目　　录

第一章

引　　論

1. 适应問題的提出及其研究的进展

一切天气现象都是大气运动的結果，所以大气运动状态如何改变，是气象工作者們最感兴趣的問題. 按照經典的說法：大气运动最根本的原因，是由于大气質量分布不均匀的結果. 大气質量分布不均匀造成的气压梯度，引起了大气的运动. 这时，在靜止的坐标系統中，空气質点将沿着气压梯度力的方向运动. 然而在自轉的地球上，空气在运动中，它就要受到柯氏力的作用而向右偏轉（在北半球的情况）. 如果气压場不变，向右偏轉将直到空气的运动方向轉到与等压綫平行（背风而立，高压在右边），而柯氏力正好与气压梯度力相等，但方向相反时为止. 这时，空气运动不再加速，风向平行于等压綫，风速 v 則可由下式算出：

$$v = \frac{1}{f\rho}\frac{\partial p}{\partial n}.$$

这里 $\frac{\partial p}{\partial n}$ 为气压梯度，ρ 为空气密度，f 为地球自轉参数，它等于 $2\omega\sin\varphi$，ω 为地球自轉角速度，φ 为緯度. 上式是气象学中最重要的規律之一，即所謂地轉平衡关系式.

按照上述推論，风場和气压場的关系之間，风場是被动的，气压場是主动的. 当气压場由于某种原因发生变化之后，則风場要随之改变，以适应气压場，而調整为新的地轉关系. 但是地轉风方程只指出风場和气压場的平衡关系，沒有因果关系. 按理，仅从这个方程考虑，气压的改变旣然可以引起风場的变化，同样，风場的改变也应該可以引起气压場的变化，两者的关系应該是相互影响

的．当然，对于某一具体問題来說，一个可以是主导的，另一个可以是从属的；然而沒有理由在任何問題中都是以气压場为主导，风場为从属．到了 1936 年，C. G. Rossby[1] 提出了相反的看法．他認为如果我們在某一垂直面上考虑一种質量的分布，則总是可以找到一种垂直于这个面的速度分布，使得由此而产生的偏向力，在任何地方皆与由質量分布（网絡分布）产生的压力梯度相平衡．相反的，也总是可以找到这样一种在垂直面上的質量分布，使得由此产生的水平压力梯度和任何一种与該面成法綫方向的速度分布平衡．在另一方面，作用于运动方向的側向应力，必定要产生垂直于运动方向有某些特性的速度廓綫．因此在大气或海洋的一部分运动中，質量分布不是运动的原因，而是运动的結果．

由此出发，C. G. Rossby[2-3] 分析了一个初始只有速度，而无压力梯度相平衡的带状气流的演变．最后的結果是流速变化不大，而产生了与柯氏力相平衡的气压梯度．由此，C. G. Rossby 認为气压場和风場是相互調整适应的，在相互适应中，主要是气压場向风場适应．对于 C. G. Rossby 提出的問題，A. Cahn[4] 对它进行了分析，他指出：气压場向风場适应是通过重力波[1)] 的頻散（dispersion）来完成的．也就是說通过重力波，有限空間內的气压場和风場之間不平衡的能量，被散布到了整个空間，于是单位空間中的不平衡能量变为零，这时不平衡的現象消失．此后，A. M. Обухов[5] 对于风場和气压場的适应进行了更完整的分析．B. Bolin[6] 和 И. А. Кибель[7] 还进一步討論了斜压大气中的适应問題．他們都指出，气压場主要向风場适应，亦即气压的分布是动力的結果．

然而，上述結論显然还是不够全面的，因为在大气里存在着各种热力因子，如輻射、海陆分布等等，它們对某种大气温度分布以及相应的大气質量的分布起着决定性的作用．当这些决定性的因子发生变化后，相应的大气質量分布自然也将发生改变，这时，速

1) 确切的說，应該是重力慣性波（見本章第 2 节）．

度場自然要发生变化以适应新的质量分布．然而，哪一些运动变化原因主要是“热力”的呢？哪一些运动变化原因主要是动力的，而质量分布是从属的呢？对于这些問題，叶篤正[8]曾通过对地轉适应物理过程的分析，提出了一个初步答案：在較大尺度运动的地轉适应过程中，主要是风場向气压場适应；在較小尺度运动的地轉适应过程中，主要是气压場向风場适应．也就是說，大范围运动变化原因主要是热力的，較小范围运动的变化原因主要是动力的．然而，所謂大范围或小范围的标准如何决定呢？对此，曾庆存[9]和陈秋士[10]都进行过研究，他們得到了一致的結論認为：当运动的水平尺度L小于某临界尺度L_0时，则气压場向风場适应；当$L>L_0$时，风場向气压場适应．而$L_0=c/f$，这里c为重力波速．L_0就是C. G. Rossby[3]曾經引用的所謂“变形半径”（radius of deformation），而A. M. Обухов[5]称之謂“作用半径”．在正压大气中，c接近声速，在斜压大气中，則c远小于声速，所以正压大气中的L_0远比斜压大气中的L_0为大．C. G. Rossby和A. M. Обухов所采用的运动尺度都远小于L_0、所以他們都得到，在适应过程中主要是气压場向风場适应的結果．

曾庆存[9]和G. Fischer[11]更进一步討論了适应过程中初始扰动垂直結构的影响，他們由此得到了一致的結論：即在高空运动，变化的主要原因是动力的；在低空則主要是热力的．P. Raethjen[12]也指出过这一点．

以上的这些工作，在理論上都是根据綫性模式进行的，而И. А. Кибель[13]和曾庆存[14]还討論了非綫性的适应問題．他們把大气的变化过程分成了两个阶段．当大气运动由于某种原因失去了地轉平衡以后，它首先的变化就是适应过程．适应过程基本完成之后，此后就进入所謂准地轉演变的慢过程，慢过程主要是由非綫性的平流項控制的．适应过程和天气演变的慢过程，两者基本上是分阶段进行的．陈秋士[10]更进一步指出，处于高度非地轉平衡状态下的运动，非綫性的平流項比其他的綫性項小一个量級以上，可以略去．因此在高度非地轉的运动中，主要只有适应过程．适

应过程基本完成之后，平流项才显得重要起来，大气演变的演变过程才会起主要作用.

无論在动力气象学上或天气学上，地轉关系都起了很大的作用．但是这个关系主要适用于中高緯度的大型运动，緯度愈低，或运动的尺度愈小，这个关系愈不适用．可是近年来，不論是中小尺度运动或低緯度天气，都愈来愈受到人們的注意．如果在这些情况下的运动也存在着类似于中高緯度大型运动的地轉关系，則它可能对这些情况下的天气和动力分析也有不小的帮助.

无論在中小型运动或較低緯度的运动中，Rossby 数 $R=V/fL$ 都很大（V 和 L 分别为运动的特征速度和水平尺度），因此相对地与柯氏力比較来說，慣性力是大的．在运动方程中慣性力不能被略去．但是从“天气动力学”[1]一书中，我們看到无論对那一种尺度（大尺度、中尺度或小尺度等）的运动，一般来說时間异数項都是比方程中的各主要項小一个量級以上．同时观測也指出，中小天气系統（如雷暴和飑綫等）的生成是非常迅速的，而生成之后，則有一段比較长的稳定的和緩慢的演变时期．如一个雷雨云可以在二十分鐘左右生成，而它成长后可以延續几个小时[15]．再如更大的天气系統也是如此，叶篤正和李麦村[16]曾对此給出过一个例子．对运动方程各項量級的分析以及观測都指出：无論尺度如何，运动的演变一般都是在力的准平衡情况下进行的．对于大尺度的运动，这种准平衡状态就是地轉关系．在中尺度运动中，柯氏力、气压梯度力和慣性力三者处于准平衡状态；在小尺度运动中，慣性力和气压梯度力处于准平衡状态．当这种准平衡状态遭受到破坏后，必定有一种机制使运动恢复准平衡状态，否則我們就不能經常观測到这些准平衡状态的运动．因此，在中小尺度运动中也有一种风場和气压場的适应过程．最近叶篤正和李麦村[16]曾对此有所証明，这种适应和地轉适应一样，也是通过重力波的頻散而实現的.

---

1) 陶诗言、叶笃正著，中国科学技术大学油印本.

气压場除与风場之間有适应以外，它和重力場之間还存在所謂静力平衡关系：

$$\frac{\partial p}{\partial z} = - g\rho,$$

这是从第三运动方程簡化出来的．这个簡化关系虽有高度的精确性，但在小范围的运动里，当对流性活动較强时，它也会遭到破坏；但此后却必定有一种机制使它恢复，这种恢复的过程称静力适应．A. C. Монин 和 A. M. Обухов[17]，G. Hollmann[18]以及巢紀平[19]等对此都有过研究，他們得出静力适应是通过声波頻散而实現的．

由以上的叙述可以看出，气压場与风場和重力場之間的各种适应机制虽有不同，但都是通过某种波动，使其間不平衡的能量被散布到整个空間的結果．因此我們将在本章以下几节中，討論大气中的几种基本波动，以及波动能量在空間传播的情况．

2. 大气中的基本波动

大气运动中有几种基本的波动．在最簡单的无旋轉的（即不考虑地球自轉）一維运动中，同时，$v = w = 0$，波动的波速为：

$$c = \bar{u} \pm \sqrt{\nu RT} \quad (\nu = c_p/c_v), \tag{1.1}$$

其中 $\bar{u}$ 为流体的基本流速，R 为气体常数，T 为温度．（1.1）式为大家所熟知的声波波速．在大气里，$\nu = 1.4$，$R = 2.78 \times 10^6$（厘米）^{2}/秒^2·度，取 T 为 273°A，則相对于基本气流，声波波速为330米/秒左右．

如再設有两层不可压縮和无旋轉的流体，两层流体的界面高度为 h，上层流体的厚度远大于 h，令运动主要发生于下层，并限制于(x, z)面上，則此时的波动为重力波，其波速为：

$$c = \bar{u} \pm \sqrt{gh(1 - \rho_1/\rho_2)}, \tag{1.2}$$

其中 ρ_1 和 ρ_2 分别为上层和下层流体的密度，当 $\rho_1 \approx 0, \rho_2 \neq 0$（如上层流体为大气、下层为海洋）时，則

$$c = \bar{u} \pm \sqrt{gh}. \tag{1.3}$$

这就是浅海重力波波速，也是重力外波．当 ρ_1 和 ρ_2 皆不为零时，

(1.2)式表示重力內波．在大气里，对于不同的情况，$(1-\rho_1/\rho_2)$变化范围非常大，可由 0.02 到 0.30，h 也可由 1 公里变到数公里．所以重力內波波速可以由 10 米/秒到 100 米/秒，而重力外波則接近于声速．

在旋轉的地球上，如完全沒有外力，当某一空气质点受到扰动时，它的移动軌迹接近一个圓，称为惯性圓．这种运动为一种惯性运动，质点繞圓的周期为：

$$T_i=\frac{2\pi}{f}=\frac{\pi}{\Omega\sin\varphi}, \tag{1.4}$$

其中 Ω 为地球自轉角速度，φ 为质点所在的緯度．

在大气中，大尺度天气演变过程可以近似地用渦度守恒的原則来描写，如不考虑地球自轉参数 $f=2\Omega\sin\varphi$ 随緯度的变化，則一維小扰动渦度方程为：

$$\frac{\partial\zeta'}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial\zeta'}{\partial x}=0, \tag{1.5}$$

式中 ζ' 为质点的相对渦度，由(1.5)式有：

$$\zeta'=F(x-\bar{u}t)=0. \tag{1.6}$$

显而易見，这种波动的波速为：

$$c=\bar{u}. \tag{1.7}$$

由此可見，在不考虑 $\beta=df/dy$ 时，大型天气演变重要的波动(称天气波)是以基本气流的速度传播的，波速約为 10 米/秒．

比較上述各种波速，以天气波最慢，故天气波在大气中称为慢波，其余的波称为快波．

上述声波、重力波、惯性波及天气波为大气基本波动．不过这些純粹的单一波，只是在特殊情况下才存在．在一般情况下，在同一种运动中，同时存在两种或两种以上的波动．例如在层結大气中，声波和重力波就一起出現，重力波和惯性波同时出現成为重力惯性波，而长波与重力波常以混合波形式而共存．

3. 大气适应形成的机制——波动能量的频散

在第1节中已經指出,适应过程的物理本質是由于某种原因,集中于有限区域的波动能量传播到整个空間,于是单位空間中的能量为零,波动消灭,場中各种力間趋于平衡,場的适应于是形成.因此波动能量在空間传播的情形,是适应过程中的一个根本問題.

在均匀无旋轉的流体中,平面直角坐标中的波动方程可以写成:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} = 0. \tag{1.8}$$

初始条件:

$$\left.\begin{aligned} t = 0,\ u &= \varphi(x_1, x_2, x_3), \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= \psi(x_1, x_2, x_3). \end{aligned}\right\} \tag{1.9}$$

方程(1.7)及(1.8)中脚号 i 代表波动方程的空間度数,現在分别来討論三种波动的初始扰动能量的传播过程.

对三維 ($i = 3$) 方程式(1.8),带有初始条件(1.9)式的解是球面波. 由經典的数学物理方程理論指出: 当初始扰动区域 R_0 为一有限区域时,波有清晰的前陣面和后陣面,初始扰动 φ 和 ψ 将散布于以 $at + R_0$ 和 $at - R_0$ 为半径的两个同心球体之間. 因为随着时間的增长,这个空間将无限地加大,所以最后这个空間的扰动強度趋于零,扰动在整个空間中消灭.

二維 ($i = 2$) 波是柱面波,柱面波与球面波不同之点是无后效,即有前陣面而无后陣面. 因此,初始扰动能量将随着时間的增长,分配在以 $R + ct$ 为半径的圓面积上,最后随着时間无限增长,圓面积无限增大,波动消灭.

对于一維($i = 1$)情况,方程(1.8)的解的形式是:

$$u(x, t) = f_1(x + ct) + f_2(x - ct). \tag{1.10}$$

由解的形式可以看出,这是两个移动相反的波,但是在移动过程中并不变形,也不消灭.

由以上討論可以看到,对于球面波和柱面波,当扰动一旦形成

之后，能量将散失到越来越大的空間中去，最后波动消失。但是对一維空間的扰动、波动一旦出現之后，并不消失。然而，在大气中許多現象都可以近似于一維問題，一維問題中适应将如何实現呢？这是我們最关心的問題。

对于实际大气而言，描写各种波动过程的方程比(1.8)式复杂。在以后的几节討論中将会看到，在实际大气中，由于地球自轉以及大气层結等作用，波动方程中还会出現形式如 p^2u 的項。以一維为例，波动方程可写成下面形式：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + p^2 u = 0, \tag{1.11}$$

其中 u 是大气的某个物理量，p 是由大气运动某些特性所决定的参数。

令波解 $u \sim e^{im(x-ct)}$，则有

$$c^2 = c_0^2 - \frac{p^2}{m^2}. \tag{1.12}$$

由(1.11)式看出，由于 p 的存在，使波速与波长 $L = \frac{2\pi}{m}$ 有关。于是一維波动也变为頻散波了。

按定义，波的羣速度为：

$$c_g = c + m\frac{dc}{dm}. \tag{1.13}$$

(1.12)式的羣速度为：

$$c_g = \frac{c_0^2}{\sqrt{c_0^2 - \frac{p^2}{m^2}}}. \tag{1.14}$$

比較(1.12)和(1.14)式可見，羣速不与波速相同，因为能量是随羣速传播的，所以遵守(1.11)式的一維波动也能将波动能量散布到整个空間。

下面各节，我們将討論大气层結以及地球自轉等因子，如何使大气一維波动变为頻散波。

4. 大气层結对声波的作用

在第 2 节里，我們对声波的討論沒有考虑大气层結的作用，考虑了层結作用之后，問題就比較复杂了。这时綫性化后的方程組为[19]:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial\bar{\rho}u'}{\partial t}&=-\frac{\partial p'}{\partial x},\\
\frac{\partial\bar{\rho}v'}{\partial t}&=-\frac{\partial p'}{\partial y},\\
\frac{\partial\bar{\rho}w'}{\partial t}&=-\frac{\partial p'}{\partial z}-g\rho',\\
\frac{\partial\rho'}{\partial t}&=-\left(\frac{\partial\bar{\rho}u'}{\partial x}+\frac{\partial\bar{\rho}v'}{\partial y}+\frac{\partial\bar{\rho}w'}{\partial z}\right),\\
\frac{\partial p'}{\partial t}&=-c_s^2\left(\frac{\partial\bar{\rho}u'}{\partial x}+\frac{\partial\bar{\rho}v'}{\partial y}+\frac{\partial\bar{\rho}w'}{\partial z}\right)-\beta\bar{\rho}w'.
\end{aligned}\right\}\tag{1.15}$$

这里符号上有“—”的表示大气基本場中的变数，而“ ′ ”表示基本場中的扰动；基本状态的 $\bar{u}=\bar{v}=\bar{w}=0,\bar{\rho}=\bar{\rho}(z)$，$d\bar{p}/dz=-g\bar{\rho}$，$\beta\leqslant\nu R(\gamma_d-\gamma)$，为描写大气层結的参数，$\nu=c_p/c_v$，$\gamma_d$ 为干絕热温度递减率，γ 为大气的温度递减率，$c_s^2=\nu R\bar{T}$ 为声速的平方.

为了和第 2 节相比，我們假定扰动量 ($\bar{\rho}u'$, $\bar{\rho}v'$, $\bar{\rho}w'$, p', ρ') 与 y 和 z 无关，这样，由(1.15)式可以得到一个四阶微分方程:

$$\left.\begin{aligned}
&\mathscr{L}(\kappa)=0,\\
&\mathscr{L}=\frac{\partial^4}{\partial t^4}-c_s^2\frac{\partial^4}{\partial t^2\partial x^2}-\beta g\frac{\partial^2}{\partial x^2},
\end{aligned}\right\}\tag{1.16}$$

这里 κ 可以代表上述五个变量的任何一个.

設有波解:

$$\kappa\propto e^{im(x-ct)},$$

則得

$$c^4-c_s^2c^2+\frac{\beta g}{m^2}=0,$$

或

$$c^2 = \left(c_s^2 \pm \sqrt{c_s^4 - \frac{4\beta g}{m^2}} \right) \Big/ 2. \tag{1.17}$$

当 $m \sim 10^{-6}$ (厘米)$^{-1}$, $\gamma_d - \gamma \sim 4 \times 10^{-5}$℃·(厘米)$^{-1}$、$c_s \sim 3 \times 10^4$ 厘米/秒时，可以看出，$4\beta g/m^2 \ll c_s^4$，因此(1.17)式可以近似地写为:

$$c_a^2 = c_s^2 - \frac{\beta g}{c_s^2 m^2}, \tag{1.18}$$

$$c_g^2 = \frac{\beta g}{c_s^2 m^2}. \tag{1.19}$$

显然，第一組(c_a)为层結大气中的声波，和(1.1)式相比它出現了层結影响的修訂項($-\beta g/c_s^2 m^2$)[1]. 这个修訂項和主要項($c_s^2 = \nu R\bar{T}$)相比是个小項，两者之比約为 1:10，所以对于声速的絕对值来說，层結影响是可以忽略不計的. 虽然在絕对值方面不起大作用，可是它对声波的物理性質却起着重要的影响. 我們已經指出过，在沒有层結的情况下，一維声波波速和波长沒有关系，因此它是非頻散的，但层結影响的修訂項是波长($L = 2\pi/m$)的函数，因而使得声波成了頻散波. 由(1.13)和(1.18)式，可以找出在层結大气中声波的羣速 c_g 为:

$$c_g = \frac{c_s^4 m^2 - 2\beta g}{c^4 m^2 - \beta g} c_a. \tag{1.20}$$

5. 地球自轉对重力波的影响

一切条件仍和第 2 节一样，只是多考虑了地球自轉的作用，这时描写重力波的方程就成为:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial u'}{\partial t} - fv' + g(1 - \rho_1/\rho_2)\frac{\partial h'}{\partial x} = 0, \\
&\frac{\partial v'}{\partial t} + fu' = 0, \\
&\frac{\partial h'}{\partial t} + h\frac{\partial u'}{\partial x} = 0.
\end{aligned}\right\} \tag{1.21}$$

1) 注意(1.1)式中的 $\bar{u}$，在(1.18)或(1.19)式中不出现，因为这里我們假設 $\bar{u} = 0$.

由(1.21)式可以得出:

$$\left.\begin{aligned} &L(\kappa)=0,\\ &L=\frac{\partial^2}{\partial t^2}-g(1-\rho_1/\rho_2)\bar{h}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+f^2=0. \end{aligned}\right\} \tag{1.22}$$

(1.22)式有形式为 $e^{im(x-ct)}$ 的波解,则

$$c^2=g(1-\rho_1/\rho_2)\bar{h}-\frac{f^2}{m^2}. \tag{1.23}$$

比較 (1.21) 和 (1.23) 式可以看出，地球自轉使重力波速多了一个修訂項[1] $(-f^2/m^2)$. 在第 2 节中已經指出，在大气里 $\sqrt{g(1-\rho_1/\rho_2)\bar{h}}$ 为几十米/秒，如令波长为 10^2—10^3 公里时 ($f = 10^{-4}$/秒)，則这个修訂項 f^2/m^2 不及主項 $(g(1-\rho_1/\rho_2)\bar{h})$ 的百分之十. 所以对于重力波的絕对速度来說，地球自轉的影响是不大的. 但是如同层結对于声波的作用一样，地球自轉改变了重力波的物理性質. 不考慮地球自轉的作用($f=0$)，重力波波速和波长无关，所以是非頻散的. 有了地球自轉 ($f \neq 0$)，重力波就成为頻散的，因为这时波速是波长的函数了. 这时重力波的羣速为:

$$c_g=\frac{g(1-\rho_1/\rho_2)\bar{h}m^2-2f^2}{g(1-\rho_1/\rho_2)\bar{h}m^2-f^2}\,c. \tag{1.24}$$

这里 c 由 (1.23) 式来确定. 因为有了 f 的作用，这种波又称为重力慣性波.

6. β 对于大尺度慢波的影响

一切条件与第 2 节相同，只多考虑地球自轉参数 f 随緯度改变，于是(1.5)式便可改写成:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t\partial x}+\bar{u}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\beta v=0, \tag{1.25}$$

式中 $\beta=df/dy$，而 v 为风速南北扰动量. 設有 $e^{im(x-ct)}$ 的波解，則

$$c=\bar{u}-\beta/m^2, \tag{1.26}$$

(1.26) 式即所謂著名的 Rossby 公式. 当考虑了 f 随緯度的变化

---

1) 注意，这里我们设 $\bar{u}=0$，故(1.23)式中不出现 $\bar{u}$.

后，慢波又常称为长波．β 改变了慢波性质，$\beta = 0$ 时，慢波波速与波长无关，所以是非频散波．考虑了 β 后慢波是频散波，因为这时波速是波长的函数了．此时长波的群速为：

$$c_g = \bar{u} + \beta/m^2. \tag{1.27}$$

由以上的討論可以看出，由于大气层結和地球自轉等作用，大气中的几种主要的一維波动也是頻散波．

第 二 章

适应过程和演变过程的一般性质

在第一章中，我們闡述了大气运动中风場、气压場和重力場之間适应問題的提出过程. 由第一章的叙述可以看出，当风場与气压場之間出現不平衡或不适应时，它們将进行相互調整. 可以想象，調整过程必定是迅速的，因为不平衡必将引起強烈的变化，这个过程卽称为适应过程. 当不适应的风場和气压場調整到接近平衡或适应状态时，它們的变化一定要緩慢下来. 因为到了完全平衡或适应时，它們将不能再有变化，而进入稳定的状态. 这种准适应或准平衡状态下的緩慢演变，И. А. Кибель[13] 和曾庆存[14]称之为演变过程.

依照这种推論，适应过程和演变过程在时間上是应該可以划分的，在物理性质上它們也是应該有区别的. 但是在时間上它們如何划分，物理性质又如何不同，这就是本章所要討論的問題. 此外，在第一章中我們虽然从物理意义方面叙述了适应过程，但从数学方面对它的必然性还沒有进行論証. 这項工作将在以后几章中詳細論述. 本章的前几节，将从无因次方程入手，論証在一般情况下，对于大气各类运动，运动方程以及热流量方程等的时間导数項比这些方程中的主要項都小一个量級. 因此在一般情况下，运动都是在准平衡状态下进行緩慢的演变. 但当准平衡的关系受到破坏后，卽发生适应过程.

1. 大气中各类运动的特征量及无因次方程

因为地表面不是光滑的，它給予大气运动以很大的摩擦力. 这使得近地面层大气的运动复杂化. 在这里，簡单的气压場和风

場之間的准平衡关系，如地轉公式是不能成立的．愈到高空摩擦力愈小．到了一公里以上高空，和作用于大气运动的其他的力相比、摩擦力就可以忽略不計了．这就进入了所謂的自由大气．地轉风关系以及其他气压場和风場之間的准平衡关系，都是在自由大气中发生的．在自由大气中，三个运动方程可写成：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}&=fv-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x},\\ \frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}&=-fu-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y},\\ \frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}&=-g-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}.\end{aligned}\right\}\quad(2.1)$$

一般从运动方程的原始形式中，很难看出运动的本质．因为在上述形式的运动方程中，我們虽然作了簡化（例如忽略了摩擦力以及地球曲率影响等），但是它依然包含着无数的可能运动的类别．只有将这无数可能的运动类别加以区分，分为几种主要的类型，我們才能看出各种类型运动的主要特性．因此，需設法将运动的类别在方程式中表示出来．为此，我們不直接用运动方程中的自变数或应变数，而是引用这些变量和各种类别运动的特征量之比，即以相对量作为新的变量．

在流体力学里，一种运动的主要特性将由几种特征量来描写，它們是运动的时間、空間范圍和速度的量級等．在大气里，运动的水平空間和鉛直空間范圍相差非常大，运动的水平速度和鉛直速度分量也有非常大的差別．所以对于大气运动，这两个方向上的差异应該注意．現令 L 和 H 分别为运动的水平和鉛直空間特征尺度，v 和 w 分别为运动的水平和鉛直特征速度，τ 为运动的特征时間尺度，$\Delta_h P$ 和 $\Delta_z P$ 分别为 p 的水平和鉛直空間特征变化量，π 为空气密度的特征量．这里应該注意，我們虽然給出了这些特征量，但是它們不完全独立，其中的一些特征量将由运动方程的結构和其他特征量来决定．这一点在下面可以看出．

引进新的变量，如

$$\left.\begin{array}{l}(u', v') = (u, v)/V,\ w' = w/W,\ (x', y') = (x, y)/L, \\ z' = z/H,\ t' = t/\tau,\ \rho' = \rho/\pi,\ \Delta p' = \Delta p/\Delta_h P \text{ 或 } \Delta p/\Delta_z P,\end{array}\right\} \quad (2.2)$$

則有:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{1}{f\tau}\dfrac{\partial u'}{\partial t'} + \dfrac{V}{fL}\left(u'\dfrac{\partial u'}{\partial x'} + v'\dfrac{\partial u'}{\partial y'}\right) + \dfrac{W}{fH}w'\dfrac{\partial u'}{\partial z'} = \\ \quad = v' - \dfrac{\Delta_h P}{\pi f V L}\dfrac{1}{\rho'}\dfrac{\partial p'}{\partial x'}, \\ \dfrac{LW}{V^2\tau}\dfrac{\partial w'}{\partial t'} + \dfrac{W}{V}\left(u'\dfrac{\partial w'}{\partial x'} + v'\dfrac{\partial w'}{\partial y'}\right) + \dfrac{W^2 L}{V^2 H}w'\dfrac{\partial w'}{\partial z'} = \\ \quad = -\dfrac{gL}{V^2} - \dfrac{\Delta_z P}{\pi V^2}\dfrac{L}{H}\dfrac{1}{\rho'}\dfrac{\partial p'}{\partial z'}.\end{array}\right\} \quad (2.3)$$

因为第二运动方程与第一运动方程完全相似，故未在(2.3)式中給出.

(2.3)式已經变为无量綱的了，它的各項都是沒有量綱的. 因为所有新的变量都是以运动的特征量为单位进行测量的，所以它們以及它們的导数的量級都是 1. 因此，同一个方程中各項的大小，决定于它們的由各种特征量組成的系数. 給定了运动的特征量，就可以算出各个系数值，从而由此可以决定方程的主要項(卽高量級的項)和次要項.

2. 各类运动的准静力平衡性和准常定性

运动类型的划分，一般是以运动的空間尺度为主要依据的，空間尺度又分为水平空間尺度和鉛直空間尺度. 这两种空間尺度中又以水平空間尺度为主，因为一般来講，天气系統的水平范围变化很大，而上下范围变化較小. 根据观測，在一般情况下，运动的水平空間尺度一經确定，运动的其他的主要特征量也随之而定(特殊天气系統例外). 一般水平空間范围分为大、中、小三种，亦卽运动的类别可分为大型、中型和小型运动三种.

对于大型运动，可以令 $L = 10^6$ 米，$H = 10^4$ 米，$V = 10$ 米/秒，$W = 10^{-2}$ 米/秒，$\tau = 10^5$ 秒，再取 $f = 10^{-4}$/秒，$g = 10$ 米/秒^2. 将它們代入(2.3)式，可以看出，左边各項的系数比右端第一