

混凝土聚合物复合材料 及其应用

买淑芳 编著

科学技术文献出版社

混凝土聚合物复合材料 及其应用

买淑芳 编著

科学技术文献出版社

(京) 新登字 035 号

本书比较系统地介绍了混凝土非线性力学的有关内容和最新研究成果，主要包括：各种受力时混凝土的基本力学性能，基于弹性力学和经典弹塑性力学及混凝土塑性-断裂的本构模型，复杂受力时的破坏准则，还介绍了内蕴时间理论、损伤力学本构模型和混凝土中的分形行为，并对混凝土多轴受力试验技术进行了阐述。

本书可作为高等院校土建、水利和岩土工程类专业研究生和高年级本科生的教材和教学参考书，也可供相关专业的科研人员参考。

* * *

责任编辑 郎锁林

混凝土非线性力学基础

董毓利 著

*

中国建筑工业出版社出版、发行（北京西郊百万庄）

新华书店 经销

北京顺义燕华印刷厂印刷

*

开本：787×1092 毫米 1/16 印张：13 1/4 字数：322 千字

1997年2月第一版 1997年2月第一次印刷

印数：1—2000册 定价：18.00 元

ISBN 7-112-03057-9
TU·2345 (8188)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题，可寄本社退换

（邮政编码 100037）

序

混凝土是应用很广的工程材料之一。由于成型工艺、养护条件等原因，在承受载荷以前其内部便在骨料-砂浆间已存在许多界面裂缝。在荷载作用下这些微裂缝、微缺陷进一步发展而产生损伤，使材料的力学性能呈现出明显的非线性及各向异性。

随着混凝土应用于核电站安全壳、海洋平台等复杂结构，常规的混凝土结构设计方法已不适用。为能正确分析和设计这类复杂结构，必须借助于计算机对其进行非线性分析，这种非线性分析结果的正确与否则依赖于描述混凝土非线性性能的本构关系和破坏准则。由于混凝土是一种多相复合材料，在不同工况下受力性能也不相同，而进行混凝土复杂受力试验，不仅对试验设备有较高的要求，而且其试验技术和试验方法也相当复杂。正确合理的混凝土本构关系和破坏准则不仅要与试验结果相吻合，而且要符合非线性力学的一些基本要求。

本书作者从在哈尔滨建筑大学读研究生起，便开始从事混凝土与钢纤维混凝土复合受力试验装置的研制和复杂力试验技术和试验方法的研究，完成了混凝土双轴单调加载和循环加载的强度与变形试验。在试验基础上，作者引入了表征塑性发生和损伤产生的内变量，根据不可逆热力学原理，兼容损伤力学和内时理论，建立了描述混凝土非线性性能的内时损伤弹塑性本构模型，提出了基于双剪应力强度理论的混凝土双轴破坏准则。在做博士后期间，作者对不同应变速率和不同围压作用下混凝土的应力-应变全过程曲线、单调受压和循环受压全过程声发射特性以及损伤演化规律进行了系统的研究，提出了能反映不可逆变形效应的损伤力学本构模型，并首次利用分形几何方法对受压混凝土微开裂和声发射 b 值进行了分形描述，其方法是合理的、先进的。

尽管有关混凝土非线性力学方面的研究已引起了国内外很多有关学者的关注，各种文献与日俱增，但均散见于各种刊物；有关该方面工作尤其能反映最新进展的专著尚很难见到。本书作者结合自己多年来的研究工作，回顾和总结了该方面工作的发展历史，同时汲取了能反映最新进展的科研成果写成此书。本书的内容比较全面和系统，且颇有创新。本书的出版，可以使混凝土非线性力学方面的研究者和感兴趣者对此领域的工作有较完整的了解，能够很快进入前沿，有利于混凝土非线性力学的发展，为核电站安全壳、海洋平台等复杂结构的正确分析和合理设计提供坚实的基础，具有很大的经济效益和社会效益！

中国工程院院士

王光远

1996年7月

前　　言

混凝土是由水泥与粗、细骨料组成的一种多相复合材料，是土木工程中应用极广的工程材料之一。由于其有较好的抗火性、耐腐蚀性等，目前已逐渐被应用到核电站安全壳、海洋平台等复杂结构中。传统的分析和设计方法对这些复杂结构已无能为力，随着计算机的快速发展，使得对复杂结构的正确分析和合理设计成为可能。分析结果的正确性与可靠性首先取决于所采用的本构关系和破坏准则；正确合理的本构关系和破坏准则的建立，又必须依赖于混凝土多轴受力试验结果，而混凝土多轴受力试验无论是加载设备还是测试技术上均是相当复杂的。

自本世纪初 Föppl 首先对砂浆的双轴受压强度进行研究开始，众多学者纷纷加入到这个行列中来，特别是 50 年代以后，各种用于进行混凝土多轴受力试验的设备相继被研制出来，基于 Drucker 公设和 Il'yushin 公设建立了塑性力学本构方程，并根据单剪应力和八面体剪应力概念建立了不同的破坏准则；事实上对混凝土这种先天即带有微缺陷、微孔隙的人工材料来说，并无明显的屈服面，于是一种不以确定屈服面为前提的内蕴时间理论在 70 年代初被提出并被应用到混凝土中；几乎与此同时，一种描述微裂缝发展演化即损伤的力学分支—损伤力学被建立起来，显然损伤力学尤其适合于描述混凝土的性能。混凝土的非线性主要是由微裂缝的发展引起的，而微裂缝的发展是一种非规则现象，还表现在微裂缝开展时的声发射 b 值上，Mandelbrot 提出的分形几何正是描述这种非规则现象的；在混凝土破坏时，中间主应力起着相当重要的作用，而在已有的很多混凝土破坏准则中却忽略了中间主应力的影响，我国学者提出的考虑中间主应力影响的双剪应力强度理论从 80 年代开始得到了进一步的完善和推广。

目前有关混凝土非线性力学的文章很多，各种期刊均有涉及，而有关该领域的专著却极少见到。为了让大家对混凝土非线性力学的研究现状和全貌有一个全面、系统的了解，在作者等多年从事混凝土多轴受力性能和试验技术、复杂受力本构关系和破坏准则及混凝土分形行为等方面研究工作的基础上，吸收国内外该领域的最新科研成果，写成了本书。本书首先介绍了混凝土的声发射特性及不同工况下的力学性能，接着对有关本构方程的基本理论和应遵循的一般原则进行了总结，尔后对混凝土弹性本构模型、应力空间相关流和非相关流的理想弹塑性、应变硬化弹塑性本构模型及应变空间的塑性-断裂模型做了较为系统的介绍，依照不同的剪应力概念对混凝土的破坏准则进行了分类和介绍，在第七章则介绍了基于不可逆热力学发展起来的内蕴时间理论和损伤力学模型，并根据不同的方法对混凝土的损伤演化进行了研究和分析，在第八章则根据 Mandelbrot 提出的分形几何方法对混凝土的微裂缝和声发射 b 值的分形性质进行了分析，最后则对混凝土复合受力试验的各种设备进行了总结和比较，并介绍了几种较为典型的设备及复杂受力试验的测试技术，上述内容是分析和设计复杂结构的基础。本书的写作，试图起到抛砖引玉的作用，以期大家共同努力，使该方面的研究能有较大的进展，为国家经济建设做出贡献。若如此，作者将不胜

目 录

第一章 混凝土的基本力学性能	1
第一节 概述	1
第二节 混凝土单轴受力力学性能	1
一、混凝土单调受压力学性能及其声发射特性	1
二、混凝土单轴循环受压力学性能及其声发射特性	4
三、混凝土单轴受拉力学性能	4
第三节 混凝土双轴受力力学性能	6
第四节 混凝土三轴受力力学性能	9
一、常规三轴受压力学性能	9
二、混凝土一般三轴力学性能	10
第二章 连续介质力学关于本构方程的基本理论	14
第一节 热力学的状态变量、内变量	14
第二节 连续介质力学的基本规律	15
一、质量守恒定律	15
二、动量守恒定律	15
三、动量矩守恒定律	16
四、热力学第一定律及其在连续介质中的应用	17
五、热力学第二定律和 Clausius-Duhem 不等式	17
第三节 本构方程遵从的一般原理	18
一、决定性原理	19
二、局部作用原理	19
三、物质的时空无差异原理	20
第四节 本构泛函	21
第三章 混凝土弹性本构模型	23
第一节 混凝土线性弹性本构模型	23
一、一般理论	23
二、未开裂混凝土线弹性材料刚度矩阵	25
三、开裂混凝土的本构模型	26
第二节 混凝土非线性弹性本构模型	30
一、一般弹性非线性弹性本构模型	30
二、超弹性本构模型	33
三、三次超弹性本构模型	38
四、次弹性本构方程	40
五、几个建立在线弹性基础上的次弹性本构方程	44
第四章 混凝土的破坏准则	46
第一节 预备知识	46

一、应力不变量	46
二、主应力的计算	47
三、应力不变量的物理意义	48
四、应力状态和不变量的几何意义	49
五、应变不变量	51
第二节 混凝土破坏面的特征	52
第三节 单剪应力系列的破坏准则	53
一、Tresca 强度准则	53
二、Mohr-Coulomb 强度准则	54
三、Menetrey-Willam 三参数强度准则	56
四、Reimann 四参数强度准则	57
第四节 八面体剪应力系列的破坏准则	57
一、Von Mises 强度准则	58
二、Drucker-Prager 强度准则	58
三、Bresler-Pister 强度准则	58
四、William-Warnke 三参数准则	59
五、Ottosen 四参数准则	62
六、Hsich-Ting-Chen 四参数强度准则	64
七、William-Warnke 五参数强度准则	64
八、Kotsovos 五参数强度准则	67
九、Podgorski 五参数强度准则	67
十、过镇海五参数准则	69
第五节 双剪应力系列的破坏准则	70
一、双剪应力二参数准则	70
二、双剪应力三参数准则	70
三、双剪应力三参数准则的角隅模型	72
四、双剪应力五参数准则	73
五、双剪应力四参数准则	76
六、双剪应力五参数准则的角隅模型	76
第五章 基于经典塑性理论的混凝土本构模型	78
第一节 基本概念	78
一、初始屈服条件	78
二、硬化法则	78
三、加、卸载准则	80
四、Drucker 公设、外凸性与正交性法则	80
第二节 相关流塑性本构模型	82
一、理想弹塑性本构模型	82
二、弹塑性应变硬化本构模型	89
第三节 非相关流塑性本构模型	104
一、非相关流理想弹塑性本构模型	104
二、非相关流的弹塑性应变硬化本构模型	105
第六章 塑性-断裂模型	113
第一节 基本概念	113

一、应变屈服条件和应变屈服面	113
二、弹塑性状态的加载-卸载准则	113
三、应变空间的本构方程	114
四、Il'yushin 公设	115
第二节 Dougill 理想断裂理论	116
第三节 Bazant-Kim 塑性-断裂本构模型	117
一、塑性变形	117
二、断裂变形	119
三、塑性-断裂本构模型	120
四、跳跃随动硬化模型	120
第四节 Han-Chen 塑性-断裂本构模型	122
第七章 基于不可逆热力学的混凝土本构模型	125
第一节 内蕴时间理论	125
一、耗散型材料本构方程的形式不变性定律	125
二、内蕴时间的定义及内时本构方程	126
三、Bazant 等 (1980) 内时本构模型	130
第二节 混凝土损伤力学本构模型	135
一、基本概念	135
二、弹性损伤本构模型	137
三、弹塑性损伤本构模型	145
四、单轴受压混凝土的损伤因子 ω 和不可逆应变 ϵ_i 的确定	168
第八章 混凝土中的分形行为	173
第一节 概述	173
第二节 混凝土受压损伤的分形描述	173
第三节 混凝土受压全过程声发射 b 值与分形维数 D_f 的研究	176
一、基本概念	176
二、实验内容与实验结果	176
三、混凝土受压全过程 b 值的变化	178
四、分形维数 D_f 的变化	178
第四节 混凝土应力-应变曲线的分形几何特征	179
第九章 混凝土复杂受力试验技术	182
第一节 概述	182
第二节 多轴试验的减摩措施	183
一、Shook (1963) 的模拟试件方法	183
二、刷形加载垫板	183
三、钢活塞加载垫板	184
四、减摩垫层	184
第三节 加载设备	186
一、双轴加载设备	186
二、三轴加载设备	188
第四节 变形测试技术	193
一、对试件表面直接进行应变测量	193

二、通过对混凝土试件长度的测定来确定试件应变	193
三、通过系统变形测量来确定试件应变	194
四、在试件中埋置应变砖	195
参考文献	196

第一章 混凝土的基本力学性能

第一节 概述

混凝土是由水、水泥和粗细骨料组成的。当将水加入由水泥和粗细骨料的混合物中后，随着其硬化成混凝土，内部发生着缓慢而复杂的化学反应。最终的力学性能不仅与组成有关，而且与混凝土硬化时的环境有关。结硬后的混凝土随龄期而变化，未水化部分逐渐减小，已水化部分逐渐增多。水化的水泥浆称为水泥凝胶体，它由针状或页片状纤维组成，单个纤维呈微细管状，凝胶孔约占凝胶体总体积的 28%。图 1-1 给出了水泥净浆结构示意图。图中除了凝胶孔以外，还有被未水化产物充满的毛细孔，它们的形状是多种多样的，且相互连接并任意分布在水泥浆中，随着水化的进行而逐渐减少。但在水灰比高于 0.38 时，水化过程完成以后仍留有一些毛细孔。因此严格说来，不能认为混凝土是连续的整体。基于目前的研究条件和方法，通常将水泥凝胶和砂子组成的砂浆作为均匀各向同性的连续介质，而混凝土则看作是由砂浆和骨料组成的两相复合材料，仍然采用连续介质力学的方法来分析，这也是本书所要阐述的内容。

通过显微镜对混凝土内微观结构进行研究表明：即使在加载以前，混凝土内部已有微裂缝存在。这种微裂缝一般首先在较大骨料颗粒与砂浆接触面上形成，即所谓的粘结裂缝。这是由于水泥砂浆在混凝土硬化过程中干缩而引起的，说明砂浆和粗骨料接触面处是混凝土内部的薄弱环节，从而导致混凝土具有较低的抗拉强度。粘结裂缝的数量取决于许多参数，包括骨料尺寸及其级配、水泥用量、水灰比、新拌混凝土的固化强度、养护条件、环境湿度和混凝土的发热量。由于骨料和砂浆的刚度不同，在加载过程中，这种裂缝还将进一步发展，以致使混凝土应力应变曲线呈现出非线性。下面扼要介绍混凝土在不同工况下的基本力学性能。

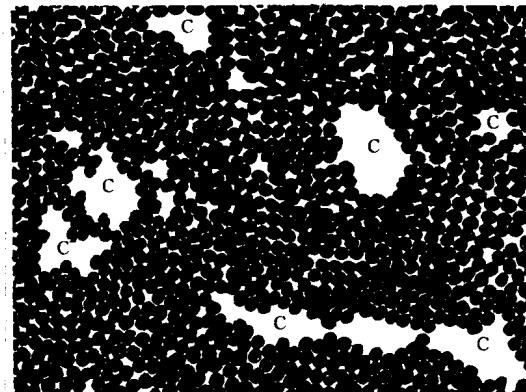


图 1-1 水泥净浆结构示意图

实心圆点表示凝胶体颗粒；空隙是凝胶孔；

标有 C 的空间是毛细穴；凝胶孔的尺寸是放大的

第二节 混凝土单轴受力力学性能

一、混凝土单调受压力学性能及其声发射特性

1. 混凝土单调受压力学性能

混凝土是一种复合材料，裂缝是决定它的性能的主导因素，微裂缝的发展直接影响着应力应变曲线的特性。图 1-2 是文献 [123] 中在 MTS 电液伺服试验系统上测得的四种等应变速率控制的混凝土应力-应变全曲线。从图中可以看出：尽管应变速率不同，只要应变速率不超过 $\dot{\epsilon} = 100 \times 10^{-6} \text{ 1/s}$ ，混凝土的应力应变全曲线无论是从强度上还是相应的峰值应变，基本上不受该范围内应变速率的影响。

由图可见，混凝土应力应变全曲线可分为三个明显不同的阶段：

(1) 在初始阶段，由于混凝土初始微缺陷在受力后被压缩，当荷载小于 30% 极限荷载时有一小段压密阶段，可参见图 1-3 (图中为图 1-2 中 $\dot{\epsilon} = 40.4 \times 10^{-6} \text{ 1/s}$ 相应应力-应变全曲线的局部放大)；

(2) 当荷载在极限荷载的 80% 以前为线性阶段，之后便呈现较大的非线性；

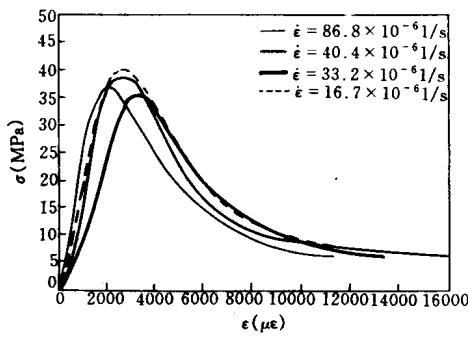


图 1-2 准静载单轴受压的应力-应变曲线

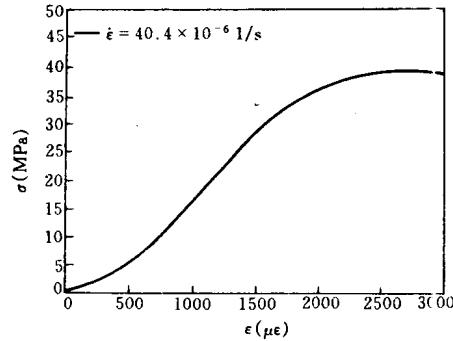


图 1-3 初始压密阶段

(3) 当荷载达峰值后，混凝土应力随应变的增加而降低，应力-应变曲线也由凹向应变轴变为凸向应变轴，即此时曲线上出现一反弯点；随着应变的进一步增加，应力降低的幅度减缓，最后接近于水平状态，此即为“残余强度”阶段。

与图 1-2 中应力-应变全曲线相对应的应力比-体积应变和应力比-泊松比关系曲线示于图 1-4 和图 1-5 中。

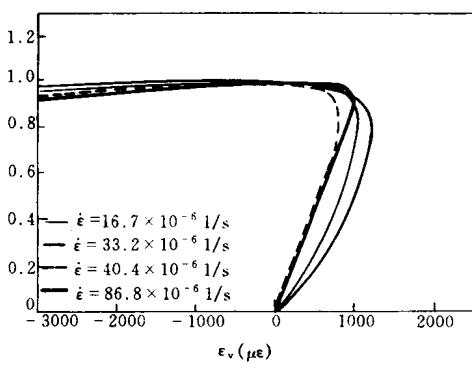


图 1-4 体积应变与应力比之间的关系

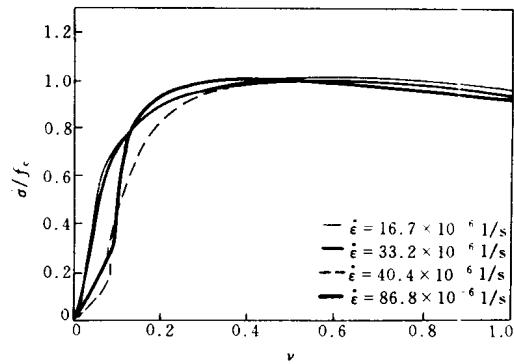


图 1-5 泊松比与应力比间的关系

众多文献表明：试验机刚度和加载控制方式及速率是影响应力-应变全曲线的重要因素，尤其对下降段的影响更为明显。因而在进行混凝土应力-应变全曲线试验中一般要求加

载速率是恒等的。

2. 混凝土单调受压的声发射特性^[121]

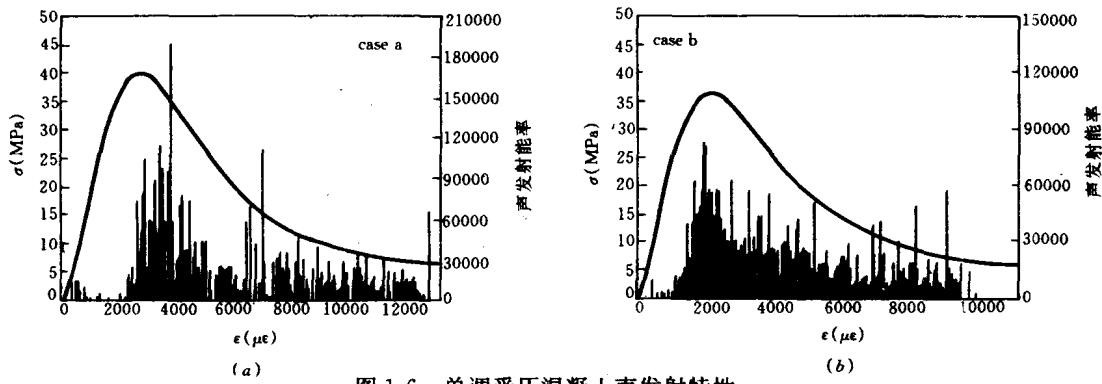


图 1-6 单调受压混凝土声发射特性

图 1-6a 和图 1-6b 是文献 [124] 在 MTS 试验系统上测得的相应于混凝土受压全过程的声发射试验结果，从图中发现，受压混凝土声发射特性一般说来有如下两种情况：

(1) 当应变较小即混凝土试件刚受力时便出现声发射信号，此阶段相应于混凝土的初始压密阶段，混凝土内部原有的微孔隙微缺陷在外载作用下逐步被压实，使其内部微结构发生变化；尔后进入一平稳阶段，没有声发射信号出现。当荷载接近 80% 极限荷载时，声发射信号的强度和密度不断增加，峰值荷载时尤甚，说明此时混凝土内部的裂缝已由骨料与砂浆间的界面裂缝发展至砂浆内部，且由稳定发展状态过渡到非稳定发展阶段，峰值后应力-应变曲线的下降段的声发射信号较峰值处的密度稍稀疏一些，但仍有相当的强度，直至残余强度阶段，此时已形成的裂缝相互作用并彼此连通，形成贯通裂缝并导致试件破坏。

(2) 当混凝土试件刚受力时，没有声发射信号产生或者极少。当应力超过极限强度的 80% 以上时，声发射信号急剧增加，峰值稍后一点强度和密度最为强烈，之后便与 (1) 情况相同。

3. 不同应变率下混凝土的性能^[126]

图 1-7 是 MTS 试验系统上测得的不同等应变率控制时的应力-应变全曲线。由图可见：当应变率由 $10^{-5}1/s \sim 10^2 1/s$ 时，混凝土峰值应力和峰值应变均有不同程度的增加，但全过程曲线是相似的，且弹性模量基本保持不变，结论与文献 [138] 等的试验结果相同，即受压工况应变率敏感性最差。

图 1-8 为强度比值随应变率的变化情况， f_c 为静载受压强度， f_c^d 为其他应变率时的受压强度。经对试验结果分析，峰值强度与应变率的关系可表达为：

$$r_1 = \frac{f_c^d}{f_c} = 1.327 + 0.068 \log \dot{\epsilon} \quad (1-1)$$

图 1-9 为不同应变率时峰值应变比与应变率间关系， ϵ_0 为静态加载峰值应变。其与应变率间的关系为：

$$r_2 = \frac{\epsilon_0^d}{\epsilon_0} = 0.134 (\log \dot{\epsilon})^2 + 0.135 \log \dot{\epsilon} + 1.396 \quad (1-2)$$

图 1-10 为峰值应力相应泊松比与应变率间关系，其表达式为：

$$\nu = 0.393 - 0.057 \log \dot{\epsilon} \quad (1-3)$$

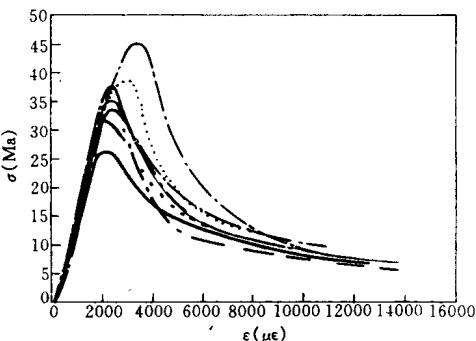


图 1-7 不同应变率时混凝土受压全过程曲线

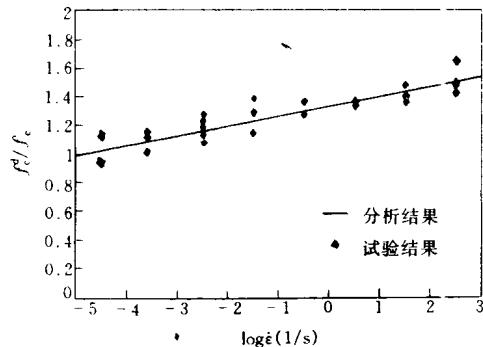


图 1-8 f_c^d/f_c 与应变率的关系

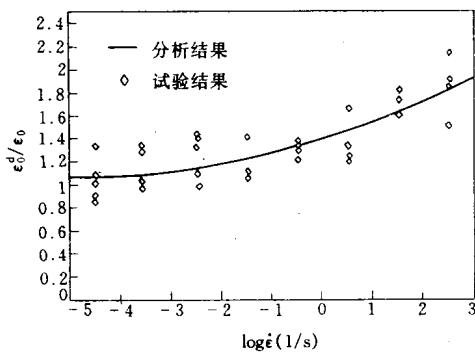


图 1-9 ϵ_0^d/ϵ_0 与 $\log \dot{\epsilon}$ 间的关系

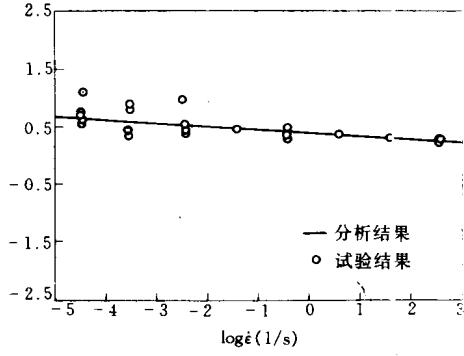


图 1-10 峰值应力相应泊松比与应变率间关系

虽然混凝土在应变率提高时，其强度有所提高，但其最终破坏形式还是相同的。

二、混凝土单轴循环受压力学性能及其声发射特性

图 1-11 为在 MTS 试验系统上完成的等应变速率控制的几种循环受压混凝土应力-应变全曲线试验结果，从图中可以看出：当混凝土卸载后再加载，直至公共点以前，基本为线性的，说明原已形成的裂缝在卸载时闭合，未达到历史上的最大应变以前不重新发展，即在卸载和再加载至最大应变以前没有新的裂缝产生；而过了公共点以后，应力-应变曲线刚度急剧降低，表明原有裂缝进一步发展，即产生新的损伤。

图 1-12 是相应于图 1-11 中前两种工况的声发射特性，每个图由两部分组成；上半部分为声发射与时间的关系，下半部分为加载过程中应变与时间的关系，二者时间轴具有相同的刻度值。

由图可见：第一次加载时，便有声发射信号产生，尔后出现一小平稳阶段。当超过前述单调受压平稳阶段后，在第一次应变加载时，将有声发射信号产生，其强度和密度相当于单调受压相同应变水平的声发射特性；但卸载及再加载至历史上达到的最大应变以前，基本无声发射信号产生，这与文献 [44] 相同，即说明卸载及再加载至历史最大应变以前，没有微裂缝产生，这在图 1-12b 中表现更为明显。

三、混凝土单轴受拉力学性能

与单轴受压试验相比，混凝土单轴受拉试验难度较大。图 1-13 是 Hughes 和 Chapman

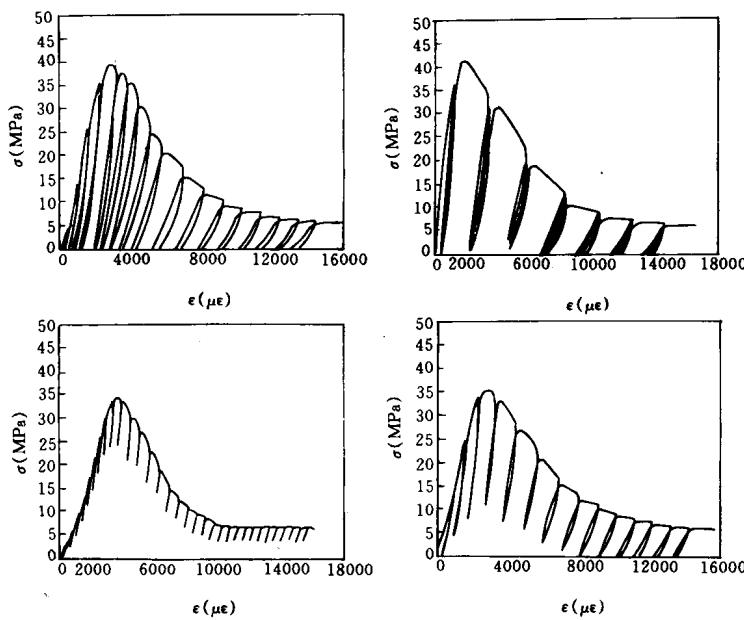
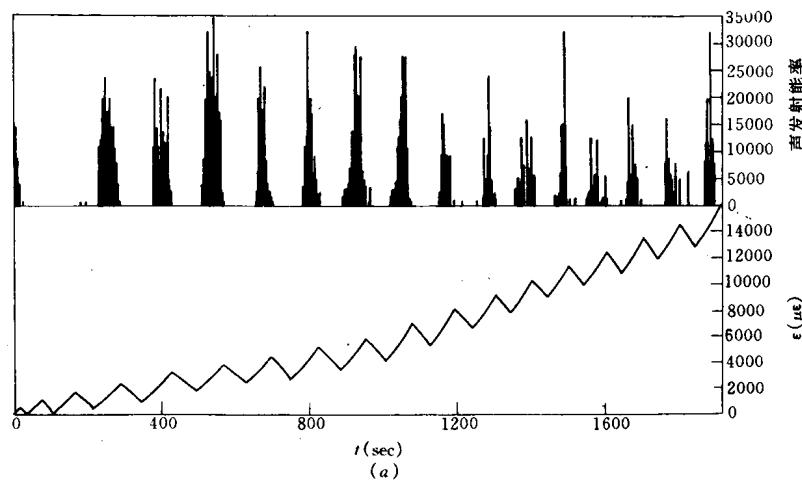
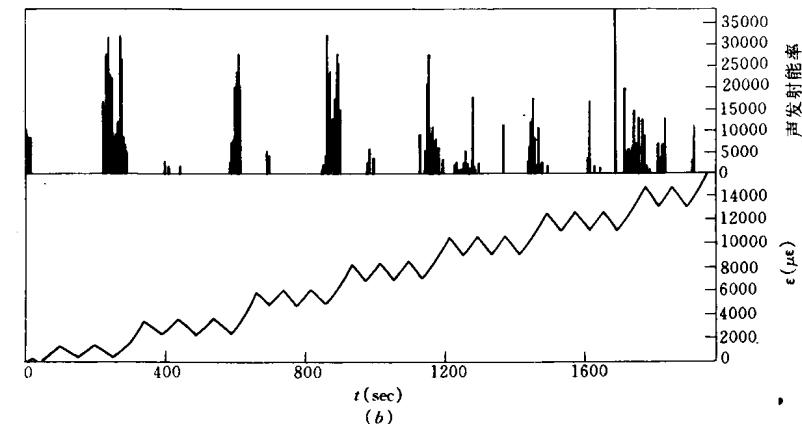


图 1-11 循环加卸载试验应力-应变全曲线



(a)



(b)

图 1-12 声发射能率和应变与加载时间的关系曲线

所测得的单轴受拉应力-应变曲线。从图中可以看出：单轴受拉与单轴受压曲线很相似，在达到某一个相对较高的应力水平之前，所有的曲线基本呈线性，这主要是因为混凝土中的微裂缝在单轴受拉时起主要作用。

当应力低于单轴受拉强度的 60% 时，新的微裂缝的出现可以忽略。这个应力值可以作为弹性极限，而超过该应力值时，粘结裂缝开始增长。由于单轴受拉应力状态通常不能象单轴受压应力状态那样阻止裂缝的开展，所以不稳定裂缝出现的相对快一些，一般在单轴抗拉强度 f_t 的 75% 左右。

单轴受拉的混凝土的裂缝一般垂直于应力方向。裂缝的出现和发展将减少截面的有效承载面积，因而使裂缝尖端的应力增加，从而进一步发展，最后诸多裂缝连成一起，使混凝土试件在一个截面上破坏。

混凝土单轴抗拉强度与许多影响因素有关，如龄期、湿度等。普通混凝土的单轴抗拉强度 f_t 与立方体强度 f_{cu} 之比在 0.08~0.12 之间变化，而单轴抗压强度 f_c 与 f_{cu} 之比在 0.8 左右变化。由于混凝土的极限拉应变很小，因而混凝土单轴受拉破坏较快，如在普通试验机上进行试验，必须添置一些辅助设备，并尽量控制应变速率，才能测出混凝土受拉全曲线^[10,11]。当然应用电液伺服试验装置能够较为方便地得到混凝土单轴受拉应力-应变曲线的下降段^[7]。

此外，混凝土受拉试件达到峰值应力以后，开裂截面附近的变形加大，裂缝加宽，象受压试验那样的平均应变已无确切定义，且非开裂部分的应变在峰值以后逐渐恢复而减小，故下降段以应力-变形形式量测较为合适^[11]。而未开裂部分混凝土仍可以用应力-应变来表示。

反复加载混凝土单轴受拉的试验国内外进行得均较少。文献 [11] 结果表明：无论是开裂前卸载还是开裂后卸载，反复荷载试验的应力-应变曲线的包络线均和单调荷载的全曲线一致，且受拉试件开裂后仍有一定的承载能力。

第三节 混凝土双轴受力力学性能

因为混凝土结构的许多问题可以简化成平面问题来处理，因而很有必要研究混凝土在双轴受力情况下的性能。自 1900 年 Föppl 第一次对砂浆的双轴破坏强度进行研究以后，混凝土双轴受力试验已进行得很多。早期的试验主要研究混凝土的强度，近年来对变形性能和微裂缝的发展演化等也做了比较全面的研究^[12,13,14]。图 1-14 即为文献 [4] 所测得的双向受力的强度包络线。国内也有不少单位进行了这方面的试验研究^[15,16,17,18]，但由于试验条件的限制，一般只能量测到应力-应变曲线的上升段，而测不到其下降段。

试验结果表明：当混凝土处于双向受压时，随着两个方向主应力比 α 的变化，双向受压破坏强度较单轴受压强度均有提高，当主应力比为 $\alpha \approx 0.5$ 时，强度提高最大，为 27%；而

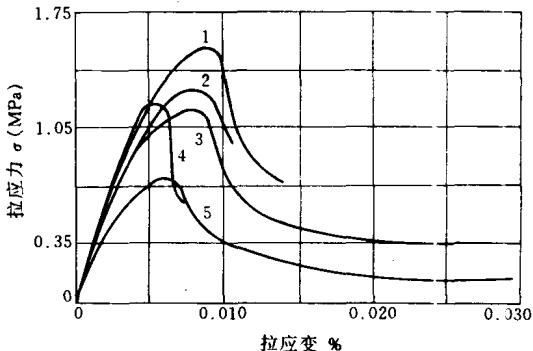


图 1-13 混凝土单轴受拉应力-应变曲线
(Hughes 和 Chapman)

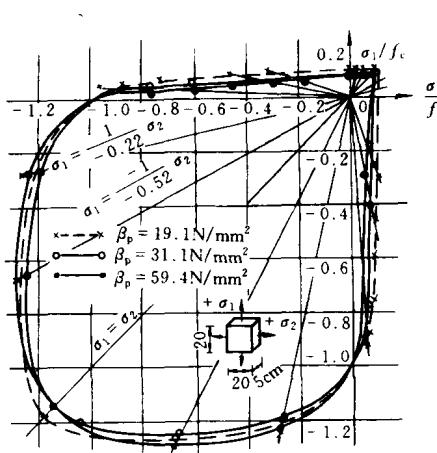


图 1-14 Kupfer 双向受力强度包络线

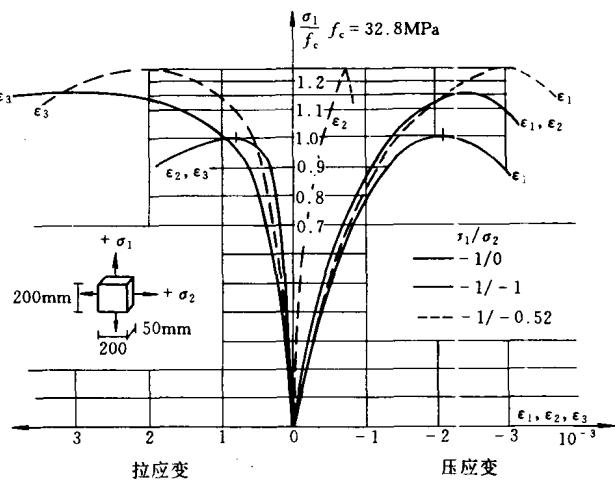


图 1-15 混凝土双向受压应力-应变曲线

在双向等压时，提高 16%。

在混凝土处于一向受压一向受拉时，随着拉应力的增大，抗压强度逐渐减少。即使很小的拉应力，也可导致较大的抗压强度降低，且混凝土的强度等级愈高，这种降低愈大^[14]。

双向受拉时，混凝土的抗拉强度与单向抗拉强度相比无明显的变化，且与主应力比 α 没有多大的关系。由于试验条件不同，混凝土双向受拉的试验数据离散性较大。

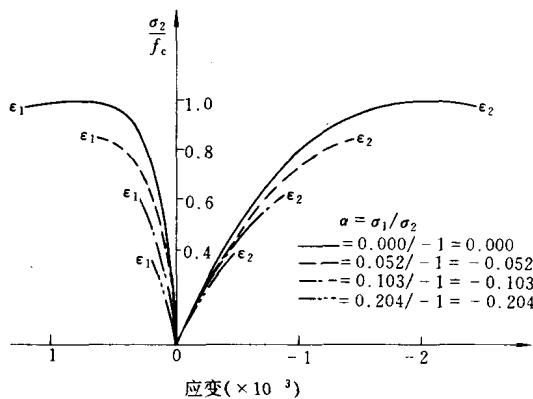


图 1-16 混凝土双轴拉-压应力应变曲线

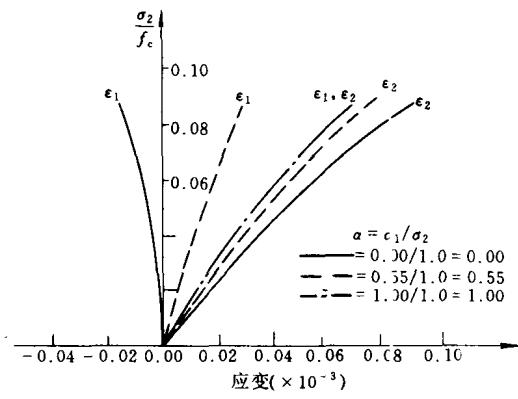


图 1-17 混凝土双轴受拉应力-应变曲线

双向受力时混凝土的变形情况与单轴受力时的相比，有很大的变化。图 1-15、图 1-16、图 1-17 为不同区域的各种主应力比情况的应力-应变试验曲线。在单轴受压和双轴受压情况下，相应于峰值应力的主压应变在 $2000\sim3000\mu\epsilon$ 之间（图 1-15），而相应的第三方向受拉应变在 $800\sim3100\mu\epsilon$ 变化。双轴受压时的延性要比单轴受压时的延性好。文献 [15] [18] 的试验结果表明，当主应力比 α 在 0.25 时，沿最大压应力方向的峰值主应变最大。

对于拉、压组合情况，随着拉应力的增加，无论是相应峰值应力的主压应变还是主拉应变都将减小（图 1-16）；处于单轴受拉和双轴受拉情况下的混凝土，峰值应力相应拉应变为 $80\mu\epsilon$ 。

从图中还可以看出：一个主应力方向的弹性模量明显地受着另一方向主应力的影响^[12,13]，这不仅是泊松比的影响，还与微裂缝的发展有关。

随着压应力的增加，微裂缝逐渐增长，使双轴受压的混凝土象单轴受力一样，在接近破坏时出现体积增加，这种非弹性的增加称为“膨胀性”，见图 1-18。

混凝土的破坏是沿垂直于最大主拉应力（或应变）所在平面而发生的。对于双轴受压情况，破坏面平行于自由面；单轴受压情况则平行于荷载作用方向而破坏；单轴受拉或双轴受拉则沿垂直于最大主拉应力方向出现单一裂缝；拉-压情况时，也是沿正交于最大主拉应力的方向出现裂缝，除非拉应力很小。双轴破坏形态见图 1-19。

由于混凝土结构时经常受着地震、飓风、波浪等随机荷载作用，因而了解混凝土在循环荷载作用下的性能就显得尤为重要。但因试验的复杂性，关于混凝土承受双向循环荷载的文献很少，且多局限于双向受压情况^[17,18]。

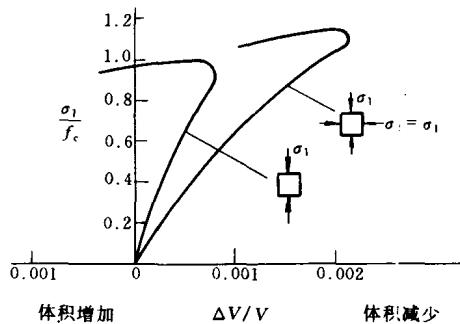


图 1-18 体积变形

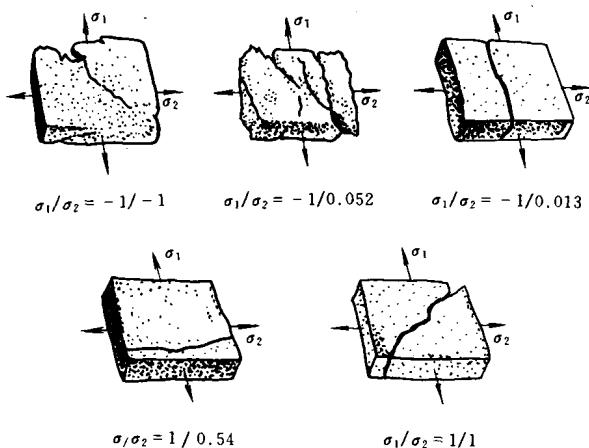


图 1-19 混凝土双轴受力破坏形态

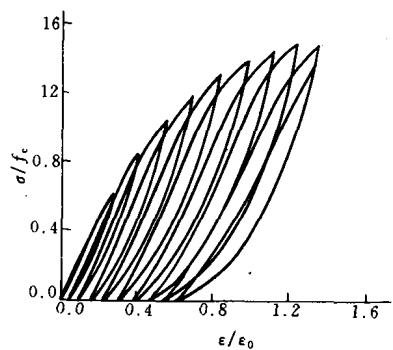


图 1-20 非比例加载时 $\sigma_1 - \epsilon_1$ 曲线

图 1-20 是文献 [18] 中先在水平方向施加 $\sigma_2 = 0.6 f_c$ （采用减摩措施）时，然后在垂直方向施加循环应力 σ_1 的 $\sigma_1 - \epsilon_1$ 试验曲线，试验过程由变形控制。

图 1-21 是文献 [17] 中双向循环比例受压（主应力比 $\alpha=0.5$ ）时的应力应变曲线。由试验结果知，不管是比例加载还是非比例加载，受有横向约束的 $\sigma_1 - \epsilon_1$ 循环加载试验曲线与没有横向约束的单轴试验曲线颇为相似，有约束的试验曲线的初始线性部分均很接近，且其初始弹性模量略高于没有约束的单轴试验。但在非线性部分，横向约束使加卸载曲线的斜率变得比单轴时的陡。循环加卸载的应力应变曲线的包络线与单轴加载时基本相同。

与单轴受压情况相同，当从包络线上某点卸载后再加载至公共点以前基本为线性的，但过了公共点以后，再加载曲线的斜率显著减小，应变迅速增长。这表明混凝土发生新的开裂或已有裂缝的扩张^[17,18]。卸载至应力为 0 时，其不可逆应变也随着卸载时应变的增大而