{\delta_e\} \tag{1-16}$$

$$\{\dot{\delta}\} = [N]\{\dot{\delta}_e\} \tag{1-17}$$

$$\{\varepsilon\} = [B]\{\delta_e\} \tag{1-18}$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \tag{1-19}$$

式中 $\{\delta_e\}$——结点位移列向量；

$[N]$——形状函数矩阵；

$[B]$——形状函数导数矩阵（又称应变矩阵）。

对于不同的单元形式，上述矩阵是不完全相同的。将式（1-16）至式（1-19）代入式（1-1）中，即得到拉格朗日泛函

$$L = \frac{1}{2}\iiint\limits_V [\rho\{\dot{\delta}_e\}^T[N]^T[N]\{\dot{\delta}_e\} - \{\delta_e\}^T[B]^T[D][B]\{\delta_e\}$$

$$- c\{\dot{\delta}_e\}^T[N]^T[N]\{\delta_e\} + 2\{\delta_e\}^T[N]^T\{F_V\}]\mathrm{d}V$$

$$+\iint\limits_S \{\delta_e\}^T[N]^T\{F_s\}\mathrm{d}S$$

应用哈密尔顿原理，在时间区间$[t_1, t_2]$上对L积分，并使其变分等于零，考虑到矩阵$[D]$的对称性后，有

$$\delta L = \int_{t_1}^{t_2}\Big[(\delta\{\delta_e\}^T)\Big(\iiint\limits_V [B]^T[D][B]dV\Big)\{\delta_e\}$$

$$-(\delta\{\dot{\delta}_e\}^T)\Big(\iiint\limits_V \rho[N]^T[N]dV\Big)\{\dot{\delta}_e\}$$

$$-(\delta\{\dot{\delta}_e\}^T)\Big(\iiint\limits_V c[N]^T[N]dV\Big)\{\delta_e\}$$

$$-(\delta\{\delta_e\}^T)\Big(\iiint\limits_V [N]^T\{F_V\}dV\Big)$$