

内 容 简 介

本习题集是与航空高等院校统编教材《结构力学》配套使用的教学用书。书中共编写了210道题目，这些习题均经过认真挑选与归纳，并具有内容丰富、概念性强、理论联系实际等特点。

书中习题以薄壁结构为主，兼顾杆系和混合结构。各章对典型例题作了详解示范，并有一定数量的思考题，书末还附有全部习题的答案。

本书可供飞行器结构强度专业与设计专业教学使用，也可供船舶结构、水中兵器和其他有关专业的师生以及从事结构设计的工程技术人员学习参考。

结 构 力 学 习 题 集

刘国春 姜炳光 编

*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092¹/₁₆ 印张10¹/₄ 237千字

1982年1月第一版 1982年1月第一次印刷 印数：0,001—6,000册

统一书号：15034·2343 定价：1.10元

前 言

本书是根据航空高等院校结构力学与强度专业教学大纲的要求，兼顾设计专业的需要，在总结历年教学资料的基础上，按照统编教材《结构力学》的内容深度与章节安排编写的习题集。

书中习题以薄壁结构为主，兼顾杆系与混合结构。全部习题经过认真挑选与归纳，力求做到：取材丰富，类型齐全，概念性强，理论联系实际；既重视对基本概念的理解，也注意培养计算能力。为了加深对基本理论的理解，书中编写了一定数量的思考题；为了便于教学，本书还编有典型例题详解并附有全部习题的答案。

本书章节编排顺序与《结构力学》教材一致。习题数量较多，约为教学用量的三倍，以便于教师结合专业特点与教学要求选择使用。本习题集不仅能满足院校教学的需要，同时对广大工程技术人员，也有一定参考价值。

限于编者水平，书中难免存在一些缺点错误，恳请使用本书的教师和读者批评指正。

本书由西北工业大学刘国春同志主编，姜炳光同志参加编写与校阅。本书承北京航空学院王德荣、胡训传、乌国华等同志审阅，提出许多宝贵意见。在编写期间还得到有关教研室许多同志的支持与鼓励，在此一并致谢。

编 者

目 录

第一章 结构的几何不变性分析	1
一、平面系统	1
二、空间系统	5
第二章 静定结构的内力计算	7
一、平面杆系结构	7
二、平面薄壁结构	14
三、空间结构	21
第三章 能量原理与结构变形计算	32
一、能量原理	32
二、单位载荷法	43
第四章 力法	54
一、结构静不定次数的判断	54
二、力法原理的应用	61
三、基本系统和基本状态的选择	76
四、矩阵力法	78
第五章 工程梁理论	85
一、开周边薄壁结构	85
二、单闭周边薄壁结构	91
三、多闭周边薄壁结构	96
第六章 直接刚度法	108
一、结构刚度矩阵的组成	108
二、结构位移与内力的计算	115
答案	123
参考资料	160

第一章 结构的几何不变性分析

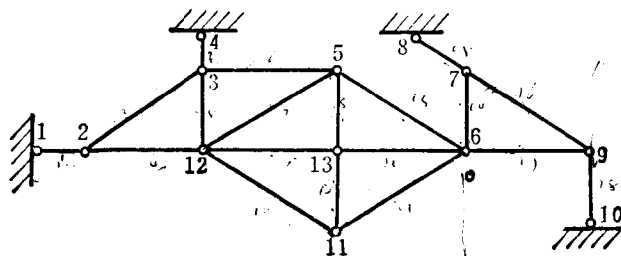
一、平面系统

1-1〔思考题〕 结构设计时，为什么要首先进行几何不变性分析，试从构造和力学两个方面加以说明。

1-2〔思考题〕 进行结构几何不变性分析时，若把计算模型的节点、杆和刚体看作为自由体，它们各具有多少个自由度？若把它们看作为约束物，它们各相当于多少个约束？将结果填于下列表格中。

对象 \ 坐标系	自由度 (N)		约束 (C)	
	平面	空间	平面	空间
节点 (单铰)	2	3	2	3
节点 (复铰)				
杆 件				
刚 体				

1-3〔例题〕 试分析1-3图所示平面杆系的多余约束数及几何不变性。



1-3 图

解 (1) 计算系统的多余约束数。

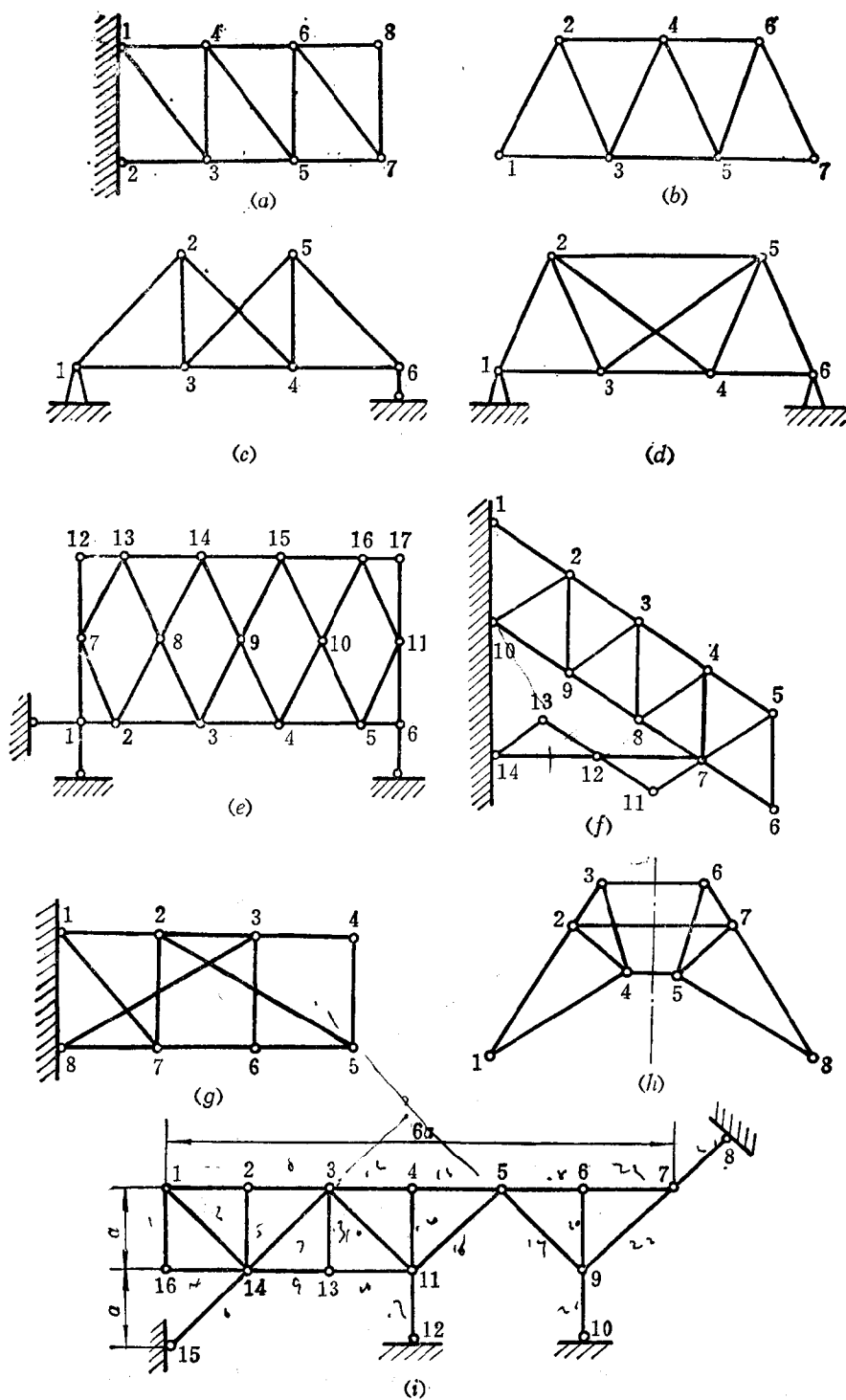
由于此平面系统由九个自由节点和十九根杆组成，因此，其多余约束数为

$$f = C - N = 19 - 9 \times 2 = 1$$

(2) 分析系统的几何不变性。

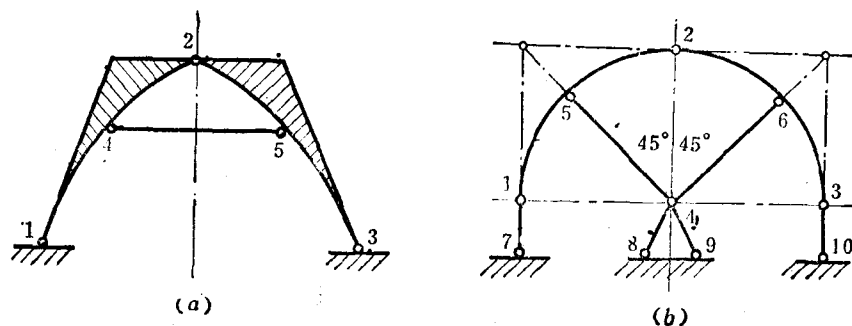
此系统可视为由三个刚盘 (2-3-5-6-11-12-2、6-7-9-6 及基础) 组成。它们之间形成的两个虚铰 (12 和 9) 及一个实铰 (6) 在同一直线上，因此系统为瞬变系统。

1-4 试分析下面平面桁架(如1-4图(a)~(i)所示)的几何不变性。计算出系统的多余约束数，指明它是几何不变系统还是几何可变系统或是瞬变系统。



1-4 图

1-5〔例题〕 试分析1-5图 (a) 与 (b) 所示平面混合系统的多余约束数及几何不变性。



1-5 图

解 (1) 计算多余约束数。

将1-5图(a)的刚盘1-2、2-3及杆4-5视为自由体, 它们共有自由度

$$N = 3 \times 3 = 9$$

将各连接铰视为约束, 五个简单铰共有约束数

$$C = 2 \times 5 = 10$$

因此, 1-5图(a)所示系统的多余约束数为

$$f = C - N = 1$$

将1-5图(b)所示平面系统的铰1、2、3、4、5与6视为自由体, 它们共有自由度

$$N = 2 \times 6 = 12$$

将曲杆1-2、2-3和直杆1-7、4-5、4-6、4-8、4-9及3-10视为刚体, 这些刚体把与其连接的几个自由节点连成一体, 每个刚体提供 $2n - 3$ 个约束。因此, 系统总共有约束数

$$C = (2 \times 3 - 3) \times 2 + (2 \times 2 - 3) \times 6 = 12$$

因此, 1-5图(b)所示系统的多余约束数

$$f = C - N = 0$$

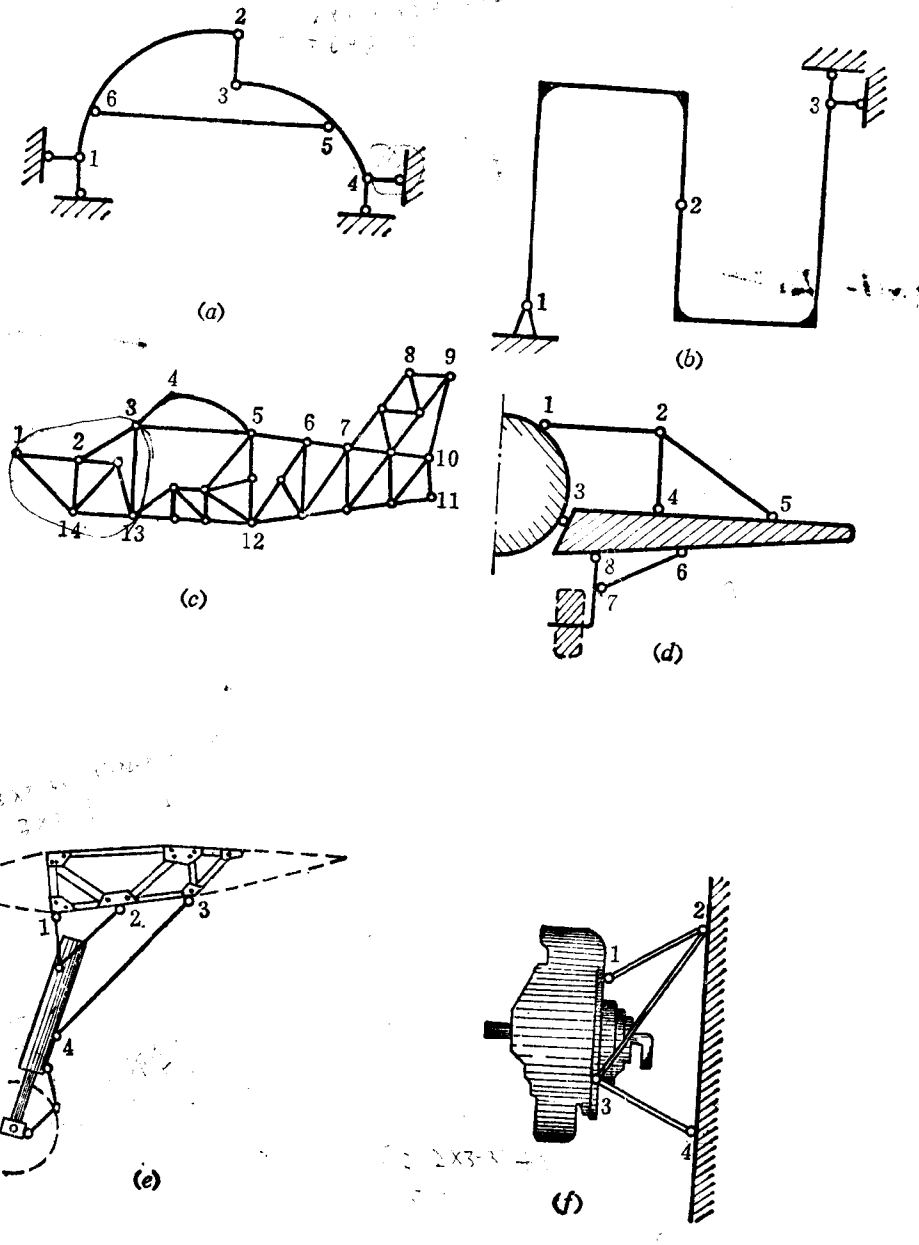
(2) 分析系统的几何不变性。

对于1-5图(a)所示系统, 三个刚盘(1-2、2-3及杆4-5)相互以三个实铰相连, 且三铰不在同一直线上, 故此三个刚盘组成了一个几何不变的整体。它们又与基础以两个铰相连, 结构整体有三个自由度, 两个铰提供四个约束, 且无重复约束。所以整个混合系统是固定于基础之上的几何不变系统。

对于1-5图(b)所示系统, 可将曲杆1-2及2-3和基础视为三个刚盘。它们之间相互以一个实铰4及两个虚铰(杆7-1与4-5延长线的交点和杆10-3与4-6延长线的交点)相连接, 并且此三铰共直线。所以, 1-5图(b)所示的混合系统为一瞬变系统。

显然, 当改变杆4-5及4-6的倾斜角时, 就可以使系统变为几何不变系统。

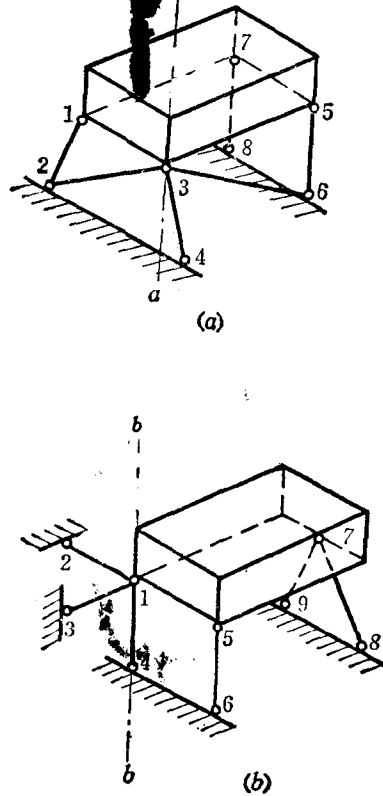
1-6 试分析下列平面刚架和混合杆系(如1-6图(a)~(f)所示)的几何不变性。计算出系统的多余约束数, 指明它是几何不变系统, 还是几何可变或是瞬时可变系统。



1-6 图

二、空间系统

1-7〔例题〕 两个盒段的空间固定情况如 1-7 图 (a) 和 (b) 所示。试分析其几何不变性。

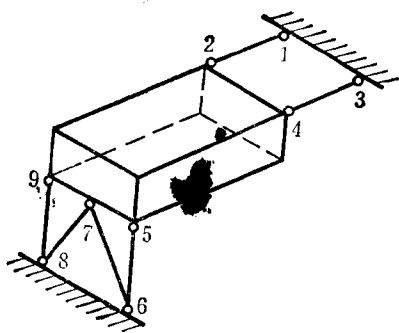


1-7 图

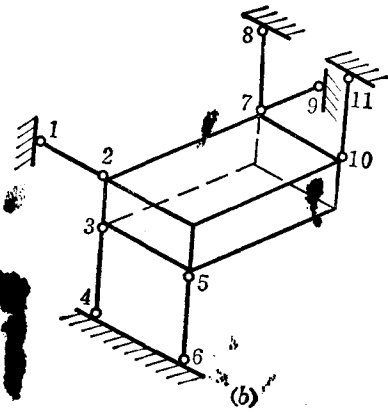
解 对于 1-7 图 (a) 所示的固定情况, 由于杆 1-2、2-3 与杆 3-4 共平面, 杆 3-6 与杆 5-6 共平面, 杆 7-8 与上述两平面的交线 $a-a$ 平行。根据瞬变系统分析的〔结论 4〕可知: 此空间系统是瞬变系统。

对于 1-7 图 (b) 所示的固定情况, 由于杆 1-2、1-4 与杆 5-6 共平面, 杆 1-3 与杆 1-4 共平面, 两平面的交线为 $b-b$, 而其余二杆 7-8 和 7-9, 既不与 $b-b$ 线平行也不与其相交, 故系统为几何不变系统。

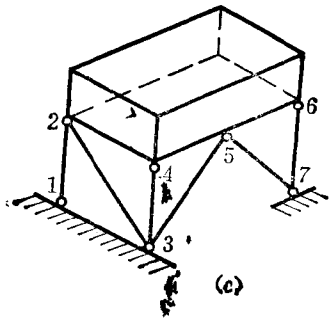
1-8 试利用已知结论, 对 1-8 图中 (a)~(h) 各图所示刚体的空间固定情况, 进行几何不变性分析。



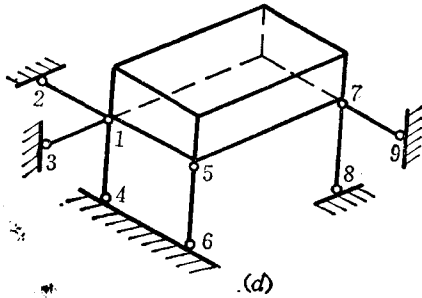
(a)



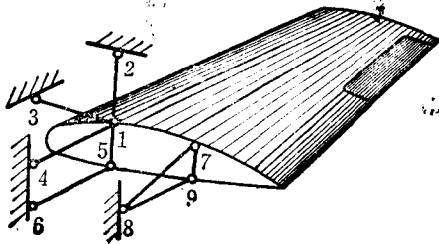
(b)



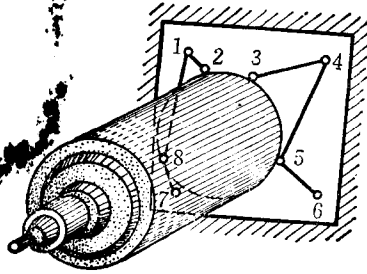
(c)



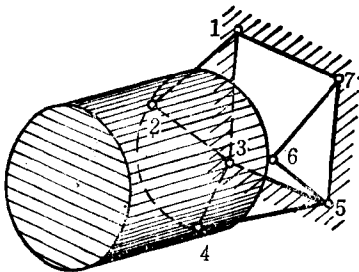
(d)



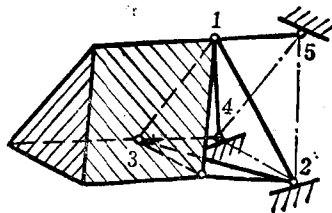
(e)



(f)



(g)



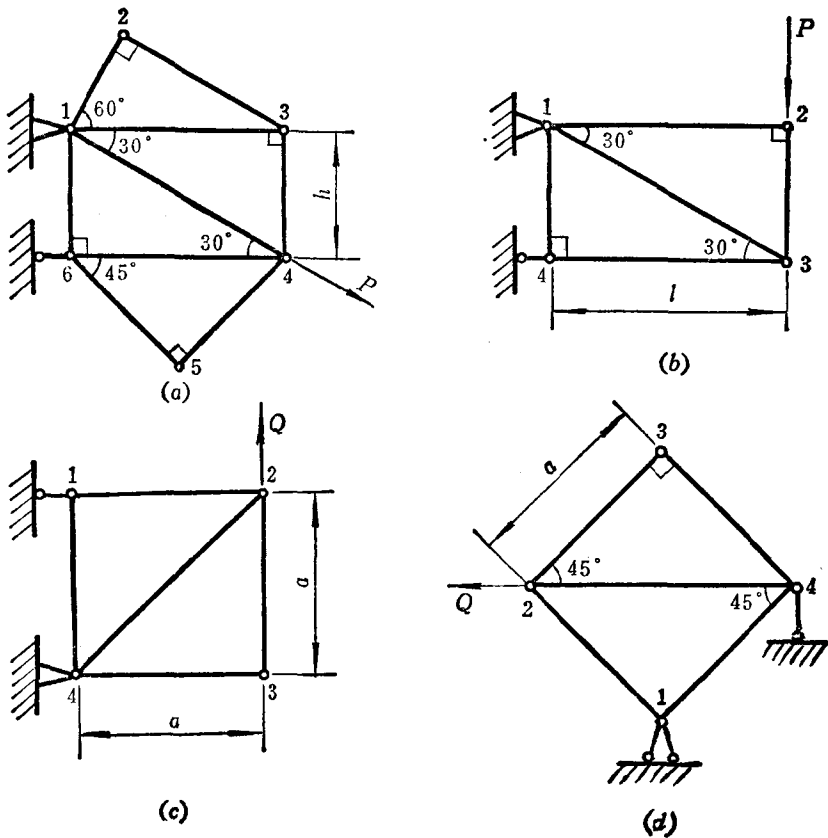
(h)

第二章 静定结构的内力计算

一、平面杆系结构

2-1〔思考题〕 怎样判断桁架结构中的零力杆？结合本章中有关习题 考虑如何运用？

2-2 已知 桁架的结构尺寸及受力情况如2-2图(a)~(d)所示。



2-2 图

求 1. 判断各桁架的零力杆并计算各杆的内力。

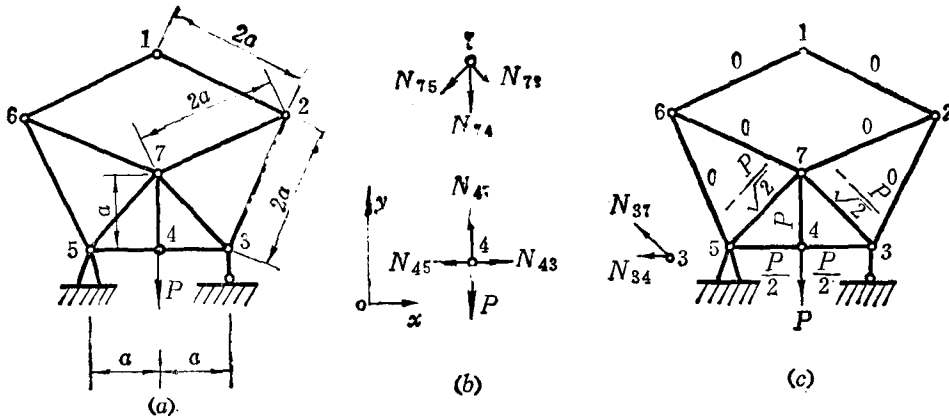
2. 将两个支座互换位置后，计算各杆的内力。

2-3〔例题〕 平面桁架的形状、尺寸及受力情况如2-3图(a)所示。

求 桁架各杆的内力。

解 (1) 首先分析结构的静定性。

由于此结构由六个自由节点和12根杆子组成，其多余约束数 $f = 12 - 2 \times 6 = 0$ ，且无重复约束。故系统是静定的。



2-3 图

(2) 其次根据判断零力杆的原则, 可知杆 1-2、1-6、2-3、2-7、6-7 和 6-5 均为零力杆。

(3) 用节点法, 逐次取节点 4、7、3 为对象按平衡条件解出各杆内力如下, 见 2-3 图(b)。

$$\begin{aligned}\sum X_4 &= N_{43} - N_{45} = 0, \quad N_{43} = N_{45} \\ \sum Y_4 &= N_{47} - P = 0, \quad N_{47} = P \\ \sum X_7 &= N_{73} \sin 45^\circ - N_{75} \sin 45^\circ = 0 \\ &N_{73} = N_{75} \\ \sum Y_7 &= -N_{73} \cos 45^\circ - N_{74} - N_{75} \cos 45^\circ = 0 \\ &N_{74} + 2N_{73} \cos 45^\circ = 0\end{aligned}$$

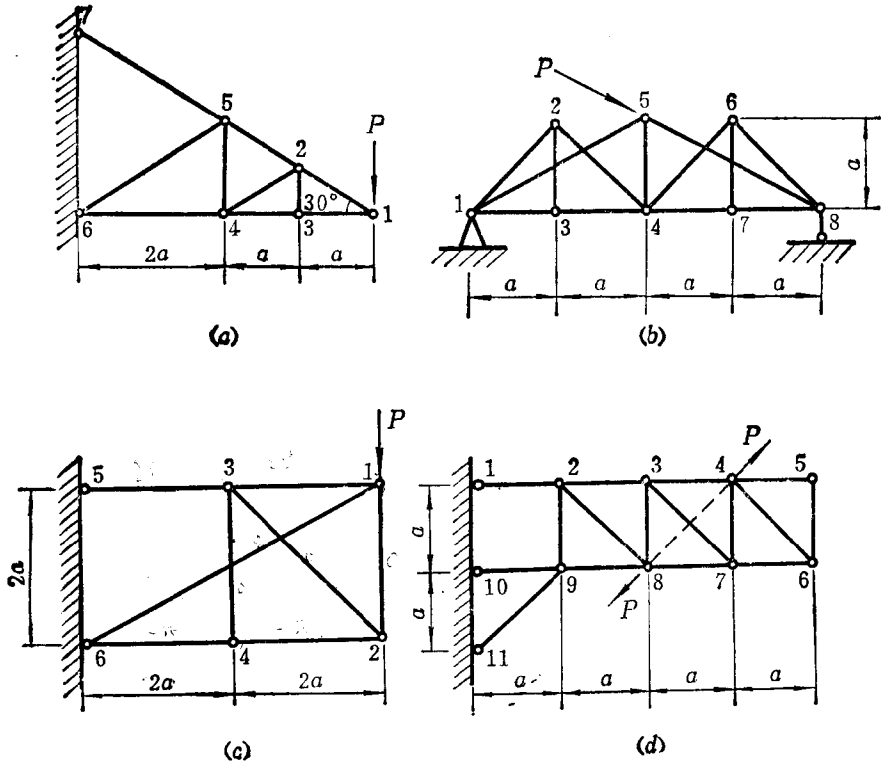
所以

$$\begin{aligned}N_{73} &= -P/\sqrt{2} \\ \sum X_3 &= -N_{34} - N_{37} \cos 45^\circ = 0 \\ N_{34} &= -N_{37} \cos 45^\circ = -N_{73} \cos 45^\circ = \frac{1}{2}P \\ N_{45} &= N_{43} = N_{34} = \frac{1}{2}P\end{aligned}$$

(4) 将各杆内力标于图上, 见 2-3 图(c), 或列于表中。

编号	杆	轴力 N	编号	杆	轴力 N
1	1-2	0	7	7-3	$-P/\sqrt{2}$
2	1-6	0	8	3-4	$P/2$
3	2-3	0	9	4-7	P
4	2-7	0	10	7-5	$-P/\sqrt{2}$
5	6-7	0	11	4-5	$P/2$
6	6-5	0			

2-4 已知 平面桁架的形状、尺寸和受载情况如 2-4 图 (a)~(d) 所示, $a = 100\text{cm}$,



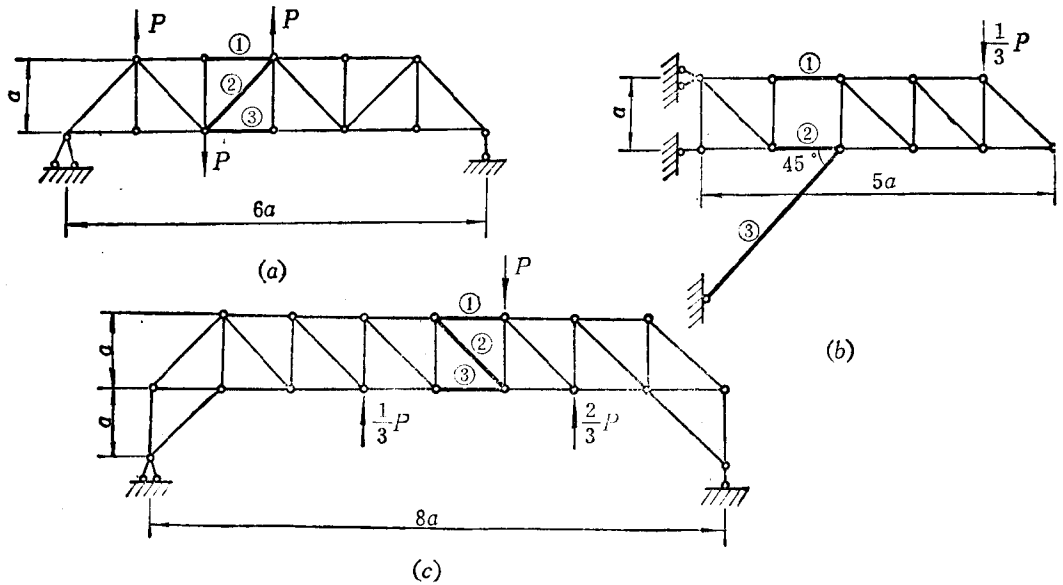
2-4 图

$P = 1000\text{kg}$ 。

求 用节点法计算桁架各杆的内力。

提示 利用静定结构的性质，先判断零力杆，再计算各杆的内力。

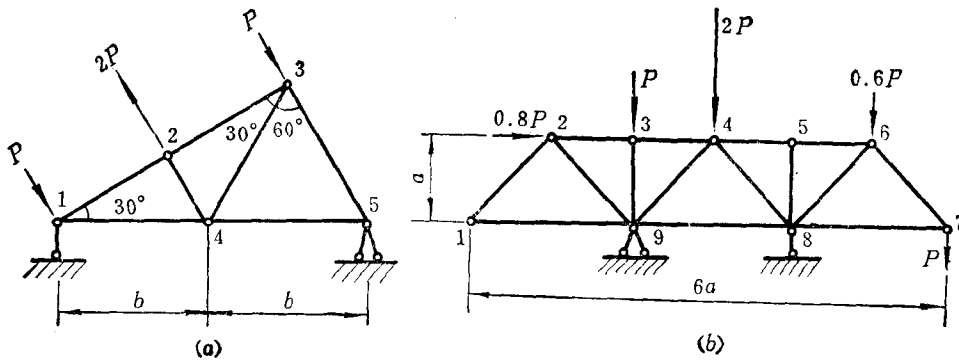
2-5 已知 平面结构的形状、尺寸和受载情况如 2-5 图 (a) ~ (c) 所示， $P = 3000\text{kg}$ 。



2-5 图

求 结构中粗线所示杆件①、②、③的内力。

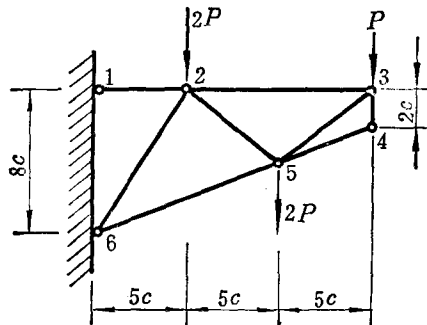
2-6 已知 平面桁架的形状、尺寸及受载情况如 2-6 图(a)、(b)所示。 $a = 100\text{cm}$, $b = 70\text{cm}$, $P = 1000\text{kg}$ 。



2-6 图

- 求 1. 桁架的支座反力是多少?
2. 桁架各杆的内力是多少?

2-7 已知 平面桁架的形状、尺寸及受载情况如 2-7 图所示, $c = 10\text{cm}$, $P = 200\text{kg}$ 。



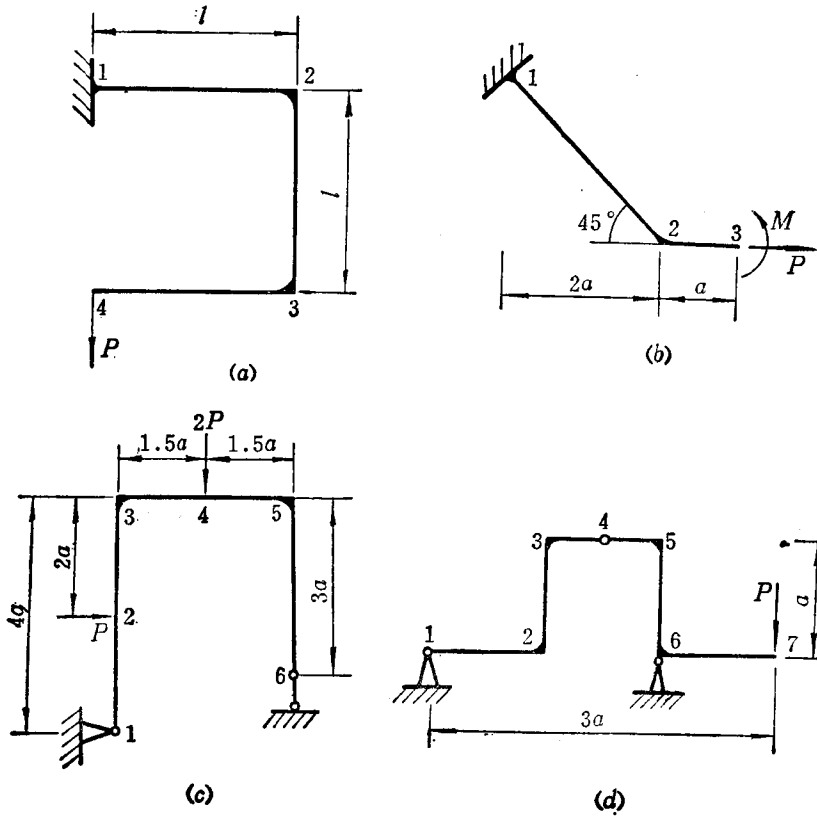
2-7 图

为简化计算, 给出各杆长度 l 及其方向余弦 $\cos(l, x)$ 、 $\cos(l, y)$ 如下表:

杆 号	杆长 l (cm)	$\cos(l, x)$	$\cos(l, y)$
1-2	50	1.0	0
2-3	100	1.0	0
3-4	20	0	1.0
4-5	54	-0.926	-0.371
5-6	108	-0.926	-0.371
6-2	95	0.525	0.845
2-5	64	0.78	-0.625
5-3	64	0.78	0.625

求 桁架各杆的内力。

2-8 已知 平面刚架的形状、尺寸及受载情况如2-8图(a)~(d)所示。 $l = 1.4\text{ m}$, $a = 40\text{ cm}$, $P = 1000\text{ kg}$, $M = 400\text{ kg}\cdot\text{m}$ 。

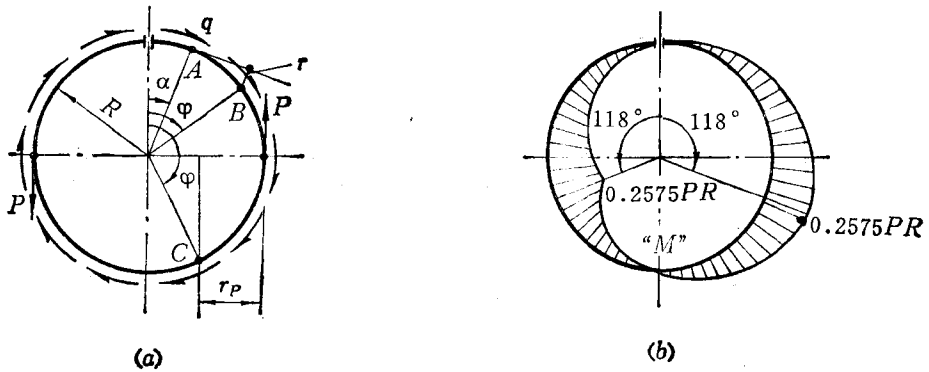


2-8 图

求 刚架的弯矩并作出弯矩图。

2-9〔例题〕 上端开口的圆形刚框半径为 R ，在两侧与水平对称轴相交的框上作用有方向相反的力 P ， P 力形成的扭矩由沿圆框均匀分布的常剪流 $q = P/(\pi R)$ 来平衡。

求 框的弯矩并作弯矩图。计算时只考虑弯曲变形的影响。



2-9 图

解 (1) 静定性分析及弯矩的计算。

此开口框是静定刚框。

设任意点 A ($\angle \alpha$) 处的微元段上剪流 q 的合力为 dQ , dQ 对某一截面 ($\angle \varphi$ 处) 的力矩为 dM , B 点至 dQ 作用线的距离为 r , C 点至力 P 的作用线的距离为 r_p , 则

$$dQ = qRd\alpha$$

$$r = R[1 - \cos(\varphi - \alpha)]$$

$$r_p = R(1 - \sin \varphi)$$

当 $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ 时

$$\begin{aligned} M &= \int_0^\varphi (qRd\alpha) R[1 - \cos(\varphi - \alpha)] = qR^2 \int_0^\varphi [1 - \cos(\varphi - \alpha)] d\alpha \\ &= \frac{PR}{\pi} (\varphi - \sin \varphi) \end{aligned}$$

当 $\pi/2 \leq \varphi \leq \pi$ 时

$$M = \frac{PR}{\pi} (\varphi - \sin \varphi) - PR(1 - \sin \varphi)$$

(2) 弯矩图的绘制。

先计算弯矩图的零点和极值点的位置, 再列表计算若干典型截面上的弯矩, 最后按一定比例尺绘制弯矩图, 见 2-9 图 (b) 所示。

由弯矩表达式可知, 当 $M = 0$ 时得下列二式

$$\varphi = \sin \varphi \quad (0 \leq \varphi \leq \pi/2) \quad \text{①}$$

$$\pi - \varphi = (\pi - 1) \sin \varphi \quad \left(\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi \right) \quad \text{②}$$

由试算法或作图法均可求得 $\varphi = 0$ 满足 ① 式, $\varphi = \pi$ 满足 ② 式。

由微分学知 $dM/d\varphi = 0$ 时, M 取极值。因此

当 $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ 时,

$$dM/d\varphi = \frac{PR}{\pi} (1 - \cos \varphi) = 0, \quad \varphi = 0$$

当 $\pi/2 \leq \varphi \leq \pi$ 时,

$$dM/d\varphi = \frac{PR}{\pi} (1 - \cos \varphi) + PR \cos \varphi = 0$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{1 - \pi}$$

即

$$\cos \varphi = -0.467$$

所以

$$\varphi = 118^\circ$$

左、右两半圆对应点的弯矩数值相等而符号相反, 现将 M 值的计算列表如下:

φ	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/2$	118°	$3\pi/4$	$5\pi/6$	π
M	0	$0.0075PR$	$0.0249PR$	$0.1817PR$	$0.2575PR$	$0.2320PR$	$0.1742PR$	0

〔思考题〕 本题刚框的轴力图与剪力图形状特点如何?

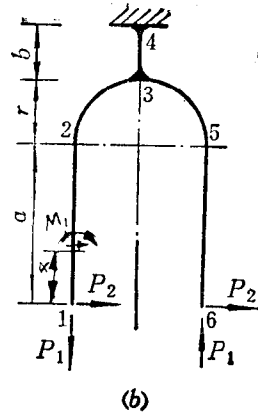
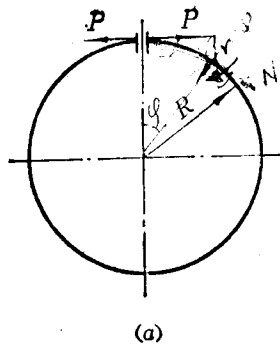
2-10 已知 开口框和某机轮叉计算模型的尺寸及受力情况如 2-10 图 (a)、(b) 所示。

$\alpha = \theta_0 < \pi$

$$M = -Pr = -PR(1 - \cos\theta)$$

$$N = -P\cos\theta$$

$$Q = P\sin\theta$$



$$M_1 = P_2 \times$$

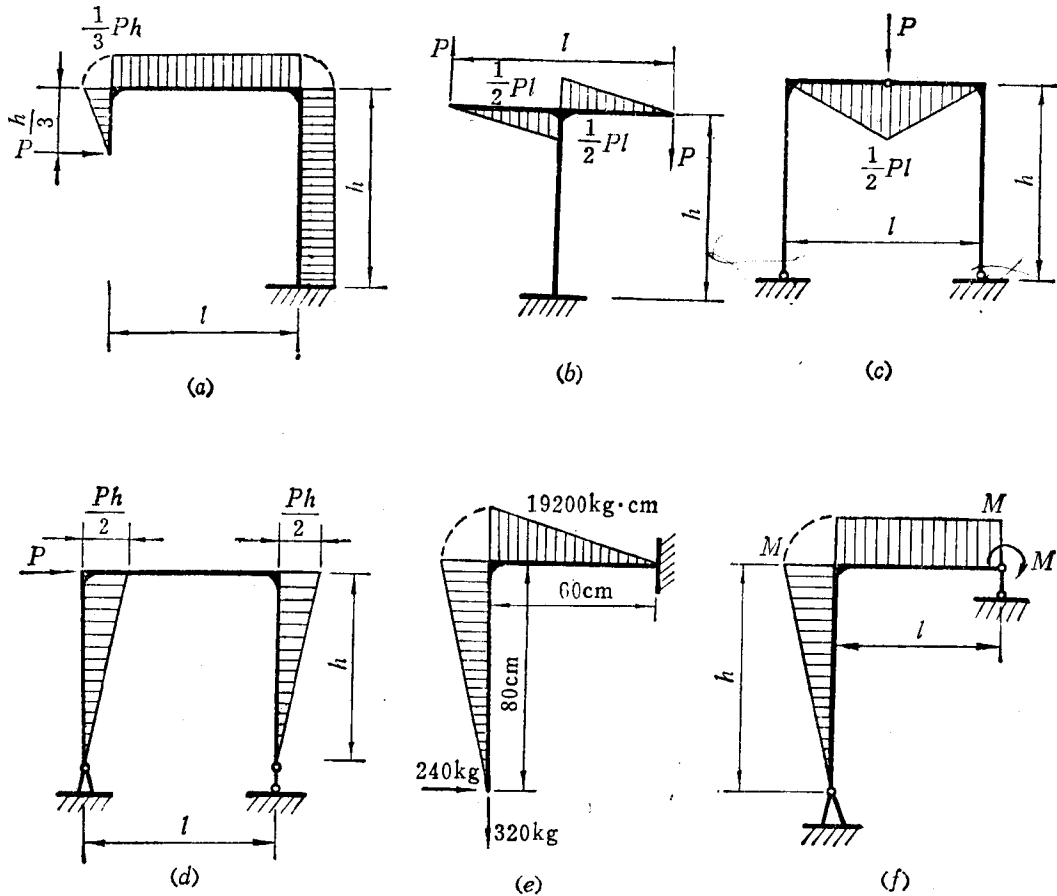
$$N_1 = P_1$$

$$Q_1 = -P_2$$

2-10 图

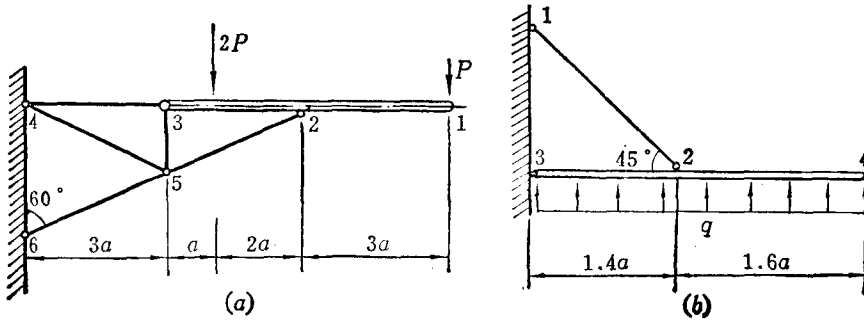
求 刚架的内力并作内力图。

2-11〔思考题〕 刚架的形状、尺寸及受力情况如2-11图(a)~(f)所示，试检查其弯矩图是否正确并说明理由。



2-11 图

2-12 已知 平面混合杆系计算模型的尺寸及受载情况如2-12图(a)、(b)所示。 $a = 100\text{cm}$, $P = 1000\text{kg}$, $q = 400\text{kg/cm}$ 。

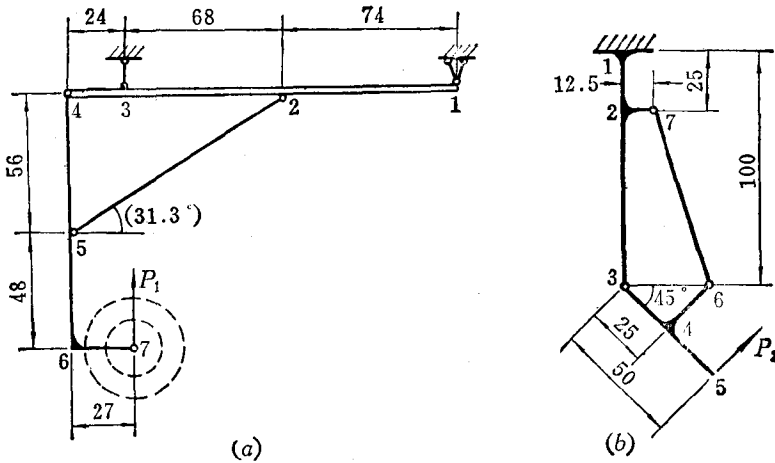


2-12 图

求 结构内力并作内力图。

2-13 已知 起落架的计算模型尺寸如2-13图(a)、(b)所示，长度单位为cm。机轮对轮轴的作用力 $P_1 = 10500\text{kg}$, $P_2 = 8000\text{kg}$ 。

求 结构内力并作弯矩图。



2-13 图

二、平面薄壁结构

2-14〔思考题〕 受剪钣式薄壁结构计算模型采用了哪些基本假定，这些假定怎样应用于计算之中？

2-15〔思考题〕 受剪钣式薄壁结构计算模型有何特点？这些特点对元件中内力分布有何影响？

2-16 已知 各杆的受载如2-16图所示。各杆沿轴线方向的剪流 q_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) 为常数。剪流 q_i 的合力与杆端的集中力相平衡。