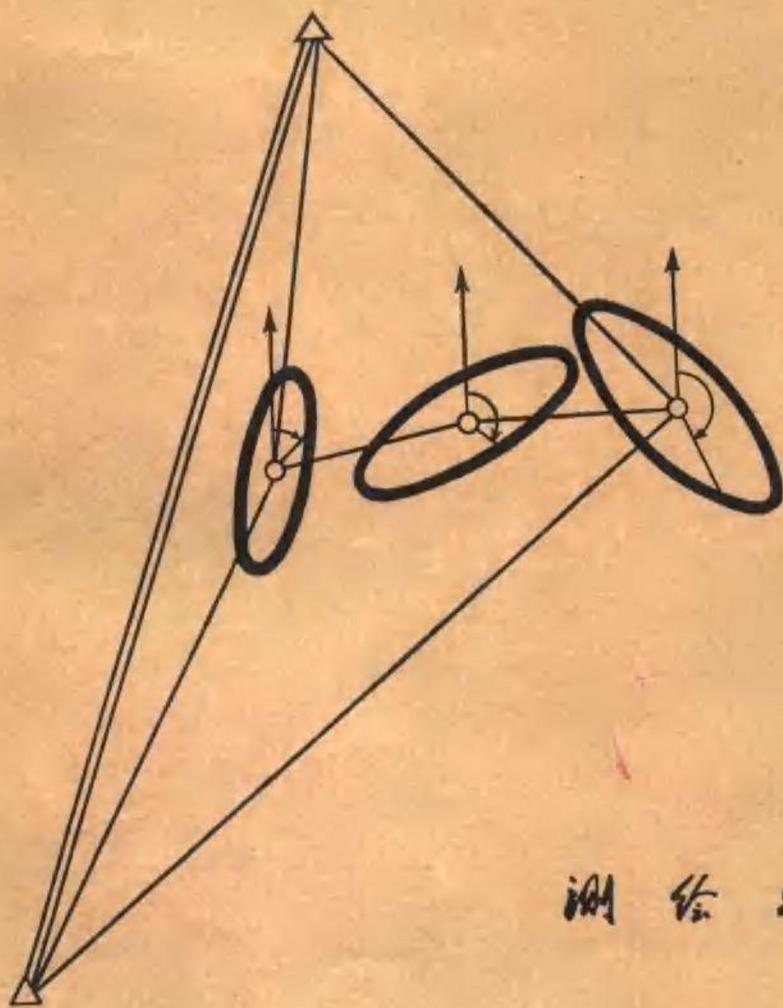


高等学校试用教材

控制测量学

上册

武汉测绘学院控制测量教研组
同济大学大地测量教研室 合编



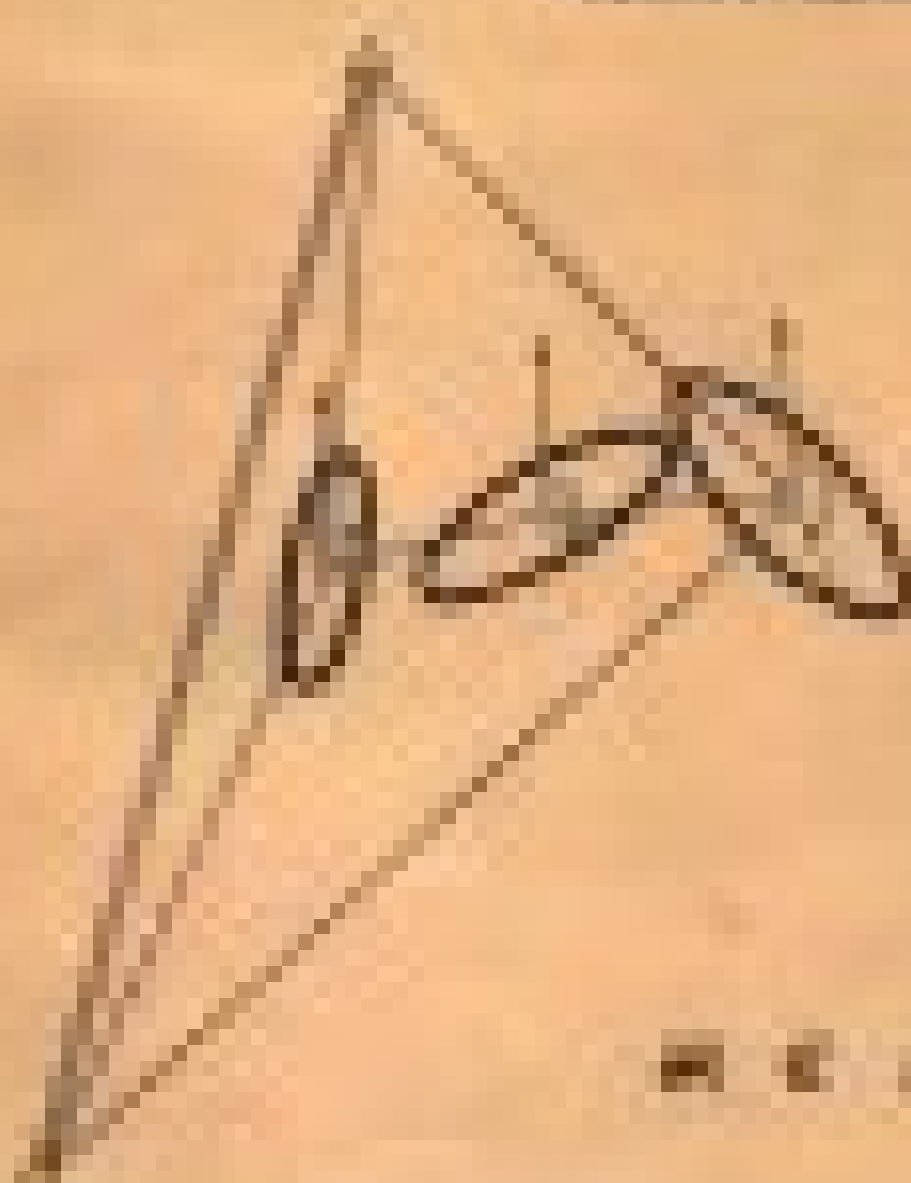
测绘出版社

清华大学出版社

控制测量学

· 1 ·

本书可作为高等院校测绘工程专业及相关专业的教材，也可供从事测绘工作的工程技术人员参考。



清华大学出版社

高等学校试用教材

控制测量学

上册

武汉测绘学院控制测量教研组
同济大学大地测量教研室 合编

测绘出版社

内 容 提 要

控制测量学分上、下两册，本书为上册。

本书共分六章：绪论、水平控制网的布设、精密光学经纬仪和水平角观测、精密距离测量、高程控制测量和精密导线测量。内容主要介绍国家水平控制网和高程控制网建立的原理和方法，此外还结合工程测量专业的要求，着重介绍了这些原理和方法在布设工程控制网时的应用。

本书可作为高等院校工程测量专业的教材，也可作为其他测绘专业的学生和工程测量工作者的参考书。

高等学校试用教材

控制测量学

(上册)

武汉测绘学院控制测量教研组
同济大学大地测量教研室 合编

*

测绘出版社出版

测绘出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16·印张 24.75·字数 563 千字

1986 年 5 月第一版·1986 年 5 月第一次印刷

印数 0,001—7,300 册·定价 4.05 元

统一书号：15039·新 427

前 言

本教材由武汉测绘学院控制测量教研组和同济大学大地测量教研室合编,分上、下两册出版。上册由武汉测绘学院杨铨曾同志主编,下册由同济大学金国雄同志主编。上册各章内容主要介绍国家水平控制网和高程控制建立的原理和方法,此外还结合工程测量专业的要求,着重介绍了这些原理和方法在布设工程控制网时的应用。

上册分六章,第一、二两章由武汉测绘学院杨铨曾同志执笔,第三、五两章由该院梅是义同志执笔,第四章由同济大学金国雄、虞润身同志执笔,第六章由金国雄同志执笔。本书由天津大学陈健同志、中南矿冶学院肖复何同志审阅,提供了宝贵意见,敬致衷心的感谢。

本教材主要为工程测量专业学生编写,也照顾了其他测量专业教学的需要。由于分工编写,编者水平有限,难免存在缺点或错误,诚挚希望读者批评指正。

编 者

1983 年 10 月

目 录

第一章 绪论	(1)
§1-1 控制测量学的任务及其作用.....	(1)
§1-2 地球的体形和测量的基准面.....	(2)
§1-3 三角测量的一般知识.....	(6)
§1-4 国家三角网的布设原则.....	(9)
§1-5 国家三角锁、网的布设方案.....	(11)
§1-6 工程控制网的布设方案.....	(16)
§1-7 控制测量的现代发展概况.....	(17)
第二章 水平控制网的布设	(24)
§2-1 三角测量的精度估算.....	(24)
§2-2 三边网和边角网的精度概述.....	(51)
§2-3 水平控制网的技术设计.....	(57)
§2-4 水平控制网的选点、造标和埋石.....	(62)
第三章 精密光学经纬仪和水平角观测	(74)
§3-1 精密测角仪器的结构特点.....	(74)
§3-2 精密光学经纬仪.....	(80)
§3-3 经纬仪的三轴误差及望远镜调焦透镜运行正确性的检验.....	(100)
§3-4 精密测角的误差来源及其影响.....	(118)
§3-5 方向观测法.....	(124)
§3-6 全组合测角法和三方向法.....	(140)
§3-7 归心元素的测定和归心改正数的计算.....	(153)
§3-8 观测成果的验算.....	(164)
第四章 精密距离测量	(172)
§4-1 长度基准和因瓦基线尺.....	(172)
§4-2 因瓦基线尺的量距与计算.....	(177)
§4-3 电磁波测距基本原理.....	(187)
§4-4 相位式激光测距仪的工作原理.....	(195)
§4-5 精密激光测距仪.....	(213)
§4-6 微波测距仪.....	(235)
§4-7 电磁波测距观测结果的化算.....	(247)
§4-8 电磁波测距误差及仪器的检验.....	(256)
第五章 高程控制测量	(273)

§5-1	高程控制网的布设	(273)
§5-2	精密水准仪和水准尺	(277)
§5-3	精密水准仪和水准标尺的检验	(283)
§5-4	精密水准测量的主要误差来源及其影响	(297)
§5-5	精密水准测量的实施	(303)
§5-6	跨越障碍物的精密水准测量	(308)
§5-7	补偿式精密自动安平水准仪	(317)
§5-8	水准面不平行性和高程系统	(327)
§5-9	三角高程测量	(334)
§5-10	水准测量的概算和平差	(347)
第六章	精密导线测量	(354)
§6-1	单导线的误差理论	(354)
§6-2	导线网的精度估算	(364)
§6-3	精密导线测量的布设	(370)
§6-4	精密导线测量及成果整理	(381)

第一章 绪 论

§ 1-1 控制测量学的任务及其作用

控制测量学的主要任务是:

1) 为测绘各种大比例尺地形图而建立必要精度的控制网。我们知道,各项工程建设规划设计阶段,都必须有各种比例尺的地形图,作为工程规划设计的依据。例如在兴建水利工程之前,必须先对全流域进行规划,确定梯级开发方案,测量回水面积,计算库容,选择坝址,确定水头高度等等。这些规划设计工作,都离不开在各种比例尺地形图上量算,以求得所需的数据。我们知道,工程设计所需的数据应有必要的精度,以保证所设计的工程项目无论从技术、经济等指标考虑都是先进合理的。由此可见,提供规划设计的各种比例尺地形图,应有必要的精度。为了保证地形图的质量,因此为测绘各种比例尺的地形图而建立的控制网应有必要的精度。同时为了所测绘的地形图能够互相拼接成为一个整体,所以应有一个统一坐标系统的控制网。

2) 为工程建设施工阶段建立必要精度的施工控制网。施工放样测量,是按照设计与施工的要求,将设计的建筑物的位置、形状、大小及其高程在地面上标定出来,以便进行施工。例如铁路山岭隧道施工测量的主要任务,是保证隧道的相向开挖能够按照规定的精度正确地贯通;并使各项建筑物以规定的精度按照设计的位置修建,不使侵入建筑限界。隧道施工首先自洞口开始,在洞口开始施工前,应先做好洞外的控制网,以后根据施工的进展,将洞外坐标系统通过洞口、竖井或斜井传递到洞内去。在洞内再用导线测量的方法建立洞内控制系统,用以放样出相向开挖的方向。为了保证以一定的精度贯通隧道,所以为隧道施工放样而建立的控制网应具有必要的精度。

3) 为工程建设竣工后运营阶段进行工程建筑物变形观测而建立变形观测专用控制网。工程建设施工中改变了地面原有地貌,对于建筑物的地基与基础施加了一定的外力,因而引起基础及其周围的地层发生变形,而建筑物本身由于基础变形及其外部荷载与内部应力的作用,也要发生变形。这种变形在一定范围内,应认为是正常的现象。但是如果超过了某一限度,就会影响建筑物的正常使用,严重的还会危及建筑物的安全。因此,在工程建筑物的施工和运营期间,必须进行变形观测。工程建筑物变形的量一般都不大,因此用来测量这些微小变形量的控制网及其测量方法应更加精密,这样才使得变形观测所取得的数据具有科学上的意义。

由上所述。可见控制网的作用在于:

1) 控制网是进行各项测量工作的基础。对勘察设计阶段建立的控制网而言,基本控制网是扩展图根控制和进行测图的基础。对施工控制网而言,基本控制网是各种工程建筑物施工放样的基础。

2) 控制网具有控制全局的作用。对勘察设计阶段建立的控制网而言,控制网具有控制全局,保证所测的各幅地形图具有一定的精度,能够互相拼接成为一个整体的作用。对施工控制网而言,基本控制全局,保证各建筑物轴线之间的相关位置具有必要的精度,以满足设计与施工的要求。

3) 控制网具有限制测量误差的传递和积累的作用。建立控制网时所采用的分级布网逐级控制的原则,就是从技术上考虑具有限制测量误差的传递和积累的作用。

由于工程建设的规划设计阶段、施工阶段以及运营阶段均需使用控制网,可见控制测量学这门课程是直接为各项工程建设服务的。

控制测量学的主要内容是研究建立控制网的原理和方法。它和大地测量学中国家控制测量的主要区别是:控制测量学研究的对象是工程控制网,而大地测量学中控制测量研究的对象为国家控制网。诚然,工程控制网和国家控制网又有不可分割的地方,如国家控制网中的三、四等控制点本身就是为工程建设规划设计阶段的测图服务的,而在一些城市或工矿地区建立的边长较短、精度较高的工程控制网,也应与高等级的国家控制点联测,以便统一到国家控制网中去。所以,当控制测量学讨论工程控制网的建立和实施时,必然要涉及到国家控制网。而且,就建立这二种控制网的原理和方法以及所用的手段来说,基本上是相仿的。因此控制测量学和大地测量学所讨论的内容在很多方面是一致的。当然,二者也不尽相同,大地测量学主要讨论国家一、二等控制网的问题,控制测量学就对此仅作适当的讨论,而着重研究工程和专用控制网的有关问题。

§ 1-2 地球的体形和测量的基准面

(一) 大地水准面的概念

由于地球的自转运动,地球上每一点都有一个离心力,地球对地球上每一点又有一个吸引力,所以地球上每一点都受到这两个力的作用。这两个力的合力称为重力(见图 1-1)。重力的作用线即为铅垂线。

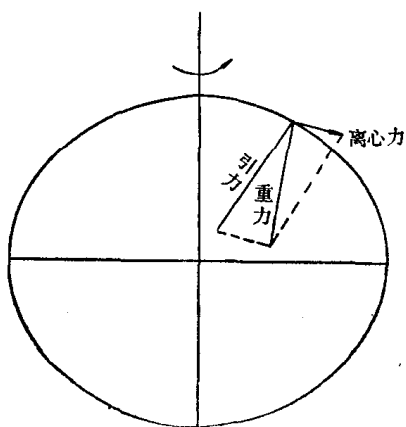


图 1-1

当液体处于静止状态时,其表面必然处处与重力方向(铅垂线)正交,否则由于水平分力的作用,液体表面就不能保持静止状态。我们称液体静止的表面为水准面。由于地球附近的空间和内部,处处都存在重力作用,所以通过不同高度的点,都有一个相应的水准面。

我们知道,整平经纬仪进行水平角观测时,水准器气泡中央的切线就是一条水平线,仪器垂直轴方向就与铅垂线方向一致,水平度盘就是和水准面相切的水平面,各测站上测得的水平角是高低不同的水准面上的角度。三角网中的起算边(或基线)

和导线测量中的导线边的水平距离，是指在不同高度的水准面上的距离。用水准测量方法测得两点间的高差，就是过该两点的水准面间的垂直距离。由此可见，水准面和铅垂线是测量外业所依据的基准面和基准线。

为了使测量成果有一个共同的基准面，我们可以选择一个十分接近地球自然表面又能代表地球形状和大小的水准面作为共同的标准。

我们知道，地球的自然表面虽然很不规则，有高达 8848 米的珠穆朗玛峰，有深达 11022 米的马里亚纳海渊（位于太平洋西部）。但是这些自然表面的起伏，相对于地球庞大的体积（半径约为 6370000 米）来说，还是微小的，而且地球的自然表面大部分是海洋（占 71%），所以海洋的静止表面是地球上最广大的水准面，其形状和大小均接近地球的自然表面，这个水准面即称为大地水准面。它所围成的体形，称为大地体。

实践和理论均可证明，各测站上所测的水平角，虽然是在各个不同水准面上测得的，但它们与大地水准面的不平行性不很明显，这些角度化归到大地水准面上时改正很微小，完全可以忽略。因此，各等三角测量在地面上测得的角值均可以直接看作是大地水准面上的角值。至于地面上测量所得的边长也可以根据一定的公式化算到大地水准面上。地面点的高程也是直接从静止的海洋面起算的。由此可见，大地水准面可以作为测量外业所依据的基准面。但它是否可以作为测量计算所依据的基准面呢？这还有待进一步分析。

我们知道，在重力中，起主导作用的是引力（离心力与引力之比约为 1:300），所以铅垂线方向主要受引力的影响。由于地球表面地壳内部的物质分布不均匀，使各处的引力产生变化。例如：在山岳附近，引力方向偏向山岳；在湖海附近，就偏离湖海；在金属矿藏的附近，就偏向矿藏，凡此等等（见图 1-2）。这样就引起地面各点的铅垂线方向发生不规则的变化。由于水准面和大地水准面都是处处与其铅垂线方向正交的，所以它们都是略有起伏而不规则的表面，而不是一个简单的几何面，因此无法在这个表面进行测量成果的计算，于是必须寻找一个与大地体相近的、能用简单的数学模型表示的规则体形来代替它。

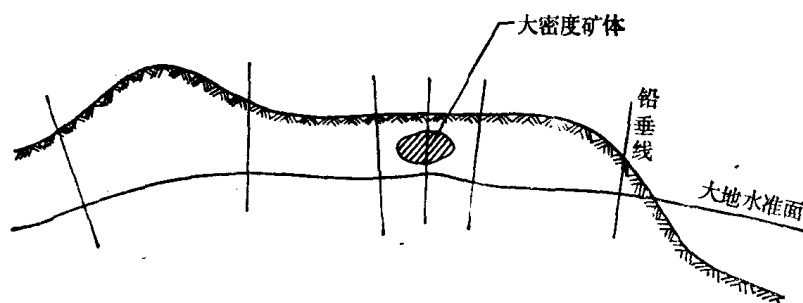


图 1-2

（二）总地球椭球与参考椭球

根据地质学的研究推断：“地球在它的发展、形成过程中，曾有一个时期，它的物质处于炽热的液体状态；又地球物质的密度，是由表面向地心逐渐增大”。1681 年牛顿首次从

上述两个推断出发,有根据地提出地球为扁球形的设想。他认为:“处于炽热液体状态下的

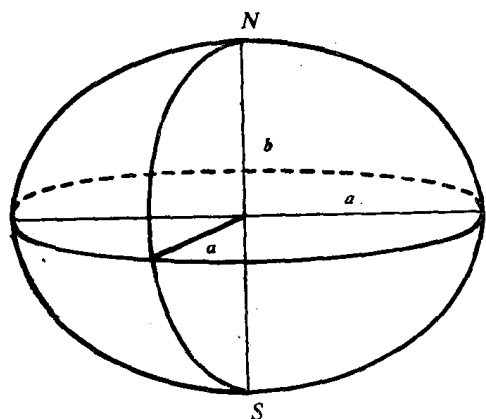


图 1-3

地球体,其表面各处同时在受到离心力和他自己发现的万有引力的作用下,必然形成一个两极略扁的扁球”。长期的测量实践证明了上述牛顿学说的正确性,而且得出了“地球的体形与一个旋转椭球体(一个椭圆依其短轴旋转而成的立体体形)极为接近”的结论。因此,代表地球体形的旋转椭球体,常称作“地球椭球”。如图 1-3 所示,地球椭球的大小和形状是以长半径 a 和短半径 b 或扁率 $\alpha = \frac{1}{a}(a-b)$ 来表示。

与大地体最接近的地球椭球,叫做总地球椭球,简称总椭球。总椭球有以下三个几何条件:

1) 总椭球中心应与地球质心重合;

2) 总椭球的旋转轴应与地轴重合,赤道应与地球赤道一致;

3) 总椭球的体积应与大地体的体积相等,大地水准面与总椭球面之间的高差平方和为最小;

4) 总椭球的总质量应等于地球的总质量;

5) 总椭球的旋转角速度应等于地球的旋转角速度。

事实上,总椭球是很难精确求定的。二百多年来,各国测量学者,曾先后根据陆地上的天文、大地测量和重力资料,分别推算出各自的地球椭球(长半径 a 和扁率 α 的数值)。然而,这些地球椭球模型,由于采用的资料毕竟有限(71%的大洋面上的资料难于得到)都不能与整个地球的大地水准面密切配合,而只能与所用资料区域的局部大地水准面充分配合。所以过去各个国家或地区不可能统一采用一个总椭球,而都是各自采用与本国或本地区大地水准面密切配合的椭球面,作为测量计算的基准面。这种椭球叫做参考椭球。不言而喻,总椭球应只有一个,而参考椭球可有许多个,它们都不尽相同。我国解放后一直采用苏联克拉索夫斯基椭球,其长半径 $a = 6378245\text{m}$,扁率 $\alpha = \frac{1}{298.3}$ 。我国天文大地网整体平差后将采用新的大地测量基本参数。

(三) 几种坐标的概述

如前所述,总椭球与参考椭球并不是一个椭球,它们的大小和形状以及在地球体内的定位都有差异。如图 1-4 所示,总椭球与地球体的质心 O 和旋转轴 NS 都是相重合的,而参考椭球的中心 O' 与质心 O 偏离,它的旋转轴 $N'S'$ 只要求与地球旋转轴平行。

以总椭球为根据的坐标系,叫做地心大地坐标系。这是一个三维直角坐标系,其原点取在地球的质心 O 。总椭球旋转轴与地球平均自转轴(目前国际统一取 1900 至 1905 年的

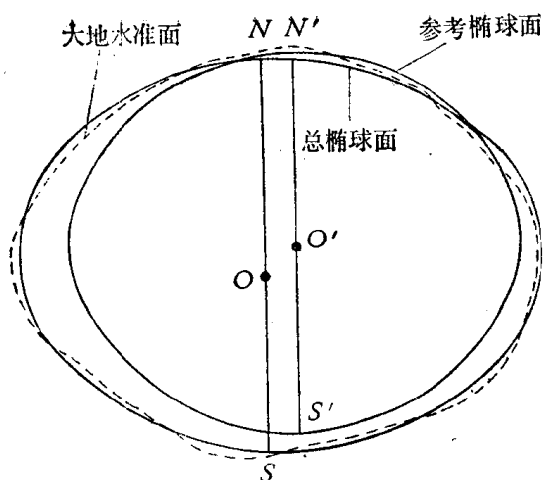


图 1-4

包含 $O'x$ 轴和 $O'z$ 轴的子午面作为起始子午面，它应与英国格林尼治的平均子午平面相平行。这样一来，参考椭球与大地体相对位置就固定下来了。

地面上某一 M 点的位置，可由二种坐标来确定。一种是大地直角坐标，以 (x, y, z) 表示，另一种是，以大地坐标 (B, L) 和大地高 H 表示。如图 1-5 所示， B 是过 M 点的参考椭球法线与椭球赤道面的交角， B 叫做大地纬度； L 是包括法线 MPK_p 的子午面与起始子午面的夹角， L 叫做大地经度；大地高 H 是 M 点超出参考椭球的垂距。这二种坐标是可以互换的，其互换公式将在下册中讨论。

顺便指出，地面上 M 点的位置也可按天文测量直接测得的天文坐标 (φ, λ) 和海拔高 h 来确定。这里， φ 是过 M 点的大地水准面垂线与地球赤道面的夹角， φ 叫做天文纬度。 λ 是包含 M 点垂线的天文子午面与英国格林尼治平均子午面的夹角， λ 叫做天文经度。海拔高 h 是 M 点超出大地水准面的垂距。

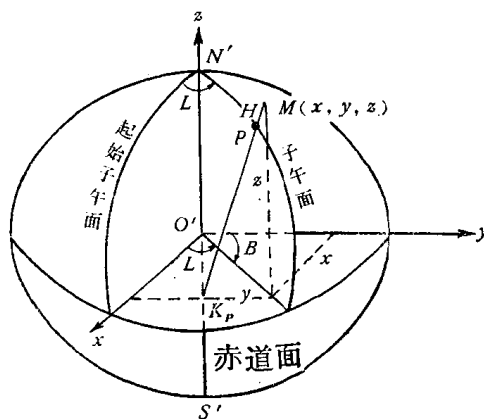


图 -5

(四) 垂线偏差和大地水准面差距

大地水准面是一个处处与它的垂线正交的曲面，由于地球的质量分布不均匀，大地水准面不可能是一个简单的几何曲面。所以，不论用一个总椭球面与全球大地水准面进行配合，还是用一个参考椭球面与局部大地水准面进行配合，都不能使二种曲面完全重合，而只能寻求最佳的配合，使各处的差异达到最小，但差异毕竟客观存在着。

标志大地水准面和总椭球面或参考椭球面之间的差异的量，有垂线偏差和大地水准面差距这二个量，如图 1-6(a)，(b)中，虚曲线表示大地水准面，实曲线表示总椭球面和

参考椭球面。图(a)表示总椭球面与大地水准面密切配合后的关系,图(b)表示参考椭球面与局部大地水准面密切配合后的关系。所谓垂线偏差,就是从地面上的某点向大地水准面引一垂线(图中以 V 标志)和这点向椭球面作法线(图中以 N 标志)之间的夹角。这里有二种垂线偏差,一种是垂线偏出总椭球法线方向的角度,叫做绝对垂线偏差(见图(a));另一种是垂线偏出参考椭球面法线方向的角度,叫做相对垂线偏差(见图(b))。通常,相对垂线偏差在南北方向的分量,叫做子午分量,以 ξ 表示;在东西方向的分量,叫做卯酉分量,以 η 表示。 ξ 、 η 和天文经纬度(φ 、 λ)与大地经纬度的关系,我们不加证明地写出如下

$$\xi = \varphi - B \quad \eta = (\lambda - L) \cos \varphi$$

所谓大地水准面的差距,如图1-6所示,就是指大地水准面(图中以虚线表示)超出总椭球面或参考椭球面(图(a),(b)中均以实线表示)的高度。和垂线偏差一样,大地水准面差距也有两种:一种是相对于总椭球面的差距,另一种是相对于参考椭球面的差距。通常,以 ΔN 表示大地水准面超出参考椭球面的差距。当大地水准面超出参考椭球面时, ΔN 为正;反之为负。

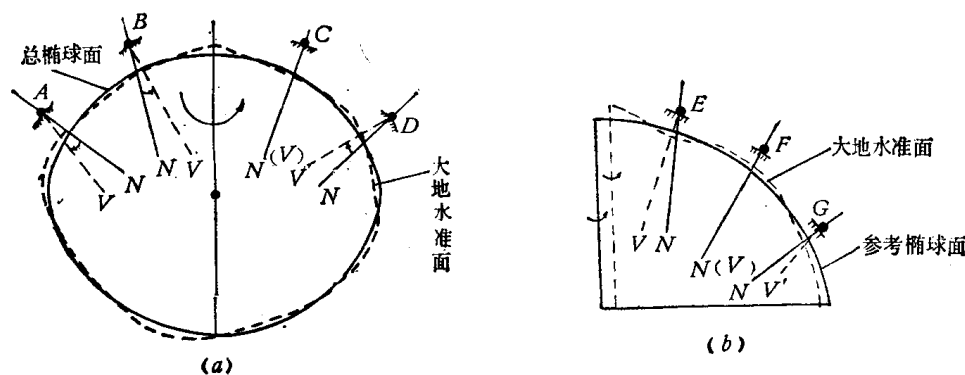


图 1-6

在控制测量中,都以参考椭球面作为计算的基准面,而实际测量时都是以大地水准面为准的,为此必须把大地水准面为准的测量结果归化到参考椭球面上,然后才能进行计算。显然,归算时必须知道相对垂线偏差的二个分量(ξ 、 η)和大地水准面的差距(ΔN)。

关于参考椭球或总椭球如何定位的问题,如何计算相对垂线偏差和大地水准面差距的问题,在本书的下册中将作简要讨论,详细的论述可参阅有关弧度测量与地球形状二种专门书籍。

§ 1-3 三角测量的一般知识

用三角测量的方法来建立平面控制网,是生产中应用最广泛的一种方法,它是本课程研究的主要对象。最近几年来,导线测量也愈益广泛地用来建立平面控制网,这里暂不介绍导线测量的基本原理,留待第六章中阐述。现将三角测量的一般知识介绍如下。

(一) 三角测量的基本原理

在地面上选择并标出一系列彼此通视的点 1, 2, 3 ……，把它们用三角形的形式联接起来，组成椭球面上的三角网，观测网中的各个角度，并按一定方法化为平面上的角值 A, B, C ……，即组成平面上的三角网。如图 1-7 所示(这部分内容将在下册中讲授)。若已知点 1 的平面坐标 (x_1, y_1) ，点 1 至点 2 的平面边长 $S_{1,2}$ ，坐标方位角 $\alpha_{1,2}$ ，便可用正弦定理依次推算出所有三角网的边长、各边的坐标方位角、各点的平面坐标。这就是三角测量的基本原理和方法。

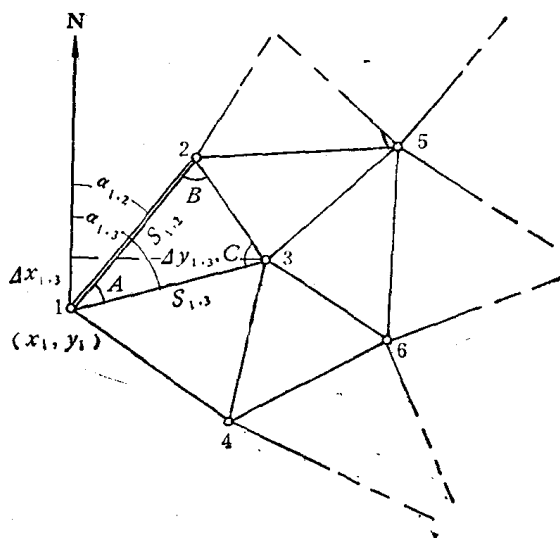


图 1-7

由图 1-7 得：

$$\begin{cases} S_{1,3} = S_{1,2} \frac{\sin B}{\sin C} \\ \alpha_{1,3} = \alpha_{1,2} + A \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x_{1,3} = S_{1,3} \cos \alpha_{1,3} \\ \Delta y_{1,3} = S_{1,3} \sin \alpha_{1,3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 = x_1 + \Delta x_{1,3} \\ y_3 = y_1 + \Delta y_{1,3} \end{cases}$$

即由已知的 $S_{1,2}$, $\alpha_{1,2}$, x_1, y_1 和各角观测值的平差值 A, B, C 可推算求得 x_3, y_3 。同理，可依次求得三角网中其它各点的坐标。

采用三角形为三角网的基本图形，这是因为：1) 三角形是结构简单而图形强度又好的几何图形；2) 计算方便；3) 有足够的几何条件校核。

(二) 三角测量的起算数据和推算元素

上面已经提到, 为了得到所有三角点的坐标, 必须已知三角网中某一点的起算坐标 x_1, y_1 , 某一起算边长 $S_{1,2}$ 和某一边的坐标方位角 $\alpha_{1,2}$ 。我们把这三个起算数据统称为三角测量的起算数据。在三角点上所观测的水平角(或方向)是三角测量的观测元素。由起算数据和观测元素的平差值所推算出来的三角网边长、坐标方位角和三角点的坐标统称为三角测量的推算元素。

工程测量中, 三角网起算数据可由下列方法求得:

1) 起算边长

当测区内已有国家三角网(或其它单位施测的三角网)时, 若其精度满足工程测量的要求, 则可利用国家三角网的边长作为起算边长。若已有网边长精度不能满足工程测量的要求(或无已有的边长可利用时), 则可采用电磁波测距仪直接测量三角网某一边或某些边的边长(或采用因瓦基线尺丈量基线, 由基线网求得三角网某一边的边长)作为起算边长。

2) 起算坐标

当测区内已有国家三角网(或其它单位施测的三角网)时, 则由已有的三角网传递坐标。若测区附近无三角网成果可供利用, 则可在一个三角点上用天文测量方法测定其经纬度, 再换算成高斯平面直角坐标, 作为起算坐标。保密工程或小测区也可采用假设坐标或建筑坐标系。

3) 起算方位角

当测区附近已有控制网时, 则可由已有网传递方位角。若无已有网成果可供利用时, 可用天文测量方法测定三角网某一边的天文方位角作为起算方位角。或用陀螺经纬仪测定起算方位角。

(三) 独立网与非独立网

当三角网中只有必要的一套起算数据(一条起算边、一个起算方位角和一个起算点的坐标)时, 这种网称独立网。例如在图 1-8 中, 这种三角网的图形称为中点多边形, 是常用的一种典型图形。若网中只有必要的一套起算数据, 例如 A 点的起算坐标 (x_A, y_A) 、 AF 边起算坐标方位角 α_{AF} 与由基线通过菱形网扩大求得的起算边长 S_{AF} , 则这种网称为独立网。

如果三角网中具有多于必要的一套起算数据时, 则这种网称为非独立网。例如图 1-9 为相邻两三角形中插入两点的典型图形。 A, B, C 和 D 都是高一级的已知三角点, 其坐标、边长和坐标方位角都是已知的。因此这种三角网的起算数据多于一套, 所以称为非独立网(又称为附合网)。 P 与 Q 为待定的低一级的三角点。

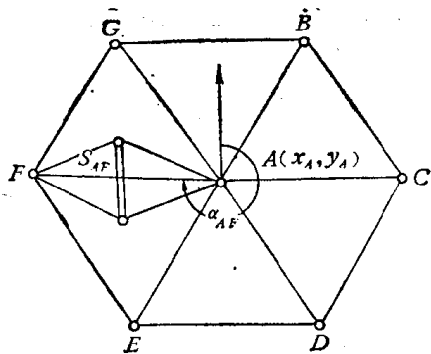


图 1-8

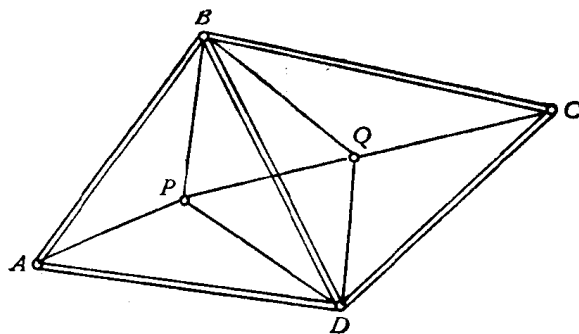


图 1-9

§ 1-4 国家三角网的布设原则

用三角测量方法建立的国家平面控制网，称为国家三角网。为了满足我国经济建设和国防建设的需要，在 960 万平方公里的领土上，建立国家三角网，这是一项规模巨大的工作，是一项基本建设，需要全面规划，统筹安排。因此建立国家网，首先应根据我国具体情况，制定适当的布设原则和布设方案，用以指导建网工作。

我国的国家网布设原则是：1) 分级布网、逐级控制；2) 应有足够的精度；3) 应有足够的密度；4) 应有统一的规格。现进一步论述如下。

(一) 分级布网、逐级控制

我国领土辽阔，地形复杂，不可能用最高精度和较大密度的三角网一次布满全国。为了适时地保障国家经济建设和国防建设用图的需要，根据主次缓急而采用分级布网、逐级控制的原则是十分必要的。即先以高精度而稀疏的一等三角锁，尽可能沿经纬线方向纵横交叉地迅速布满全国，形成统一的骨干大地控制网，然后在一等锁环内逐级（或同时）布设二、三、四等三角网。

(二) 应有足够的精度

锁、网的精度应根据需要和可能来确定。作为国家大地控制网骨干的一等三角锁，应力求精度更高些，有利于为科学研究提供可靠的资料。

为了保证国家三角锁网的精度，必须对起算数据和观测元素的精度、网中三角形角度的大小等等，提出适当的要求和规定，这些要求和规定见表 1-2。

(三) 应有足够的密度

三角点的密度，主要根据测图方法及测图比例尺的大小而定。用航测方法成图时，点的密度见表 1-1。

各种比例尺航测成图时对平面控制点的密度要求

表 1-1

测 图 比 例 尺	每幅图要求点数	每个三角点控制面积	三角网平均边长	等 级
1:50000	3	约 150 km ²	13 km	二 等
1:25000	2—3	约 50 km ²	8 km	三 等
1:10000	1	约 20 km ²	2—6 km	四 等

根据测图对平面控制点的密度要求，下面讨论如何根据表 1-1 中规定的每个平面控制点所控制的面积 Q 来确定所布设的二、三、四等三角网的平均边长 S 。

如图 1-10 所示，设三角网是由边长为 S 的等边三角形构成。三角点 P_1, P_2, P_3 各自控制一个面积为 Q 的正六边形。因为 $\triangle P_1AB$ 为正三角形 ($P_1A = AB = P_1B = R$)。

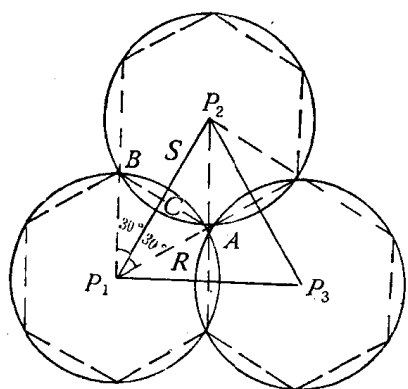


图 1-10

$$P_1C = P_2C = \frac{S}{2}$$

$$\text{因为 } \frac{P_1C}{R} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{所以 } R = \frac{P_1C}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{S}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{S}{\sqrt{3}}$$

设正三角形 P_1AB 的面积为 Δ ，则

$$\Delta = \frac{1}{2} R \times P_1C = \frac{1}{2} \times \frac{S}{\sqrt{3}} \times \frac{S}{2} = \frac{\sqrt{3}}{12} S^2$$

所以正六边形面积 Q 为：

$$Q = 6 \times \Delta = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{12} S^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} S^2 = 0.87 S^2$$

则三角形的边长为：

$$S = 1.07 \sqrt{Q} \quad (1-4-1)$$

上式就是三角网的边长 S 与每个三角点控制面积 Q 的关系式。

将表 1-1 中每个三角点控制面积 Q 的数值代入 (1-4-1) 式，则可求得相应的三角网平均边长 S 。例如：