

九三科学技术丛书

非平衡态理论 与大气科学

严绍瑾 彭永清 编著



九三科学技术丛书

非平衡态理论 与大气科学

严绍瑾 彭永清 编著

学苑出版社

(京)新登字151号

非平衡态理论与大气科学

编著者: 严绍瑾 彭永清

责任编辑: 陈 辉 殷崇文

封面设计: 邓中和

责任印制: 潘伟总

出版发行: 学苑出版社 邮政编码: 100032

社 址: 北京市西城区成方街33号

印 刷: 水利电力出版社印刷厂

经 销: 新华书店北京发行所

开 本: 787×1092毫米 1/32

印 张: 13.125 **插页:** 4

字 数: 305千

印 数: 1001—1650册

版 次: 1993年1月北京第1版第2次

ISBN 7—80060—456—X/P·2

定 价: 5.80元

学苑版图书印、装错误可随时退换。

序 言

我们生活在一个充满“复杂性”的世界上，这个复杂世界每时每刻都在发生着各种各样的变化。尽管各类复杂性的演变过程是那样的丰富多采，但传统的自然科学一般都将这些演化规律归纳为可逆的，不可逆的，决定性的或随机的这样几大类。

长期以来，经典物理学主要是研究守恒系统。认为宇宙间的基本定律是决定性的和可逆的。比如，拉普拉斯就曾夸张地说过，只要给我宇宙中所有质点的初始条件，我就能算出将来的一切。这充分表现了自然科学家中传统的决定论的基本思想。

众所周知，经典力学中最基本的运动定律是牛顿第二定律。它可以表示成： $\mathbf{F} = m(d^2\mathbf{r}/dt^2)$ 。当我们用 $-t$ 来置换时间 t 进行一次时间反转的运算时，公式的形式恰好保持不变，即过去和将来没有差别。只要知道初始条件，就既能预言将来，也可决定过去。牛顿定律对时间是可逆的。在这里，“时间”仅仅是一个与运动有关的参量，因此，拉格朗日引进了包含 (x, y, z, t) 在内的四维力学空间的概念。通常，可逆过程是与一个守恒系统相联系的，因为守恒定律都可以看作动力学方程的一个运动积分。因此，在某种意义上人们可以这样说：经典力学是研究守恒和时间可逆系统的科学。

然而，事实上，自然界中发生的大部分宏观过程都是不可逆的。例如热对流、扩散，化学反应，生命现象等由大量粒子组成的体系的行为，显然在时间上都是不可逆的。比如由从经验中得出的热传导的宏观福里叶定律 $\partial T / \partial t = k \nabla^2 T$ 来看，由于热导率 k 恒为正，对其进行时间反演运算 $t' = -t$ ，得到反福里

叶方程 $\partial T / \partial t = -k \nabla^2 T$ 。前一个方程对应于一个初值问题，即已知问题的初值，将可计算出未来的温度分布；而后者对应于终值问题，意味着可以从温度为均匀分布的状态，单靠热传导会自发产生某种不均匀分布的状态，这是从来没有观察到过的现象。这说明热传导是一个不可逆过程。在这一对方程中，时间起着不同的作用，存在于动力学中的时间对称性被破坏了。“时间”不仅与运动有关，而且与“发展”有关了。

面对自然界中大量存在的不可逆过程，经典物理学中只有热力学第二定律涉及到这一点。在《热力学》中，当引进态函数熵 S 后指出，对于一个孤立体系来说，存在着 $dS/dt \geq 0$ ，即熵产生是正的，也就是孤立体系的自发过程必然导致熵的增加，直至到达平衡态。平衡态对应于熵的极大值。所以说，只有不可逆过程对熵产生才有贡献，不可逆过程会导致时间的单向性，时间箭头为正，这一点是和熵增加相联系的，热力学第二定律中时间的单向性表现得异常强烈。熵 S 被看作体系的李亚普诺夫函数。

根据统计物理对熵的微观解释，熵是与系统状态的无序程度相联系的量，熵增加原理表示一个孤立系只能朝着混乱程度增加的方向发展，直到完全混浊为止。对于孤立系，不管初始状态如何，一切非平衡态都向着平衡态方向发展，平衡态是体系要达到的最终状态，因此，平衡态是一切非平衡态的吸引中心。

经典热力学还认为，不可逆过程是一种使能量耗散或能量变质的过程。起着破坏有序结构作用。

然而，大量的事实证明，自然界中存在着另一类过程，即从无序向有序转化的过程。从有序程度低的向有序程度高的发展过程。如活的生命总是十分有组织的，天空中的云形成整齐的鱼鳞排列(细胞云)或带状间隔排列，即所谓云街，地球上曾

出现过多次冰河期，气候变化具有明显的周期性，还有流体力学中的贝纳德对流……等等。那末，这些现象的出现与热力学第二定律的结论是否相矛盾呢？不，热力学第二定律讨论的是孤立系以及偏离平衡态不远的情况。而这里所例举的从无序向有序发展的事实是开放系处于远离平衡(非平衡)条件下的行为。

以普利高金为首的比利时学派，长期研究非平衡态和不可逆过程的理论，取得了举世瞩目的成果。普利高金把开放系统和在远离平衡的条件下，系统与外界环境交换物质和能量的过程中，通过能量耗散过程和内部的非线性动力学机制来形成和维持的宏观时空有序结构，称为“耗散结构”或“自组织现象”。耗散结构概念的确立，使得人们对自然界的发展规律，有了更进一步的认识。它使人们认识到非平衡和不可逆过程在建立有序方面所起到的积极的作用。当然，热力学分析只是从原则上指出非平衡体系中出现不稳定现象的可能性，以及在不稳定出现后，产生时空有序结构的可能性。而如要定量地说明各种自组织过程，以及显示在不稳定点以后出现的时空结构的具体形式，就需要细仔的分析系统内部的非线性动力学过程，而且由于非平衡体系中，总存在着不可逆过程，因此热力学与动力学之间又是密切相关的。随着研究的深入，目前对非平衡态理论的研究重点已从热力学理论逐步转移到研究宏观非线性动力学理论方面来。

我们知道，描写具有耗散的开放系统的不可逆过程，其基本演化方程为 $dX_i/dt = F_i(\{X_j\}, r, t, \lambda)$ ($i = 1, 2, \dots, n$)，它是一个非线性微分方程组(其中 λ 为控制参量)。由非线性方程所描写的非线性系统与线性系统是有着重要的区别的，在一个线性系统里，两个不同因素的组合作用只是每个因素单独作

用的简单迭加，但在非线性系统中，由于它不遵守迭加原理，因此一个微小的扰动可能会导致系统产生无法衡量的戏剧性结果。因此，从实际出发，已经建立起各类问题的非线性动力学模式。研究非线性动力学方程的解所具有的失稳、分支，多态性以及滞后等一系列的特性，大大丰富了人们对变化万千的大自然现象的认识。非线性是一切复杂现象的本质，也是一切物质运动的普遍特性。非线性系统已逐渐成为自然科学的主要研究对象。

但由于非线性微分方程直接求解是十分困难的，因此一般将通过相空间中的相型结构对体系作形象化的描述。由于耗散系统的相空间体积元随着运动过程是收缩的，演化将趋于某吸引集。所谓吸引集，它可能是一点(称为零维吸引子)，或为一个极限环(周期吸引子)，或为准周期吸引子和奇怪吸引子。奇怪吸引子亦称为非周期运动或混沌运动。它是无限层条带经过伸长、折迭、头尾相接而构成的奇异几何结构的相型，它具有分数维、连续功率谱等一系列特征。)

混沌运动是当前学术研究相当活跃的领域。1963年气象学家劳伦兹提出了简化的热对流模式，模式对运动只保留了三个振荡模，它是一个完全确定的三阶常微分方程组。数值试验表明，在一定的参数范围内，该模式给出了非周期的，看起来是混沌的输出，表现出内在的随机性。到七十年代，混沌运动吸引了越来越多的科学家，在数学、物理、气象、生物……等不同领域内开展了大量的研究工作，并取得了可喜的成果。对混沌运动的研究，正在缩小着物理学中确定论和概率论两套描述间的鸿沟。现在知道，只要确定论的系统稍为复杂一些，它就会表现出随机行为。牛顿力学具有内在的随机性。确定论与概率论之间，存在着由此及彼的桥梁。这无疑是对客观世界“复

杂性”在认识论方面的又一次大的飞跃。

非平衡态理论研究的另一个重要课题，是对涨落理论的讨论。对于非平衡系统来说，涨落对新结构的生成起着触发器的作用。非平衡涨落的一个重要特征是具有明显的时间和空间的长程相关性。随机的小的涨落，通过相干效应，不断加强会导致形成“巨涨落”。从而驱使体系定态失稳并演变到一个新的状态。目前处理非平衡的涨落还没有普遍的理论，而是利用研究随机过程的方法，也就是将体系的宏观变量取作为随机变量 $\{X_t\}$ ，而后讨论这种随机变量的概率分布 $P(\{X_t\}, t)$ 及其演化规律。

非平衡态理论涉及的内容十分广泛，也是一门正在发展中的学科。如何用非平衡态理论的观点来认识大气运动规律是一个新的课题。

大气科学是研究大气运动的发展及其演变的科学。非平衡态理论的发展，将从哲学观点上，以及处理实际问题的方法上，给大气科学的研究带来新的活力。在这方面已经作了不少工作，比如普利高金教授和尼可立斯教授近年来对气候变迁问题发表了重要的论述，他们指出，气候可变性是可以描写物理—化学的非平衡态理论中的研究方法加以处理的。气候系统是处在远离平衡态的位置上，因之，非平衡、反馈、演变、分支、多态、滞后……这些在复杂体系中发生的行为，在气候系统处理中，同样发挥作用。

本书是为攻读大气科学的研究生介绍非平衡态理论及其在大气科学上的应用而编写的。考虑到教学中的实际情况，本书在介绍基本理论时，并不拘泥于原有的理论体系，而是努力寻找非平衡态理论与大气科学的结合点，为建立边缘交叉学科构造理论和应用的基础。本书共分三篇，第一篇为非平衡态热力

学，主要是介绍非平衡态热力学基础，并讨论它在地球一大气系统中的应用，介绍了近年来 G.W.Paltridge、H.Grassl、G.Nicolis、C.Nicolis 在气候方面作出的开创性工作。第二篇动力学理论，介绍非线性系统基本特性，以及非线性方程解的稳定性、分支、滞后等一系列重要性质。对动力学系统的相空间特性，我们专门用了一章的篇幅，着重讨论了耗散系统的相空间特征，以及系统经过长时间的演变到达最后的终态：包括平衡运动、周期运动、准周期运动以及混沌运动等。作为大气科学上的应用，在本篇第七、八章中，讨论了大气环流的多平衡态以及热对流。第九章中除了讲述混沌运动的一般特性外，对如何从一维气候时间序列来计算分维和李亚普诺夫指数作了较为仔细的介绍，第三篇对一般涨落理论作了简要的概述，而重点是描述非平衡态涨落的特性。在本篇第三章中，对利用福克—普朗克方程处理涨落的方法作了介绍，并运用它来建立气候的随机模式和讨论海温的涨落在海气相互作用中的随机效应。

1986年国家教育委员会《关于改进和加强研究生工作的通知》中指出，要加强应用学科的发展，扶持新兴，边缘学科的成长，鼓励跨学科。本书就是在这种精神推动下，通过多年努力才完成的。作者曾将本书(初稿)作为选修课程在南京气象学院研究生教学中使用过二届，受到研究生的欢迎。但由于作者水平有限，书中论述当有许多不足、失当和错误，希望读者提出批评指正。

在本书编写过程中，得到了南京气象学院研究生部的热情帮助和大力支持，学苑出版社为本书出版创造各种有利条件，在此一并表示感谢。

严绍瑾 彭永清

1989年3月于南京气象学院

目 录

序 言

第一篇 非平衡态热力学	1
第一章 平衡态热力学简述	2
§ 1.1.1 热力学平衡态.....	2
§ 1.1.2 热力学定律.....	7
§ 1.1.3 熵.....	9
§ 1.1.4 热力学函数.....	16
§ 1.1.5 热力学系统的平衡条件及稳定性条件.....	22
第二章 非平衡态热力学基础	28
§ 1.2.1 非平衡是有序的起源.....	29
§ 1.2.2 平衡方程.....	33
§ 1.2.3 李亚普诺夫稳定性及其判据.....	45
第三章 线性非平衡热力学	50
§ 1.3.1 线性非平衡区.....	50
§ 1.3.2 Onsager关系与最小熵产生.....	51
第四章 非线性非平衡热力学	60
§ 1.4.1 普适发展判据.....	60
§ 1.4.2 超熵产生.....	63
§ 1.4.3 耗散结构出现的可能性.....	64
第五章 地球—大气系统的熵平衡	71
§ 1.5.1 地球—大气系统的熵平衡方程.....	71
§ 1.5.2 冰冠对气候的影响.....	81

§ 1.5.3	palt ridge 模型	88
第二篇	动力学理论	100
第一章	一般动力学方程	102
§ 2.1.1	方程的一般特点	102
§ 2.1.2	Verhulst 方程	106
§ 2.1.3	schlogl 模型	109
§ 2.1.4	阻尼振荡模型	114
§ 2.1.5	二维和三维动力学系统	119
§ 2.1.6	小 结	124
第二章	动力学系统的相空间描述	126
§ 2.2.1	相空间, 轨线与奇点	126
§ 2.2.2	奇点的分类	128
§ 2.2.3	线性与非线性自治方程组相图	
	的初步研究	134
§ 2.2.4	极限环	137
§ 2.2.5	相 型	141
第三章	大气动力学系统	155
§ 2.3.1	高截断的谱方法	155
§ 2.3.2	没有强迫和耗散的系统	158
§ 2.3.3	具有强迫和耗散的系统	166
第四章	线性稳定线分析	173
§ 2.4.1	线性稳定性分析—李亚普诺夫第一法	173
§ 2.4.2	二维系统的稳定性分析	178
§ 2.4.3	大气正压涡度方程截谱模式的定态解及其	
	稳定性	183
第五章	分支现象	188
§ 2.5.1	出现分支的条件	188

§ 2.5.2	分支图	193
§ 2.5.3	分支现象与可控约束参量的关系	197
§ 2.5.4	分支解的求法	201
§ 2.5.5	0 一维气候系统的结构分析	208
第六章 非平衡系统的自组织现象		
	—Brusselator(布鲁塞尔子)	213
§ 2.6.1	三分子自催化模型	213
§ 2.6.2	线性稳定分析	216
§ 2.6.3	非线性定态耗散结构分支解	222
§ 2.6.4	时间耗散结构	235
第七章 大气环流的多平衡态		
§ 2.7.1	准地转位涡方程截谱模式	240
§ 2.7.2	地形作用下正压大气的多平衡态	245
§ 2.7.3	大气环流的季节性突变	251
第八章 热对流与Lorenz系统		
§ 2.8.1	热对流方程组	260
§ 2.8.2	贝纳德对流的一般特征	267
§ 2.8.3	贝纳德对流的线性处理	273
§ 2.8.4	Lorenz 系统	278
第九章 非线性系统中的混沌行为		
§ 2.9.1	一维非线性迭代	290
§ 2.9.2	混沌现象的特性	293
§ 2.9.3	分形和分维	298
§ 2.9.4	从一维时间序列计算分维的方法	304
§ 2.9.5	李亚普诺夫指数	310
第三篇 涨落理论及其在大气科学上的应用		
第一章 涨落的概率描述		

§ 3.1.1	概率描述的几个基本概念·····	320
§ 3.1.2	围绕平衡态的涨落·····	329
第二章	围绕非平衡态的涨落·····	334
§ 3.2.1	主方程·····	334
§ 3.2.2	涨落作为生灭过程模型的描述·····	338
§ 3.2.3	涨落的空间相关·····	342
§ 3.2.4	涨落随时间变化的特征·····	348
第三章	福克—普朗克方程·····	352
§ 3.3.1	布朗运动和朗之万方程·····	352
§ 3.3.2	福克—普朗克方程·····	357
第四章	描写气候的能量平衡随机模式·····	368
§ 3.4.1	0—维随机气候模式·····	369
§ 3.4.2	在弱周期强迫作用下的 0—维气候 随机模式·····	381
§ 3.4.3	热带海洋对大气进行非绝热加热的 随机效应·····	395
参考文献	·····	409

第一篇 非平衡态热力学

非平衡态热力学是著名物理学家伊·普里戈金(I·Prigogine)等人近三十年研究的成果。它的主要内容有三个：即非平衡定态的热力学稳定性判据，普适发展判据和最小熵产生原理。非平衡热力学从理论上证实了无序的非平衡态出现失稳和形成新的比较有序的耗散结构的可能性，並提供了定量判断非平衡定态是否会失稳的理论基础。它还从理论上找出了非平衡过程演化的某些带着普遍性的特征。

虽然，非平衡热力学理论还处在建立过程当中，有待发展。虽然它所能解决的问题还很有限，而且尚缺乏象成熟的经典热力学那样的普遍性，严格性和充分性。但无疑它是当代自然科学所取得的最新进展。它所揭示的崭新的科学观点已对物理学、化学、生物学以及气象学产生重大影响。

近代气象学—大气科学，从它成为一门独立的科学体系开始，到它今天成为一门可以对未来大气发展作出预报的大气科学为止，它与热力学是密不可分的，用来描写大气环流的动力学方程组中，热力学第一定律是它不可缺少的一个方程。现在在寻求非平衡态理论与大气科学的结合点时，有关热力学的理论，当然，那是更为重要的和必备的内容。所以，我们将在第一篇里对热力学的经典理论及其近代发展作出较为详尽的叙述。

第一章 平衡态热力学概述

§ 1.1.1 热力学平衡态

(一)系统和外界

热现象是组成物质的大量粒子(可以是原子、分子、电子,……等)集体运动的表现,因此,热力学所研究的对象是由大量粒子组成的宏观客体,这个宏观客体,称为热力学系统,或简称系统。其特点是在时间与空间上具有宏观尺度及包括极大数目的自由度。

与热力学系统相互作用着的周围环境称为系统的外界,或简称为外界。例如封闭在某容器中的气体,如果把气体看成研究的对象,它就是热力学系统,而限制气体分子活动空间的容器壁及容器外的空气就是系统的外界。通常把系统的外界的作用概括为加在所研究系统上的一定的外界条件。

不管系统内部状况如何,可由加在系统上的外界条件对系统进行分类:

1.系统和外界没有任何物质和能量的交换,这种系统称为孤立系统。

通常所谓的能量的交换,是指热量 Q 的传递和作功 W 。以 m 代表系统的质量,则对孤立系统来说,

有: $dm=0$, $dQ=0$, $dW=0$

2.系统与外界没有物质的交换,但有能量的交换,称为封闭系统。对封闭系统来说,则有:

$dm=0$, $dQ\neq 0$, $dW\neq 0$

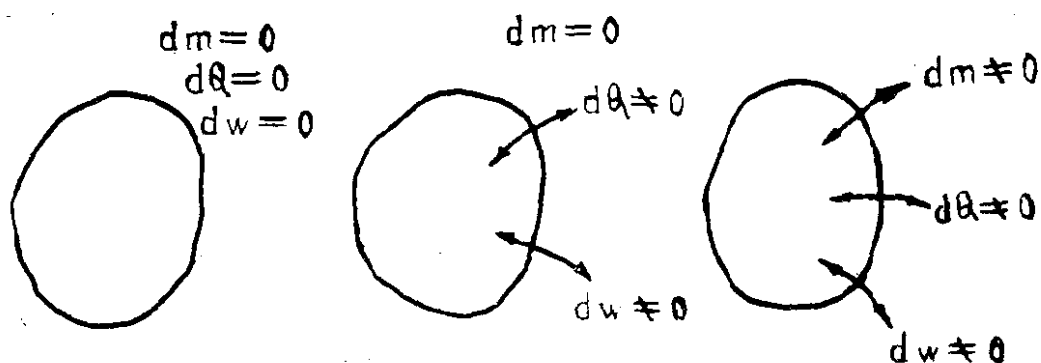


图 1—1—1 系统与外界： a. 孤立系统 b. 封闭系统 c. 开放系统

例如，封闭容器中的气体，它与外界没有物质的交换，但通过器壁和活塞的运动，与外界有能量的交换。

如果我们忽略落下的流星和宇宙尘埃，地球—大气系统可以看作一个封闭系统。地球—大气系统接收到太阳(和其它恒星)的辐射，而它又向星际空间进行逆辐射，地球—大气系统的平均反射率为0.35，太阳辐射是地球—大气系统的主要能源。

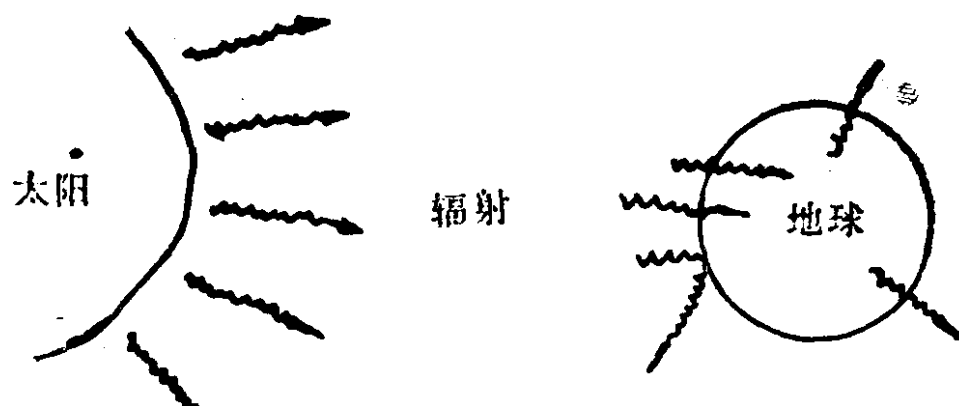


图 1—1—2 地球—大气系统作为一个封闭系统的示意图

3. 系统与外界既有物质交换，也有能量交换的系统，称为开放系统。对开放系统来说，

有： $dm \neq 0$ $dQ \neq 0$ $dW \neq 0$

例如盛于开口容器中的液体，液体分子既可能被蒸发，又可以凝结，系统与外界既有物质的交换，也有能量的传递。

(二)状态参量

系统在任何时刻的状态是指它在相应时刻的存在状况。而依赖于系统状态的任何物理量或特性，称为系统的状态参量。状态参量是宏观量，通常划分成内参量和外参量。内参量表示系统内部的状态，它决定于组成系统的大量微观粒子的热运动的状态，是系统本身的宏观物理特性，外参量是表示系统周围环境的状况，表示加在系统上的外部条件。

一般来说，内参量，外参量的区分不是绝对的，它决定于系统如何划定。

例如，一个带有活塞的气缸中盛有气体，如果我们把气缸中的气体看作为所研究的系统，这时，气体的压强为内参量，而活塞的位置(即气缸的容积)就应该看作外参量。如果把活塞也包括在所研究的系统中，则活塞的位置(即气缸的容积)应算是内参量，这时外界加在活塞上的压强，便可看成是外参量。

系统的状态参量，也可以分成强度量和广延量两类，强度量是与系统质量的多少无关的量，如压力，温度，比容等等。广延量是指整个系统的某个参量值等于系统所有部分的该参量之和，例如容积，能量，熵，等等。

(三)热力学平衡态

在没有外界影响的条件下，系统的状态长时间不发生变化，这样的态称为平衡态。没有外界影响的系统是孤立系统。一个孤立系统，开始处于非平衡态，经过一定时间后，必然到达平衡态。系统从非平衡态过渡到平衡态的过程，称为弛豫过程，所需要的时间称为弛豫时间。孤立系统一旦达到平衡态，则系统将长时间维持着平衡态。