

665038

V249.32/06

惯性导航原理

以光衢 等編

航空工业出版社

前 言

惯性导航是一门重要的技术学科，它是飞机、舰船、火箭等载体能顺利完成导航与控制任务的关键性技术之一。1942年德国在V-2火箭上首先应用了惯性导航原理；1954年纯惯性导航系统在飞机上试飞成功。30余年来，惯性导航技术获得迅速的发展。在我国惯性导航技术已在航空、航海、航天和陆地车辆的导航和定位中得到应用。1970年以来，我国多次发射的人造地球卫星和火箭都采用了本国研制的惯性导航系统。不仅如此，70年末以来，这门科学技术还在大地测量、海洋勘探、石油钻井、航空测量和摄影等国民经济领域里获得成功的应用。

本书是专业教材，教材的编写内容是经北京航空学院、西北工业大学、南京航空学院三院校惯性导航有关的专业讨论商定的，在编写时注意了对基本内容的阐述和各部分之间的互相衔接，内容的系统性和完整性，以及这门技术新的应用。

本书共九章：

第一章简单概述了无线电导航、卫星导航以及惯性导航的分类和涉及的有关问题；

第二章是惯性平台的组成和工作原理；

第三章是平台式惯性导航系统；

第四章是捷联式惯性导航系统；

第五章是惯性导航的误差分析；

第六章是惯性导航的初始对准；

第七章是滤波技术在惯性导航中的应用；

第八章是组合导航系统，重点是介绍几种有代表性的以惯性导航为主的最优组合导航系统；

第九章是民用惯性技术；

同时编写了三个附录。

本书采用合编的形式，参加编写的有：以光衢（前言、第一、四章、附录A、C），郭富强（第二章），宁文如（第三章、附录B），王惠南（第五、六章），俞济祥（第七章），郑 谔（第八章），范耀祖（第九章）。全书由以光衢统一编审，统一修改定稿。

编写过程得到 林士谔 教授的指导；袁信同志对原稿进行审阅，提出了宝贵意见；全部图由孙奎兰同志绘制。编者对为本书出版付出了辛勤劳动的所有同志表示衷心感谢。

书中存在的缺点和错误，敬请读者批评指正。

目 录

第一章 概 述

- §1.1 发展过程简介、导航系统和制导系统…………… (1)
- §1.2 无线电导航…………… (2)
- §1.3 卫星导航…………… (2)
- §1.4 惯性导航…………… (2)
- §1.5 组合导航…………… (4)
- §1.6 地 球…………… (5)

第二章 惯导平台

- §2.1 稳定平台的两种工作状态…………… (9)
- ~~§2.2~~ 单轴稳定平台系统的传递函数及静态分析…………… (12)
- ~~§2.3~~ 平台伺服系统的性能指标…………… (16)
- §2.4 三轴稳定平台的基本问题…………… (19)

第三章 平台式惯性导航系统

- §3.1 平台式惯性导航系统的基本原理…………… (31)
- §3.2 指北方位惯导系统的力学编排方程…………… (42)
- §3.3 自由方位惯导系统及力学编排方程…………… (49)
- §3.4 游动自由方位惯导系统及力学编排方程…………… (58)
- §3.5 空间稳定惯性导航系统…………… (60)
- ~~§3.6~~ 解决极区航行的方案…………… (70)

第四章 捷联式惯性导航系统

- §4.1 捷联式惯性导航系统的原理方案…………… (71)
- §4.2 捷联式惯导系统的基本力学编排方程…………… (76)
- §4.3 捷联惯性器件的余度技术…………… (89)
- §4.4 机上执行的计算方法…………… (98)

第五章 误差分析

- §5.1 平台式惯导系统误差方程与分析…………… (104)
- §5.2 平台式惯导系统误差方块图及其分析…………… (114)
- §5.3 捷联式惯导系统误差方程与分析…………… (122)
- §5.4 捷联式惯导系统误差传递的说明…………… (132)

第六章 初始对准

- §6.1 平台式惯导系统的初始对准····· (135)
- §6.2 捷联式惯导系统的初始对准····· (151)

第七章 滤波技术在惯导系统中的应用

- §7.1 卡尔曼滤波原理介绍····· (161)
- §7.2 卡尔曼滤波在惯性导航中的应用····· (168)
- §7.3 其它滤波方法的应用····· (180)

第八章 组合式导航系统

- §8.1 惯性—多普勒最优组合导航系统····· (187)
- §8.2 惯性—位置信息最优组合导航系统····· (198)
- §8.3 惯性—卫星最优组合导航系统····· (209)

第九章 民用惯性技术

- §9.1 惯性测量技术的发展和范围····· (228)
- §9.2 惯性测量基本原理与典型系统····· (229)
- §9.3 惯性测量在其它领域中应用简介····· (249)

附录 A 地球参考椭球体的主曲率半径····· (261)

附录 B 方向余弦矩阵微分方程····· (262)

附录 C 导航定位精度计算····· (263)

第一章 概 述

§1.1 发展过程简介、导航系统和制导系统

导航 (*Navigation*) 是引导载体到达目的地的过程。随着应用范围的不同, 有航空导航、航海导航、陆地导航等之区分。

以航空导航为例, 确定飞机的位置并引导其按预定航线航行的整套设备 (包括飞机上的和地面上的设备) 称为飞机的导航系统。

早期飞机主要靠目视导航。廿世纪20年代开始发展仪表导航。飞机上有了简单的仪表, 靠人工计算得出飞机当时的位置。30年代出现无线电导航, 首先使用的是中波四航道无线电信标和无线电罗盘。40年代初开始研制超短波的伏尔导航系统。50年代初惯性导航系统用于飞机导航。50年代末出现多普勒导航系统。60年代开始使用远程无线电罗兰C导航系统, 作用距离达2,000公里, 同时还研制出塔康导航系统, 及超远程的奥米加导航, 作用距离已达10,000公里。1963年出现卫星导航, 70年代以后发展为全球定位导航系统。在此过程中, 为发挥不同导航系统的特点, 出现了组合导航系统。

伏尔导航系统 (*Vor Navigation System*) 是一种近程导航系统, 全名为甚高频全向方位导航系统。

多普勒导航系统 (*Doppler Navigation System*) 是利用多普勒效应实现无线电导航的机载系统。

罗兰C导航系统 (*Loran-C Navigation System*) 是一种双曲线无线电导航系统。罗兰的全称是远程导航。

塔康导航系统 (*Tacan Navigation System*) 是一种近程极坐标式无线电导航系统。

奥米加导航系统 (*Omega Navigation System*) 是一种超远程双曲线无线电导航系统。

导航设备有两种工作状态: 提供导航信息, 驾驶员根据提供的信息引导飞机沿规定的航线到达目的地; 提供的导航信息通过飞行自动控制系统, 自动控制飞机沿预定航线飞行, 这时驾驶员只进行监控, 不直接参与飞机的控制。我们将前者称为导航系统工作于指示状态, 后者称为导航系统工作于自动导航状态。

要区分导航系统和制导 (*Guidance*) 系统。一般说, 制导系统有如下的功能:

1. 建立所需航程的参数, 诸如预定位置、预定速度、方位等作为参考基准;
2. 测量载体的实际运动, 确定载体的位置、速度和方位等实际参数, 进而确定真正的航程;
3. 产生校正指令信号并传输给载体的控制系统, 以便相应地改变载体的飞行。

从制导系统的功能来看, 它与导航系统工作于自动导航状态相同; 人们习惯将无人操纵的载体, 诸如弹道式导弹、战术导弹、运载火箭等的自动导航系统称为制导系统, 而将导航系统工作于指示状态的称为导航系统。这时的导航系统也就相当于一个测量系统。

§1.2 无线电导航 (Radio Navigation)

无线电导航是利用无线电引导载体沿规定航线、在规定时间内达到目的地的导航技术。利用无线电波的传播特性可测定载体的导航参数(方位、距离和速度),算出与规定航线的偏差,由驾驶员(或自动)操纵载体消除偏差以保持正确航线。

无线电信号中包含四个电气参数:振幅、频率、时间和相位。无线电波在传播过程中,某一参数可能发生与某导航参量有关的变化。通过测量这一电气参数的不同,无线电导航系统可分为振幅式、频率式、时间式(脉动式)和相位式四种。也可以根据要测定的导航参量将无线电导航系统分为测角(方位角或高低角)、测距、测距差和测速四种,相应于这四种有无线电导航测角系统;无线电导航测距系统;无线电导航测距差系统;无线电导航测速系统。

§1.3 卫星导航 (Satellite Navigation)

卫星导航是借助于在预定空间轨道上运行的人造卫星而进行的一种导航技术。在卫星导航中,用户(飞机、舰船、战车等)通过测定其相对于卫星的位置可以确定自己在地球上的位置。

卫星导航的空间部分是导航卫星,它装有专用无线电导航设备。由数颗导航卫星构成导航卫星网(也称导航星座),具有全球和近地空间的立体复盖能力。因此导航卫星能实现全球无线电导航。导航卫星在空间作有规律的运动,它的轨道位置每时每刻都可精确预报。用户接收卫星发来的无线电导航信号,通过时间测距或多普勒测速分别获得用户相对于卫星的距离或距离变化率等导航参数,并根据卫星发送的时间、轨道参数求出定位瞬间卫星的实时位置坐标,从而定出用户的地理坐标(二维或三维)和速度矢量分量。

导航卫星按导航方法分为多普勒测速导航卫星和时间测距导航卫星。前者供用户测量导航信号的多普勒频移来求出距离变化进行导航定位;后者供用户测量导航信号传播时间来求出距离进行导航定位。导航卫星根据用户是否需要向卫星发射信号分为主动式导航卫星和被动式导航卫星。子午仪系统、导航星系统均属于被动式导航卫星。

有关无线电导航与卫星导航的进一步说明见第八章。

§1.4 惯性导航 (Inertial Navigation)

惯性导航是本书重点讲述的内容,本节将只限于简述它的工作原理、发展过程、组成和分类。

在惯性导航系统中,我们依靠测量载体(飞机、舰船、火箭等)的加速度(惯性),推算出载体的瞬时速度和位置,以及测量载体的姿态。组成惯性导航系统的设备都安装在载体内,工作时不依赖外界信息,也不向外界辐射能量,不易受到干扰,是一种自主式导航系统。

牛顿力学定律是惯性导航的理论基础。1852年在 J.傅科 (J.Foucault) 陀螺基础上

制成供测量姿态用的陀螺仪，以及 1906年 H.安休兹（H. Anschütz）制成的陀螺方向仪，这些成果成为惯性导航的先导。1923年 M.舒拉（M. Schuler）发表“舒拉摆”（Schuler Pendulosity）理论，解决了在运动载体上建立垂线的问题，使加速度计的误差不致引起惯性导航系统误差的发散，为工程上实现惯性导航提供了理论基础。1942年德国在V-2火箭上首先应用了惯性导航原理。1954年惯性导航系统在飞机上试飞成功。1958年“船鱼”号潜艇依靠惯性导航穿过北极在冰下航行21天。我国1956年开始研制惯性导航系统。自1970年以来，在多次发射的人造地球卫星和火箭上都采用了本国研制的惯性导航系统。

惯性导航系统通常由惯性测量装置、计算机、控制显示器等组成。惯性测量装置包括加速度计和陀螺仪。三个陀螺仪用来测量载体的三个转动运动；三个加速度计用来测量载体的三个平移运动的加速度。计算机根据测得的加速度信号计算出载体的速度和位置数据。控制显示器显示出各种导航参数。

按惯性测量装置在载体上的安装方式，可分为平台式惯性导航系统和捷联式惯性导航系统。

平台式惯性导航系统是将惯性测量装置安装在惯性平台的台体上。根据建立坐标系的不同，又分为空间稳定和当地水平惯性导航系统两种。空间稳定平台惯性导航系统的惯性平台台体相对惯性空间稳定，用以建立惯性坐标系。地球自转、重力加速度等影响由计算机加以补偿。这种系统多用于运载火箭的主动段和一些航天器上。当地水平平台式惯性导航系统的特点是台体上的两个加速度计输入轴所构成的基准平面能够始终跟踪载体所在点的水平面（利用加速度计和陀螺仪组成的舒拉回路保证），因此加速度计不受重力加速度的影响。这种系统多用于沿地球表面运动的飞行器，如飞机、巡航导弹等。在平台式惯性导航系统中，惯性平台能隔离载体的角振动。惯性测量仪表工作条件较好。平台能直接建立导航坐标系，计算量小，容易补偿和修正测量仪表的输出，但是结构复杂，尺寸大。

捷联式惯性导航系统是将惯性测量装置直接安装在载体上，根据所用陀螺仪的不同，分为速率捷联式惯性导航系统和位置捷联式惯性导航系统。前者用速率陀螺仪，输出瞬时平均角速度矢量信号；后者用自由陀螺仪，输出角位移信号。捷联式惯性导航系统省去了平台，所以结构简单，体积小、维护方便，但是陀螺仪和加速度计直接装在载体上，工作条件不佳，会降低仪表的精度。这种系统的加速度输出的是沿载体坐标系的速度分量，需要经计算机转换成导航坐标系的加速度分量，计算量较大。

已于前述，牛顿力学定律是惯性导航的理论基础，而牛顿力学赖以成立的是惯性坐标系，因此，需要讲述在惯性导航中惯性参考系的选择问题。

关于地球自转及公转运动的主要数据，列于表1-1。

根据表中的平均数据，可以求得地球公转运动的平均向心加速度约是 $6.05 \times 10^{-4}g$ 。同理，月球对地球亦有万有引力，由于这个万有引力而引起的地球球心的平移加速度，大约等于 $3.4 \times 10^{-6}g$ ，其方向是沿着地球与月球的连线方向。根据上面的数据，可知以地心为原点的坐标系的原点平移加速度大约是 $6 \times 10^{-4}g$ ，这在精确的导航系统中，已经不能忽视。所以在一般情况下，以地心为原点的坐标系不能被认为是惯性坐标系。可是当一个物体在地球附近运动时，由于太阳、月亮及其他星体万有引力而引起的地球加速度，与这些天体对运动物体的万有引力而引起后者的加速度，基本上是相同的。因此，如果我们相对地心来研究在地球附近物体的运动，那么这种加速度对导航计算的影响可以同时忽略。研究物体在地球附近

运动的惯性导航时，我们把地心选作惯性参考系的原点，以此建立地心惯性参考系。

表1-1 地球自转及公转运动的主要数据

项 目		数 据	单 位
地球球心与太阳中心的距离	最大距离	152.1×10^6	公 里
	最小距离	147.1×10^6	
	平均距离	149.6×10^6	
地球公转运动的速度	最快速度	30.4	公里/小时
	最慢速度	29.2	
	平均速度	29.8	
地球公转周期		365.242	平均太阳日
		3.15569×10^7	秒
恒星日		23小时56分4.1秒	
太阳日		24	小时
地球自转角速度		7.2921×10^{-5}	弧度/秒

运动物体的加速度是利用安装于物体内的加速度计测量出来的，加速度的大小以地心惯性参考系 EI 为参考。如果运动物体的起始位置、速度已知，则可以推算出物体的位置。在一般情况下，加速度计测得的相对地心参考系的加速度包括三部分：相对加速度、牵连加速度和哥氏加速度。若将动坐标系以某种指向方式与地球相连，并以此称为导航坐标系，那么，相对加速度的积分，就得到运动物体相对于地球的位置、速度，这正是在地球附近导航的目的。为了获得相对加速度，需要从加速度计的输出中减去牵连加速度和哥氏加速度。可见惯性导航就是利用惯性测量器件测量出运动物体相对于惯性空间的线运动和角运动参数，在给定的初始条件下，利用计算机推算出运动物体的位置、速度以及物体姿态等导航参数的系统。

惯性导航系统具有不依赖外界信息，隐蔽性好，抗辐射性强，全天候等优点，但它的定位误差随时间而积累，在长时间工作后，会产生大的积累误差。

§1.5 组合导航 (Integrated Navigation)

组合导航是两种或两种以上导航技术的组合。根据不同的要求有各种不同的组合导航系统，多以惯性导航系统作为主要分系统。

组合导航一般有互补功能，即组合后的导航功能虽然与各分系统的导航功能相同，但它能够综合利用分系统的特点，从而扩大了使用范围和提高了导航精度；并具有冗余功能，即组合导航增加了导航系统的可靠性。

有如下的组合导航系统：惯性—多普勒导航系统；惯性—测向测距导航系统；惯性—奥米加导航系统；惯性—天文导航系统；惯性—卫星导航系统。第八章将讨论几种有代表性的以惯性导航为主的最优组合导航系统。

§1.6 地 球

1.6.1 几何形状

前面已指出，我们要讨论的是载体在地球附近的运动，地球的某些特性，例如地球的形状，载体在地球上位置的表示，地球的引力场等都会对所讨论问题有极密切的关系。

在惯性导航问题中，是依靠测量运动物体的加速度，来确定其他参数。就加速度计而言，它没有办法将其输出信号中的两个组成部分，即物体运动加速度和重力加速度区别开来。为了获得物体运动的加速度，需要根据物体在地球上的位置，确定重力加速度的大小及方向。在导航计算中，也需要知道各点的向径。所有这些都涉及到地球的形状。

实际的地球，不论从整体上看，还是从局部看，都不是一个均质圆球体。

从整体来看，地球近似一个以自转轴为对称的旋转体（图1.6-1）。截面的轮廓是一个扁平椭圆，沿赤道方向为长轴，沿地轴方向为短轴。这种形状的形成与地球的自转有密切关系。组成地球的物质早期可以看成是一种类似流体的东西，依靠物质间的万有引力聚集在一起，同时还受到由于自转所形成的离心惯性力的作用。对地球表面每一质点，一方面受地球引力的作用，另一方面又受离心力的作用。正是在后者的作用下，使地球靠近地球赤道部分向外膨胀，这种膨胀直到各单位质量所受的引力 \vec{F}_E 和离心惯性力 $m\vec{\omega}_{IE} \times (\vec{\omega}_{IE} \times \vec{R}_E)$ 的合力—重力 \vec{F}_W 的方向达到与当地水平面垂直时为止。这时，地球的轮廓就成为一个扁平的旋转椭球。

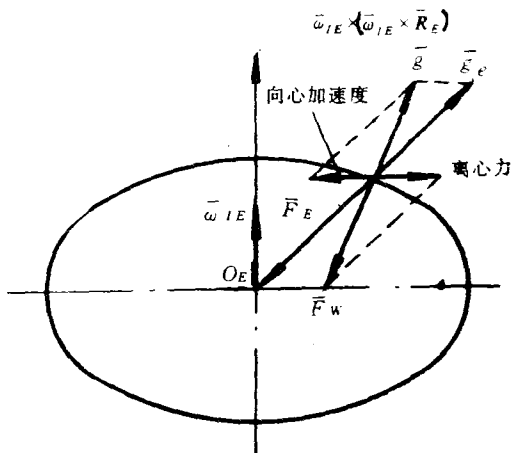


图1.6-1 引力加速度与重力加速度之间的关系

再从局部来看，由于地球表面上存在大陆和海洋，高山和深谷，加上内部地质结构异常复杂，因而，地球表面的形状将是一个相当不规则的曲面。所以说，地球重力场的等势面并不是一个规则的椭球面。在大地测量学上，把这样一个不规则的等势面叫做大地水准面。用大地水准面来代表地球表面形状时，当然不是指具有高山凹地的真正地平面，而是假定陆地上都布满海水水沟，又在风平浪静，没有潮汐的情况下，由海水水面所组成的曲面。可见，大地水准面不可能是一个数学上的标准椭球面。

被大地水准面包围的物体称大地水准体。在实际情况下，大地水准体与一个旋转椭球体之间的差别并不大。在垂直方面的误差不超过一百五十米，旋转椭球体的法线方向与真正垂线方向（即大地水准法线方向）之间差别，通常不超过3角秒。在惯性导航中，可以忽略两者的差别，而用旋转椭球体代替大地水准体，来说明地球的形状，并用旋转椭球体的法线方向来代替重力的方向。

为了便于计算和绘图，通过大地测量推得多种的近似于大地水准面的椭球面，作为地球

形状的数学模型，并称为参考椭球。下面列举三种是目前采用的。

表1-2 参考椭球的尺寸和椭圆度

e

椭球	长半径 R_e (公里)	短半径 R_p (公里)	椭圆度 $\left(\frac{R_e - R_p}{R_e} \right)$
克拉克 (1866)	6378.096	6356.473	$\frac{1}{295}$
海佛德 (1909)	6378.388	6356.909	$\frac{1}{297}$
克拉索夫斯基 (1938)	6378.245	6356.863	$\frac{1}{298.3}$

海佛德 (Hayford) 椭球被国际大地测量协会于 1924 年指定为国际椭球，克拉克 (Clarke) 椭球在美国使用，克拉索夫斯基 (Красовский) 椭球在我国和苏联使用。

1.6.2 地球表面一点的主曲率半径

由于地球被看作是椭球体，于是在地球表面任意点 M 的曲率半径不是常值；在子午面内的曲率半径与垂直子午面的曲率半径不同。图1.6-2 过地球表面一点 M 做椭球体的切平面 G ；其法线为 \bar{n} ，法线沿 QM 方向，它垂直于大地水准面。在切平面上 M 点沿南北向作切线 AB ，沿东西向作切线 CD ，过切线 AB 与法线 \bar{n} 的平面 NMS 和过切线 CD 与法线 \bar{n} 的平面 EMF 内确定的 M 的曲率半径称为主曲率半径。

在地球上某一点 M 的子午平面 NMS 内的

主曲率半径 R_M 有

$$\sqrt{R_M} \approx R_e [1 - e(2 - 3\sin^2 L_c)] \quad (1.6-1)$$

或表示为

$$e) \quad \frac{1}{R_M} = \frac{1}{R_e} (1 + 2e - 3e\sin^2 L_c) \quad (1.6-1)'$$

式中 L_c 为地心纬度

显然，在赤道上，曲率半径 R_M 的表达式为 $R_e(1-2e)$ ，在这里，曲率半径 R_M 比地心到赤道面上的距离小42公里；在南、北极处，曲率半径 R_M 的表达式为 $R_e(1+e)$ ，它的数值又比地心到南北极距离约大42公里。

在同一 M 点在 EMF 平面内的主曲率半径 R_N 有

$$EMF) \quad R_N = R_e(1 + e\sin^2 L_c) \quad (1.6-2)$$

或表示为

$$\frac{1}{R_N} = \frac{1}{R_e} (1 - e\sin^2 L_c) \quad (1.6-2)'$$

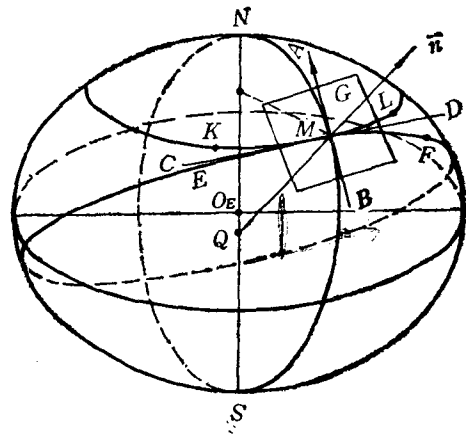


图1.6-2 地球参考椭球体的主曲率半径

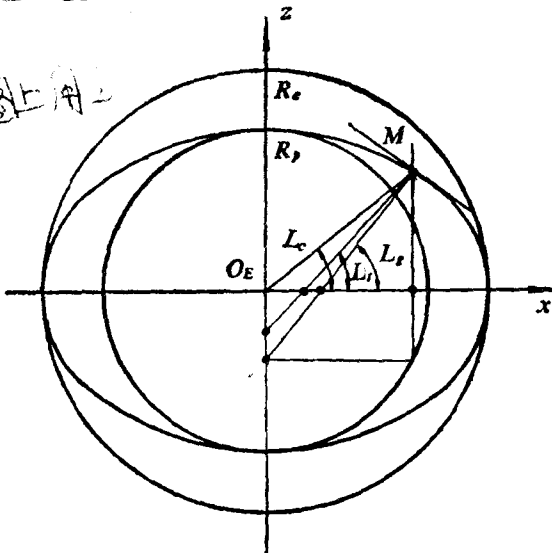
1.6.3 几种垂线

参看图1.6-3。垂直方向就是地球表面任一点 M 的大地水准面的法线方向，并定义为天

天文经纬度, 地理经纬度, 地心经纬度

文垂线或真垂线。真垂线与赤道平面的夹角定义为天文纬度 L_g 。

参考椭球上 M 点的法线定义为该点的地理垂线, 而它与赤道平面的夹角定义为地理纬度 L_f (或测地纬度)。利用地理纬度 L_f 和经度 λ 构成地球表面的计算格网, 这就是我们通常在地图上所看到的坐标网。



M 点与参考椭球中心的连线定义为该点的地心垂线。地心垂线与赤道平面的夹角称地心纬度 L_c 。

下面介绍这三种纬度的关系。

设 ΔL_{cf} 为地理垂线与地心垂线之间偏差角, 于是

$$\Delta L_{cf} = L_f - L_c \quad (1.6-3)$$

设椭圆上 M 点坐标为 (x, z) , 则椭圆方程为

$$\frac{x^2}{R_p^2} + \frac{z^2}{R_e^2} = 1 \quad (1.6-4)$$

椭圆法线 (相当于地理垂线) 的斜率为

$$\operatorname{tg} L_f = -\frac{dx}{dz} = \frac{R_e^2 z}{R_p^2 x} \quad (1.6-5)$$

同一点地心线 (相当地心垂线) 的斜率为

$$\operatorname{tg} L_c = \frac{z}{x} \quad (1.6-6)$$

因此

$$\operatorname{tg} \Delta L_{cf} = \frac{\operatorname{tg} L_f - \operatorname{tg} L_c}{1 + \operatorname{tg} L_f \operatorname{tg} L_c} = \frac{R_e^2 - R_p^2}{R_e^2 R_p^2} xz \quad (1.6-7)$$

令 $R = \sqrt{x^2 + z^2}$ 即地心线长度, 对上式加以变换, 得

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \Delta L_{cf} &= \frac{R_e^2 - R_p^2}{R_e^2 R_p^2} R^2 \frac{x}{R} \frac{z}{R} = \frac{R_e^2 - R_p^2}{2R_e^2 R_p^2} R^2 \sin 2L_c \\ &= \frac{R_e - R_p}{R_e} \cdot \frac{R_e + R_p}{2R_p} \cdot \frac{R^2}{R_e R_p} \sin 2L_c \approx e \sin 2L_c \quad (1.6-8) \end{aligned}$$

式中 $\frac{R_e + R_p}{2R_p} \approx 1$, $\frac{R^2}{R_e R_p} \approx 1$, $e = \frac{R_e - R_p}{R_e}$ 即椭圆度

再考虑到 ΔL_{cf} 实际也很小, 故用 L_f 代替 L_c , 于是最后得到地理垂线与地心垂线之间偏差角的近似公式为

$$\Delta L_{cf} = e \sin 2L_f \quad (1.6-9)$$

可见 ΔL_{cf} 的最大值发生在 $L_f = 45^\circ$ 处, 以参考椭球的 e 值代入, 可知 ΔL_{cf} 最大约为 11 角分左右。所以用地心垂线代替地理垂线, 在纬度方向上偏差最大值约为 11 海里左右。在惯性

导航中要用地理纬度。

至于地理垂线与真实垂线之间的差角 $\Delta L_{tg} = L_g - L_t$ ，是由于地球局部密度不均匀所造成的偏差，因而是一个地球表面位置的随机量。这种偏差是很小的，其平均值为几个角秒。在某些特殊点可能遇到较高的数值，如20角秒。在精确导航中，要考虑这种偏差。

1.6.4 地心至地球表面上任一点的直线距离R与重力加速度g

对应于参考椭球的长半径 R_e 及椭圆度 e ，可求得地球球心至地球表面上任意一点的直线距离为

$$R = R_e(0.9983 + 0.0016835\cos 2L_c - 0.000003549\cos L_c + \dots) \\ \approx R_e(1 - e\sin^2 L_c) \quad (1.6-10)$$

若载体距离地面的高度为 h ，则重力加速度的表达式为

高度为 h 时:
$$g(h) = g_0 \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} = g_0 \left(1 - \frac{2h}{R_e} + \dots\right) \quad (1.6-11)$$

由此可见，重力加速度随高度而变化。

已求得一个重力加速度公式为

重力加速度:
$$g = g_0(1 + 0.0052884\sin^2 L_t - 0.0000059\sin^2 2L_t) \quad (1.6-12)$$

式中 $g_0 = 978.049$ 厘米/秒²

L_t 为地理纬度

但实测结果， g_m 并不一定满足(1.6-12)式。二者之差

$$\delta_g = g_m - g \quad (1.6-13)$$

称为重力异常。这是由于地球自然形状与参考椭球不一致，地球内的质量分布不均匀造成的。地球表面上各点的重力异常并没有什么规律性，只能将地球表面划分为许多个区域，通过测量，然后在系统中加以补偿，或者略去这种异常。重力方向的偏差，数值在角秒级范围之内。

第二章 惯导平台

§2.1 稳定平台的两种工作状态

① 稳定平台在惯导系统中的功能，简单地说就是支承加速度计，并把加速度计稳定在惯性空间，或按导航计算机的指令使其跟踪地平坐标系，即工作在几何稳定状态或空间积分状态。几何稳定状态（又称稳定工作状态），指的是平台在基座运动和干扰力矩的影响下能相对惯性空间保持方位稳定的工作状态；空间积分状态（又称指令角速度跟踪状态），指的是在与指令角速度成正比的指令电流的控制下，平台相对惯性空间以给定规律转动的工作状态。

稳定平台的敏感元件，可以是单自由度陀螺仪，也可以是二自由度陀螺仪。

2.1.1 以单自由度速率积分陀螺仪为敏感元件的单轴稳定平台

该类平台结构示意图如图 2.1-1(a)所示。图中：1 为平台，3 为平台基座，6、2、7 分别为陀螺仪转子、力矩器和讯号器，4、5 分别为伺服回路的稳定电机和伺服放大器。 $x_r - x_r'$ 为平台的支承轴，它和平台的座标轴 ox_p 相平行。 ox_p 轴的方向也就是陀螺仪的输入轴方向。 $o'xyz$ 为与陀螺仪框架相固连的坐标系。 $o'y$ 是陀螺仪的输出轴， $o'z$ 是陀螺电机的自转轴， $o'x$ 与 $o'y$ 、 $o'z$ 互相垂直。平台的工作原理如下：

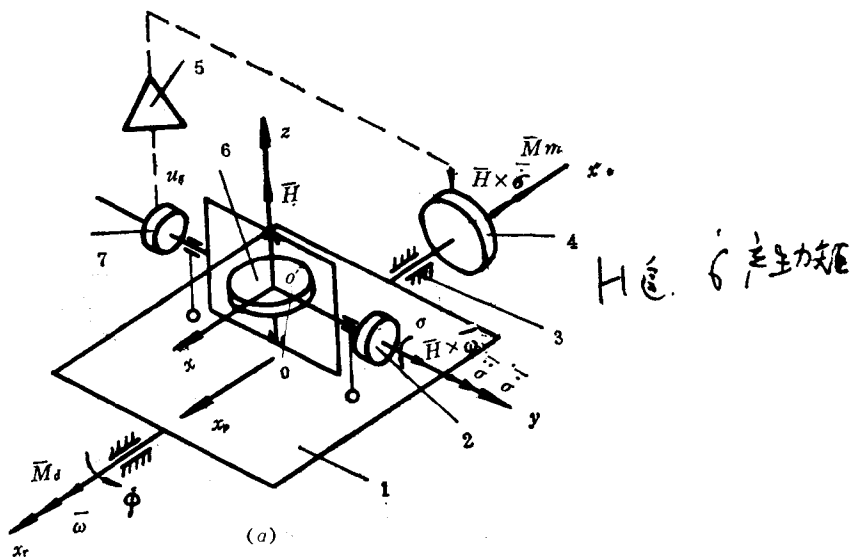


图2.1-1 以单自由度积分陀螺仪为敏感元件的单轴稳定平台结构示意图

一、几何稳定状态下的工作

如图 2.1-1 (a)，设沿 ox_r 轴正向作用干扰力矩 M_d ， M_d 将强迫平台绕 ox_r

轴以角速度 ω 转动。积分陀螺仪敏感 ω 而绕 $o'y$ 轴产生陀螺力矩 $\bar{H} \times \omega$ 。 $\bar{H} \times \omega$ 使陀螺仪绕 $o'y$ 轴产生角加速度 $\ddot{\sigma}$ 、角速度 $\dot{\sigma}$ 及转角 σ 。一方面， $\dot{\sigma}$ 产生陀螺力矩 $\bar{H} \times \dot{\sigma}$ 抵消干扰力矩 \bar{M}_d ；另一方面，由陀螺仪讯号器7测量出 σ 角并将其转变为电压讯号 u_g ， u_g 经放大器5后输出电流 I ， I 使力矩电机4产生驱动力矩 \bar{M}_m ， \bar{M}_m 也参与抵消干扰力矩 \bar{M}_d 的工作。此后，平台将在外力矩 $\Delta \bar{M} = \bar{M}_d - \bar{M}_m$ 的作用下重复以上过程，只不过角速度 $\dot{\sigma}$ 愈来愈小，转角 σ 愈来愈大，从而陀螺力矩 $\bar{H} \times \dot{\sigma}$ 抵消干扰力矩的作用愈来愈弱，电机力矩 \bar{M}_m 的作用愈来愈强罢了。直至稳态时电机力矩全部代替了陀螺力矩以抵消干扰力矩。这样，无论平台基座绕 $x_r - x'$ 轴如何转动或受到任何干扰力矩的作用，平台绕该轴相对惯性空间将始终保持稳定。因而这就说平台工作于几何稳定状态。需要说明的是，惯导平台中多采用角动量较小的陀螺仪，因而，陀螺力矩抵消干扰力矩的作用小到可以忽略不计。因此在理论分析时，往往将陀螺力矩的作用忽略。在稳定平台中，干扰力矩的作用轴或力矩电机的安装轴通常称为平台的稳定轴。

二、空间积分状态下的工作

如图2.1-1(b)所示，如果要求平台绕 ox_r 轴以角速度 ω 。相对惯性空间转动，必须给陀螺力矩器2输入一个与 ω 的大小成正比例的指令电流 I_c ， I_c 使力矩器产生一个绕 $o'y$ 轴正向的指令力矩 \bar{M}_c ，在 \bar{M}_c 的作用下，陀螺仪绕 $o'y$ 轴正向产生相对角加速度 $\ddot{\sigma}$ 以及角速度 $\dot{\sigma}$ ，和转角 σ 。该 σ 角经陀螺仪讯号器7测量并转变为电压讯号 u_g ， u_g 经放大器后驱动力矩电机4，力矩电机带动平台1绕 ox_r 轴相对惯性空间以角速度 $\dot{\phi}$ 转动。当 $\dot{\phi}$ 的大小达到要求的指令角速度 ω 时，由 ω 造成的陀螺力矩 \bar{M}_g 将和指令力矩 \bar{M}_c 相平衡。此后，陀螺仪输出轴 $o'y$ 的转角 σ 不再增大，平台就以角速度 $\dot{\phi} = \omega$ 转动，因而平台工作于空间积分状态。当稳态时有：

$$\bar{M}_c = kI_c$$

$$\bar{M}_g = -H\dot{\phi} = -H\omega$$

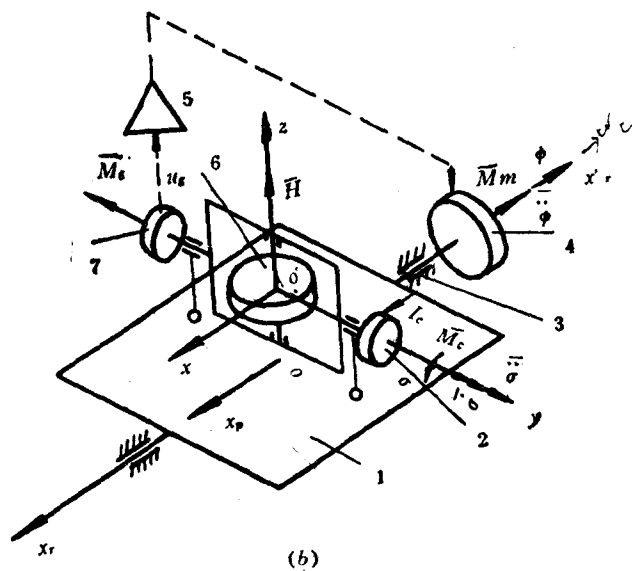


图2.1-1 以单自由度积分陀螺仪为敏感元件的单轴稳定平台结构示意图

因
故

$$M_c + M_g = 0$$

$$\dot{\phi} = k I_c / H \quad (2.1-1)$$

+

$$\phi = \phi_0 + \frac{k}{H} \int I_c dt \quad (2.1-2)$$

式中， k 为比例系数， ϕ_0 为平台相对惯性空间的初始转角。从(2.1-2)式可看出，在指令电流 I_c 控制下，平台相对惯性空间的转角 ϕ 将和电流的积分成正比。平台在空间积分状态下的原理表明，可以利用力矩器的输入电流 I_c 来控制平台的转动运动，从而使平台按照所需规律相对惯性空间转动。如果根据载体所在地垂线的转动角速度来控制平台，就可达到稳定平台跟踪地垂线的目的。

根据单轴稳定平台的工作原理，可以得到如图2.1-2所示的原理方块图。

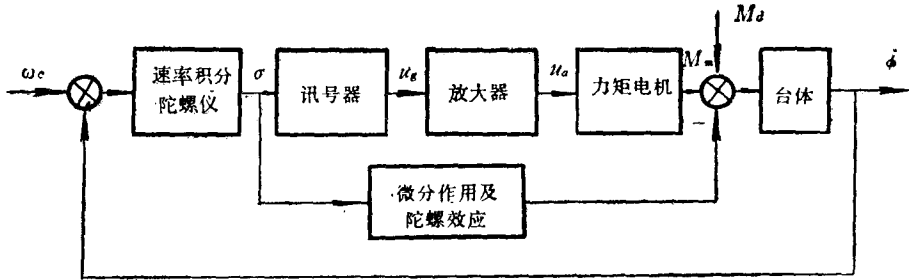


图2.1-2 以单自由度积分陀螺仪为敏感元件的单轴平台的原理方块图

2.1.2 以二自由度角位置陀螺仪为敏感元件的单轴稳定平台

图2.1-3为这种单轴平台的结构示意图，1为平台，2为基座，在平台上安装有角动量为 \bar{H} 二自由度角位置陀螺仪6， $o'x_i$ 为内环轴， $o'y_0$ 为外环轴，5和7分别为它的外环轴讯号器和内环轴力矩器，4为伺服放大器，3为力矩电机。其工作原理如下：

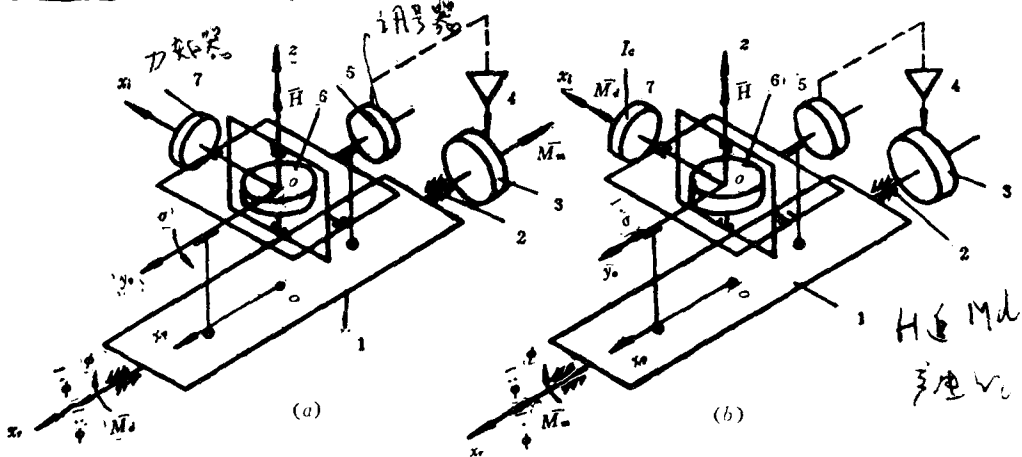


图2.1-3 以二自由度角位置陀螺仪为敏感元件的单轴稳定平台结构示意图

一、几何稳定状态下的工作

如图2.1-3(a)所示，当沿 ox_i 轴正向有 \bar{M}_d 作用时， \bar{M}_d 将迫使平台绕 ox_i 轴方向相继出现相对惯性空间的角加速度 $\ddot{\phi}$ 、角速度 $\dot{\phi}$ 及转角 ϕ ，因而平台偏离了原来相对惯性空

间的方位。由于二自由度陀螺的定轴性，所以 \bar{M} 的方向即可作为测量 ϕ 角的基准。当平台相对惯性空间转动 ϕ 角时，陀螺仪将绕外环轴 $o'y_0$ 的负向相对平台转过一角度 σ ，且

$$\sigma = -\phi \quad (2.1-3)$$

σ 角由讯号器 5 测量并转换成电压讯号 u_g 以后的工作过程就与单自由度积分陀螺仪组成的单轴稳定平台的几何稳定状态相同。应当注意的是，这里，没有陀螺力矩参与抵消 M_d 的工作。

二、空间积分状态下的工作

如图 2.1-3(b) 所示，如果要求平台绕 ox_r 轴以角速度 ω_c 相对惯性空间转动，必须给陀螺仪内环轴力矩器 7 输入一个与 ω_c 的大小成正比的指令电流 I_c 。该电流使力矩器产生一个沿 $o'x_r$ 正向作用的指令力矩 M_c 。在 M_c 的作用下，陀螺仪将绕外环轴 $o'y_0$ 的正向以角速度 ω_c 相对惯性空间进动。如果平台绕平台轴仍然保持在原来的方位，则陀螺仪外轴信号器 5 检测并输出电压信号，该电压信号经放大器后输出电流，电流使电机力矩 3 产生力矩 M_m ，从而使平台 1 绕 ox_r 轴以 ϕ 相对惯性空间转动，实现平台工作于空间积分状态。

根据图 2.1-3 所示的单轴稳定平台的原理结构图和工作原理，可以得到如图 2.1-4 所示的原理方块图。

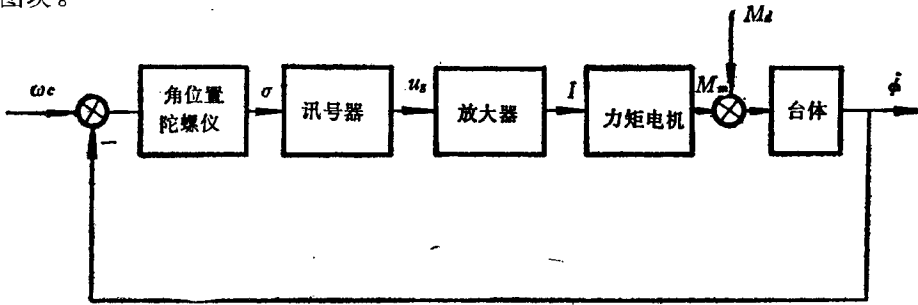


图 2.1-4 以二自由度角位置陀螺仪为敏感元件的单轴稳定平台的原理方块图

在惯性导航系统中，为了使平台模拟导航坐标系，平台应有三个相互垂直的坐标轴，因此实际应用的稳定平台都是三轴的。

§2.2 单轴稳定平台系统的传递函数及静态分析

2.2-1 系统的方块图

作为平台伺服系统的敏感元件，可以是单自由度速率积分陀螺仪，单自由度二重速率积分陀螺仪，也可以是动力调谐陀螺仪或其它二自由度位置陀螺仪等。这里，仅讨论单自由度速率积分陀螺仪组成的平台。单自由度速率积分陀螺仪的传递函数为

$$\frac{\sigma(s)}{\omega_p(s)} = \frac{k_g}{s(\tau_g s + 1)} \quad (2.2-1)$$

$$\frac{\sigma(s)}{\omega_c(s)} = \frac{k_g}{s(\tau_g s + 1)} \quad (2.2-2)$$

$$\frac{\sigma(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{k_g}{s(\tau_g s + 1)} \quad (2.2-3)$$

$$u_g(s) = k_p \sigma(s) \quad (2.2-4)$$

上式中, $\sigma(s)$ 为陀螺仪输出角的拉氏变换式, $\omega_p(s)$ 为平台输出角速度的拉氏变换式, $\omega_c(s)$ 为指令角速度的拉氏变换式, $\varepsilon(s)$ 为陀螺漂移角速度的拉氏变换式, $k_p = \frac{H}{C}$.

$\tau_g = \frac{I_y}{C}$ 分别为陀螺仪的传递系数及时间常数, c 为浮油的粘性阻尼系数, 单位为达因·厘米·秒, I_y 为陀螺仪浮筒绕输出轴的转动惯量, 单位为克·厘米², $u_g(s)$ 为陀螺仪讯号器输出电压的拉氏变换式, k_p 为其传递系数。

平台伺服系统的执行元件, 可以采用齿轮减速器的交流伺服电动机或直流伺服电动机, 也可以采用直接驱动的交流力矩电机或直流力矩电机。现在几乎所有的惯导平台都采用直接驱动的直流力矩电机。直流力矩电机的传递函数为

$$\frac{M_m(s)}{u_a(s)} = \frac{J_p s}{k_\omega (\tau_e s + 1)(\tau_m s + 1)} \quad (2.2-5)$$

$$\frac{\omega_m(s)}{u_a(s)} = \frac{1}{k_m (\tau_e s + 1)(\tau_m s + 1)} \quad (2.2-6)$$

上式中, $M_m(s)$ 和 $\omega_m(s)$ 分别为力矩电机输出力矩和输出角速度的拉氏变换式, $u_a(s)$ 为加给电机电枢电压的拉氏变换式, $\tau_e = \frac{L_a}{R_a}$ 是电机的电磁时间常数, 单位为秒, L_a 和 R_a 分

别为电机电枢回路的总电感 (单位为亨) 和总电阻 (单位为欧姆), $\tau_m = \frac{R_a J_p}{k_\omega k_m}$ 是电机的机电时间常数, 单位为秒, J_p 是带有负载的电机绕输出轴的总转动惯量, 单位为克·厘米², k_ω 和 k_m 分别为电机的反电势系数和力矩系数, 它们的单位分别为伏·秒和达因·厘米·安·因。因 $\tau_e \ll \tau_m$, 故在分析与设计中, 往往忽略 τ_e 的影响, 而仅考虑 τ_m 。

平台台体是力矩电机的负载, 其传递函数为

$$\frac{\omega_p(s)}{M_m(s)} = \frac{1}{J_p s} \quad (2.2-7)$$

在平台系统中, ω_p 和 ω_m 是同一个物理量。

在平台伺服系统敏感元件和执行元件之间有伺服放大器, 在系统机电元部件选定之后, 它是系统中唯一可调整的环节。通过改变电路结构形式和参数可以使平台系统获得不同的动静态性能。伺服放大器一般包括: 缓冲器 (起阻抗匹配作用)、前置放大器、交流放大器、相敏解调器、滤波器、校正网络及脉冲调宽放大器等环节。伺服放大器的传递函数可表示为

$$\frac{u_g(s)}{u_c(s)} = k_a F(s) \quad (2.2-8)$$

k_a 为伺服放大器的总放大倍数, $F(s)$ 为网络的传递函数。一般情况下, $F(s)$ 可以由积分、微分、超前、滞后等网络组成。在以单自由度速率积分陀螺为敏感元件的平台中, $F(s)$ 不包含纯积分和纯微分环节。

将平台伺服系统各个环节的传递函数写入就可得单轴平台伺服系统方块图 2.2-1。因为陀螺力矩 $H\sigma$ 相对电机力矩 M_m 可以略去, 电机反电势相对电枢电压也小到可以略去, 因此得图 2.2-2。