

高等学校规划教材

电 路

常福海 武钦韬 戴 文 公茂法 阎绍绢 编

煤炭工业出版社



高等学校规划教材

电 路

常福海 武钦韬 戴文 公茂法 阎绍绢 编

煤炭工业出版社

(京)新登字042号

内 容 提 要

本书是为煤炭高校电气化自动化专业编写的教材。其研究对象着重于线性时不变电路的分析。

全书共分十章：电路分析导论，线性电阻电路的分析，正弦电流电路的稳态分析，三相电路，非正弦周期电流电路，线性电路的暂态分析（时域分析法），线性电路的暂态分析（复频域分析法），二端口网络，网络方程的矩阵形式，非线性电路。

内容本着少而精的原则，文字叙述力求通俗易懂、便于讲授和自学。本书也可作为相近专业的教材。

高 等 学 校 规 划 教 材

电 路

常福海 武钦韬 戴文 公茂法 阎绍纲 编

责任编辑：胡玉雁

煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外和平里北街21号)

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

开本 $787 \times 1092\text{mm}^1/16$ 印张 $21^1/4$

字数505千字 印数1—2,065

1995年10月第1版 1995年10月第1次印刷

ISBN 7-5020-1164-1/TD6

书号 3932 A0307 定价16.35元

前 言

本书是为煤炭高校电气化自动化专业编写的教材。由于电路为该专业一门重要的技术基础课,考虑到煤炭院校对强电的特殊要求及电路课的学时有限,为了便于教师讲授和同学自学,根据国家教委颁布的《电路课程教学基本要求》及专业特点,编写了这本教材。教学参考学时为140学时。

本书主要是在符合本课程编写大纲的前提下,本着概念清楚、层次分明、重点突出和少而精的原则编写的。内容安排次序为先线性电路后非线性电路。在线性电路的分析中采取先稳态分析后暂态分析。在稳态分析中先直流电路后交流电路。在暂态分析中先讨论时域分析法,紧接着讨论复频域分析法。我们考虑这样的安排既符合事物的内在联系和认识规律,又便于讲授。

学生在学习本课程以前,应具备高等数学、线性代数、积分变换及大学物理等知识。通过本课程的学习,使学生掌握电路的基本理论、分析计算电路的基本方法和进行实验的初步技能,并为本专业的后续课程准备必要的电路知识。

全书共分十章。其中第一章和第三章由常福海同志执笔,第二章和第四章由戴文同志执笔,第五章由阎绍娟同志执笔,第六章和第七章由武钦韬同志执笔,第八章、第九章、第十章由公茂法同志执笔。常福海同志担任该书主编,武钦韬和戴文同志为副主编。

在编写本书的过程中,我们参考了国内外一些有关的教材,在这里对这些教材的作者表示谢意。由于我们的水平有限,书中肯定会有不当之处,敬请大家不吝指正,我们将表示衷心的感谢!

编 者

1994年5月

目 录

第一章 电路分析导论	1
第一节 电路及电路模型	1
第二节 参考方向 (正方向)	2
第三节 理想二端电路元件	3
第四节 基尔霍夫定律	7
第五节 电功率和电能量	9
第六节 受控源	11
第七节 理想变量器	12
习题	14
第二章 线性电阻电路的分析	16
第一节 简单电路的计算	16
第二节 电阻的星形联接与三角形联接的等效变换	21
第三节 电源的等效变换	24
第四节 支路电流法	30
第五节 回路电流法	33
第六节 节点电压法	37
第七节 叠加定理	44
第八节 置换定理	47
第九节 戴维南定理和诺顿定理	49
第十节 特勒根定理	56
第十一节 互易定理	59
习题	62
第三章 正弦电流电路的稳态分析	69
第一节 正弦交流电的基本概念	69
第二节 正弦交流电的相量表示法	73
第三节 电阻、电感、电容元件特性方程的相量形式	76
第四节 复阻抗和复导纳	81
第五节 复阻抗和复导纳的等效变换	86
第六节 正弦交流电路中的功率	88
第七节 正弦交流电路的稳态计算	95
第八节 含耦合电感电路的分析	103
第九节 正弦交流电路中的串联谐振	111
第十节 正弦交流电路的并联谐振	116
习题	119
第四章 三相电路	124
第一节 三相电路的基本概念及联接方式	124
第二节 对称三相电路的计算	129

第三节 不对称三相电路的概念	140
第四节 对称分量法	143
习题	148
第五章 非正弦周期电流电路	151
第一节 非正弦周期电压、电流	151
第二节 周期函数分解为傅里叶级数	152
第三节 频谱概念	161
第四节 非正弦周期电流、电压的有效值、平均值和平均功率	167
第五节 非正弦周期电流电路的计算	171
第六节 对称三相电路中的高次谐波	173
习题	176
第六章 线性电路的暂态分析 (时域分析法)	179
第一节 动态电路及其微分方程	179
第二节 电路的初始条件	180
第三节 一阶电路的零输入响应	185
第四节 一阶电路的零状态响应	188
第五节 单位阶跃函数和单位冲激函数	191
第六节 一阶电路的阶跃响应和冲激响应	195
第七节 线性定常电路加任意输入的零状态响应 (卷积积分)	200
第八节 一阶电路的全响应 (三要素法)	206
第九节 二阶电路的零输入响应	213
第十节 二阶电路的零状态响应和阶跃响应	218
习题	222
第七章 线性电路的暂态分析 (复频域分析法)	227
第一节 拉普拉斯变换的定义及性质	227
第二节 拉普拉斯反变换——分解定理	233
第三节 线性动态电路的复频域模型	239
第四节 用复频域分析法计算线性电路	243
第五节 网络函数及其极点和零点	249
习题	256
第八章 二端口网络	260
第一节 二端口网络与多端网络	260
第二节 二端口网络的方程和参数	261
第三节 具有端接的二端口网络	268
第四节 二端口网络的等效电路	270
第五节 二端口网络的联接	272
第六节 回转器和负阻抗变换器	274
习题	276
第九章 网络方程的矩阵形式	279
第一节 网络图论的概念	279
第二节 节点分析法	280
第三节 改进的节点法	288

第四节	回路分析法	290
第五节	割集分析法	293
第六节	状态方程	296
习题		301
第十章	非线性电路	304
第一节	非线性电路元件	304
第二节	非线性电路分析的特点	308
第三节	非线性电阻电路的图解法	309
第四节	小信号分析法	312
第五节	折线法	315
习题		317
习题答案		320
参考文献		332

第一章 电路分析导论

本章主要讨论关于电路的基本概念,其中包括电路及电路模型,电路变量(电压、电流)及其参考方向,理想二端电路元件,电功率和电能量,基尔霍夫定律。在这一章还要介绍线性和非线性、时变和非时变的概念。

第一节 电路及电路模型

一、电路及电路模型

电路是指由一些电路元件按一定方式联成的电流通路。一个最简单的实际电路,常由产生电能的电路元件即电源、传输电能的电路元件即导线及消耗电能的电路元件即负载三者组成。

电路的形式多种多样,组成电路的元件也各异。为了便于对电路进行分析研究,人们常将一个实际电路模拟成理想化的电路模型。每一个实际电路元件的理想化模型,一方面可以用国家统一规定的电路图符号表示,同时也可以提供该元件电流、电压关系的数学模型。如图1-1所示为一个最简单的理想化电路模型,其中 U_s 为电源电压, R_s 为电源内阻, R 为负载电阻,电源和负载之间由两条电阻可忽略的理想导线相联接, I 为电路中的电流。

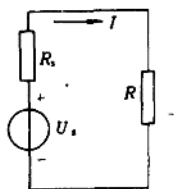


图 1-1 电路模型

二、电路的分类

电路按其实现的功能可分成以下几种。第一、实现电力传输和分配的电路,如电力系统;第二、信号处理电路,它将接收到的电信号进行放大、变换和传输,最后发出声音和图像,如收音机、电视机等;第三、将某一电信号(激励)加于某一模拟或数字系统,使其产生所需要的输出(响应)的各种自动控制电路、数字电路和计算机电路等。在分析和计算这些电路时,我们感兴趣的是这些电路共同的属性或特点,据此电路又可分为以下几类:

1. 按电路中电源的种类分

- 1) 直流电路 其中电源的电压、电流大小和方向不随时间变化。
- 2) 交流电路 又分为正弦交流电路——其中电源的电压、电流随时间按正弦规律变化和非正弦交流电路——其中电源的电压、电流随时间按非正弦作周期性变化。

2. 将实际电路尺寸及元件尺寸与工作电磁波波长相比分

- 1) 集中(总)参数电路 实际电路尺寸及其元件尺寸 l 远比工作电磁波波长 λ 为小,即

$$\lambda = \frac{c}{f} \gg l$$

式中 $c = 3 \times 10^8$ ——为光速, m/s;

f ——工作电磁波频率, Hz。

2) 分布参数电路 实际电路尺寸及其元件尺寸与工作电磁波波长相比不可忽略, 如传输线、天线等。

3. 按电路的输入 $x(t)$ 与输出 $y(t)$ 的线性关系分

1) 线性电路 这类电路满足叠加定理。它既满足齐(次)性又满足加法(可加)性。即电路对任意输入信号 $x_1(t)$ 及 $x_2(t)$ 和任意常数 α_1 及 α_2 , 当 $y_1(t) = H[x_1(t)]$, $y_2(t) = H[x_2(t)]$ 时, 若 $y(t) = H[\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)]$, 则有 $y(t) = \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$ 其中 H 为线性算子。

2) 非线性电路 凡不属于线性电路的即为非线性电路。

4. 按电路的输入 $x(t)$ 与输出 $y(t)$ 间的时间特性分

1) 时不变电路 它具有以下特性: 设电路的输入为 $x(t)$ 时, 其输出为 $y(t)$, 当输入为 $x(t - \tau)$ 时, 其输出为 $y(t - \tau)$ 。

2) 时变电路 一个电路不为时不变电路则为时变电路。

5. 根据电路是否具有记忆特性分

1) 无记忆电路 在这种电路中, 其 t 时刻的响应仅仅依赖于 t 时刻的激励, 而不依赖于过去或将来的激励值。如纯电阻电路就是一个典型的例子, 这种电路又称为瞬时电路。

2) 记忆电路 在这种电路中, 其 t 时刻的响应不仅仅依赖于 t 时刻的激励还与过去的激励有关, 含有储能元件的电路几乎都具有这种特性。这种电路又称为动态电路。

本书主要讨论对象是集中参数、线性、时不变交直流瞬时电路及动态电路。

三、电路理论的任务

“电路理论”也常称为“网络理论”, 其任务或其研究的对象可分为以下两个方面。

1. 电路分析

当已知电路结构、元件参数及外加激励(输入)时, 寻求电路的响应(输出), 这一过程称为电路分析。

2. 电路综合

其任务是在给定系统传输特性的情况下, 找出其物理上可实现的数学传输函数, 并据此设计出电路结构及元件参数。所以电路综合又称为电路设计。

本书的任务是前者即电路分析。

第二节 参考方向(正方向)

电路中某一元件或某一段电路上电流和电压的参考方向(或正方向), 是我们根据电路的基本定律列写电路方程的基本依据之一。

一、电流和电压的实际方向

1. 电流的实际方向

习惯上规定在某一元件或一段电路上正电荷移动的方向即为电流的实际方向, 它与负电荷移动的方向相反。

2. 电压的实际方向

在某一元件或一段电路上, 规定由高电位指向低电位的方向为电压的实际方向。

二、电流和电压的参考方向

当电路中某一元件或一段电路上，电流和电压的实际方向不知道，或难以确定时，如变化的正弦交流电。为了分析讨论问题方便，常在某一元件或一段电路上任意假定一个电流或电压的方向，该任意假定的方向，即为电流或电压的参考方向（正方向），如图1-2所示。

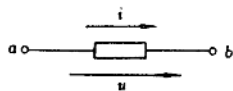


图 1-2 电流、电压的参考方向

电流或电压的参考方向也可以用双下标表示，如图1-2中电流的参考方向也可以用 i_{ab} 表示，电压的参考方向用 u_{ab} 表示。当它们经过计算结果为正时，表明参考方向与实际方向一致，计算结果为负时，表明参考方向与实际方向相反。由此可知，某一元件或一段电路上的电流或电压为一代数数量。

三、电流和电压的关联参考方向

在同一电路元件或一段电路上，电流的参考方向和电压的参考方向二者是独立的，它们可以任意假定，不必将二者的参考方向选成一致。但是为了分析讨论问题方便，常将它们选成一致，即电流由高电位流入低电位流出，如图1-2所示，把它称为电流、电压的关联参考方向。这样只要假定了其中之一也就同时假定了另一个。本书今后均采用电流和电压的关联参考方向。

最后应当强调指出，在某一元件或一段电路上电流、电压的参考方向一旦假定，便不能再任意更动，直到问题分析计算终了为止。

第三节 理想二端电路元件

本节将分别讨论今后电路中常用的理想线性时不变电阻元件、电感元件和电容元件，它们都是无源元件。并介绍两种理想的独立电源元件——电压源和电流源。由于它们仅有两个端钮与电路其它部分相连，故又称为理想二端电路元件。

一、线性时不变电阻元件

线性时不变电阻元件的电路图符号如图1-2所示，忽略实际电阻元件上电感和电容的作用，并标以电阻 R 。通过电阻的电流与端电压之间满足欧姆定律。当电流、电压选取关联参考方向时，有

$$u = Ri \text{ 或 } i = Gu \quad (1-1)$$

式中， u 的单位为 V， i 的单位为 A， R 的单位为 Ω ， G 的单位为 S。

式 (1-1) 为表明 R 上 u 与 i 关系的方程，又称为线性时不变电阻元件的特性方程。该式还表明，线性时不变电阻元件的伏安特性是在 $u-i$ 平面上通过坐标原点，且其斜率为不随时间变化固定为 R 的一条直线，如图1-3所示。它为一个双向元件。

应当指出，电阻“ R ”既代表线性时不变电阻元件，又代表该类元件的参数。

当 R 的斜率随时间 t 变化时，则为线性时变电阻元件，如图1-4所示。

在数字通讯系统中，常遇到在规定时间内断开和闭合的周期性操作的开关。它可以用一个理想开关和两个理想电阻器来模拟，如图1-5所示。通常电阻值 R_1 非常小， R_2 非常大。当开关由断开到闭合时，其电阻值可由 $R_1 + R_2$ 转换到 R_1 ，所以一个开关可以看作一个线性时变电阻器。

当电阻元件的伏安特性不为通过坐标原点的直线，则为非线性电阻元件。又若非线性

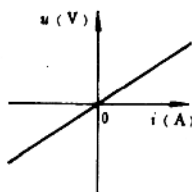


图 1-3 线性电阻元件的伏安特性

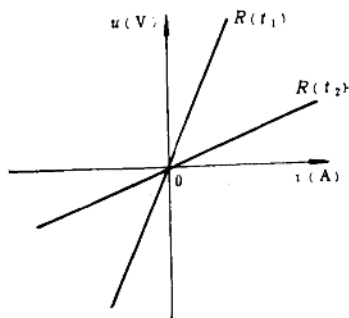


图 1-4 线性时变电阻元件的伏安特性

电阻元件的伏安特性随时间 t 而变化, 则为非线性时变电阻元件。

本书主要讨论线性时不变电阻元件。非线性电阻元件将在第十章中讨论。

二、线性时不变电感元件

是一个理想的空心线圈, 如图1-6所示, 这里所谓理想是指忽略线圈电阻及线圈匝间电容的作用。

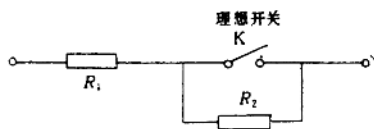


图 1-5 实际开关的模型

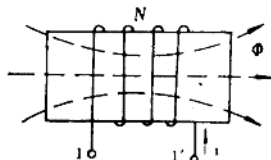


图 1-6 线性电感线圈

1. 线性时不变电感元件的韦安特性

设线圈的匝数为 N , 当其中通以电流 i 时, 产生自感磁通 Φ (Wb) 以及自感磁通链,

$$\Psi = N\Phi = Li, \text{ Wb} \quad (1-2)$$

Φ 及 Ψ 的方向与 i 的方向间符合右手螺旋法则。由上式可知

$$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{N\Phi}{i}, \text{ H} \quad (1-3)$$

上式表明 L 为线圈中单位电流所产生的磁链数, 它是一个不随时间 t 变化的常量, 为线性时不变电感元件的特性参数, 称为线性时不变电感元件的自感系数, 简称为自感。 L 仅与线圈匝数、线圈的尺寸及其周围的磁媒质有关, 与线圈中电流大小无关。由式(1-2)、(1-3)知, 线性时不变电感元件的韦安特性, 是在 Ψ - i 平面上通过坐标原点, 且斜率不随时间变化 (固定为 L) 的一条直线, 如图1-7所示。

2. 线性时不变电感元件的特性方程

线性时不变电感元件 L 在电路中的符号如图1-8所示, L 同时表示该元件的参数。

在电流、电压取关联参考方向的情况下, 有

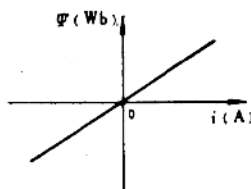


图 1-7 线性电感的韦安特性

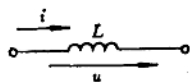


图 1-8 线性电感元件

$$u = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d(N\phi)}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (1-4)$$

式 (1-4) 为描述 L 上 u 与 i 关系的方程, 亦即线性时不变电感元件的特性方程。它表明电感支路的电压等于自感系数与电流对时间变化率的乘积。 u 又常称为自感电压, 而 L 则表示电感元件产生自感电压的能力。很明显, 在直流情况下, $\frac{di}{dt} = 0$, 故 $u = 0$, 电感 L 相当于短路。

3. 线性时不变电感元件的记忆特性

由式 (1-4) 知, 其反函数为

$$\Psi(t) = \Psi(0) + \int_0^t u(\xi) d\xi \quad (1-5)$$

或

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u(\xi) d\xi \quad (1-6)$$

由式 (1-5)、(1-6) 知, t 时刻的 Ψ 及 i 之值与 t 时刻以前的激励以及它们的初值有关, 称为线性时不变电感元件的记忆特性。

三、线性时不变电容元件

它是在两个电极之间填以绝缘材料 (如空气、橡胶、云母、绝缘油等) 构成的理想电容器, 忽略极板间漏电流及引线电感的作用, 如图 1-9 所示, 它用于储存电荷。

1. 线性时不变电容元件的库伏特性

在图 1-9 中, 当 u 、 i 取关联参考方向时, 有

$$q = Cu \quad (1-7)$$

式中, q 为极板上的充电电荷, 单位为库 (C)。

$$C = \frac{q}{u}, \text{ F} \quad (1-8)$$

上式中 C 表示极板间单位电压所能产生的电荷量。它是一个不随时间 t 变化的常量, 为线性时不变电容元件的特性参数, 表示电容元件储存电荷的能力, 称为线性时不变电容元件的电容量, 简称为电容。 C 仅与极板尺寸、极板间的距离以及极板间绝缘材料的性质有关, 与外加电压大小无关。应当指出, 在架空线之间、架空线与地之间、线圈的匝间以及晶体管的极间均存在着电容效应。

由式 (1-7)、(1-8) 知, 线性时不变电容元件的库伏特性, 是在 q - u 平面上通过坐标原点, 且其斜率不随时间 t 变化 (固定为 C) 的一条直线, 如图 1-10 所示。

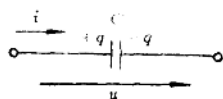


图 1-9 线性电容器

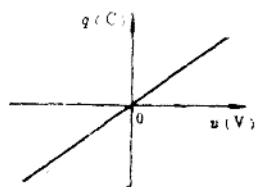


图 1-10 线性电容的库伏特性

2. 线性时不变电容元件的特性方程

线性时不变电容元件 C 在电路图中的符号如图1-9所示, C 同时表示该元件的参数。

当 u 、 i 取关联参考方向时, 且考虑到式 (1-7), 有

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad (1-9)$$

式 (1-9) 为描述 C 上 u 与 i 关系的方程, 亦即线性时不变电容元件的特性方程。它表明

电容支路的电流等于电容与电压对时间变化率的乘积。显然, 在直流情况下, $\frac{du}{dt} = 0$, 故 $i = 0$ 。这时电容相当于开路, 所以电容有隔 (离) 直 (流) 的作用。

3. 线性时不变电容元件的记忆特性

由式 (1-9) 知, 其反函数为

$$q(t) = q(0) + \int_0^t i(\xi) d\xi \quad (1-10)$$

或

$$u(t) = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi \quad (1-11)$$

由式 (1-10)、(1-11) 知, t 时刻的 q 及 u 值与 t 时刻以前的激励以及它们的初值有关, 称为线性时不变电容元件的记忆特性。

为了方便起见, 对于以上三种线性时不变电路元件, 常省略掉 “时不变” 三字, 简称为线性电阻元件、线性电感元件及线性电容元件。

四、独立电压源

独立电压源是指一个内阻为零或内阻可忽略的理想电压源。其电路图中的符号如图 1-11a 所示。

其特点为, 它能保持 a 、 b 两端间的电压为 u_s , 与流过它的电流大小及方向无关。流过它的电流大小及方向由外电路决定。当 u_s 为恒定不变时, 图1-11a也可用图1-11b表示。



图 1-11 电压源

电压源的伏安特性如图1-12所示,为一条与横轴平行的直线。

若电压源的电压 u_s 为时间 t 的正弦函数,则在图1-12中与横轴平行的直线将会上下平行移动。当该直线与横轴重合时,表明该元件两端的电压为零,而电流为任意值,这时的电压源相当于短路。

理想的电压源很难得到,今后将常用一个理想的电压源与电阻元件串联来表示实际的电压源。

五、独立电流源

独立电流源是指一个并联电阻为无穷或接近无穷的理想电流源。其电路图中的符号如图1-13a所示。

其特点是,它能保持通过 a 、 b 两端的电流为 i_s ,而与 a 、 b 两端的电压大小及方向无关。 a 、 b 两端的电压大小及方向将由外电路决定。

电流源的伏安特性如图1-13b所示,为一条与纵轴平行的直线。

若电流源电流 i_s 为时间 t 的正弦函数,则在图1-13b中与纵轴平行的直线将会左右平行移动。当该直线与纵轴重合时,表明通过该元件的电流为零,元件两端的电压为任意值,这时的电流源相当于开路。

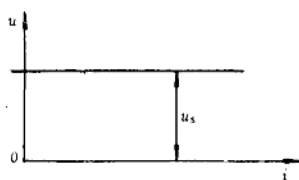


图 1-12 电压源的伏安特性

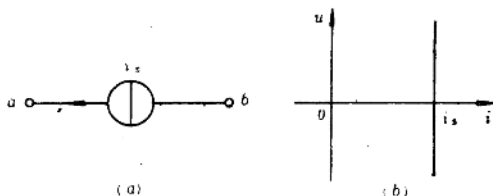


图 1-13 电流源及其伏安特性

理想电流源是很难得到的,今后常用一个理想的电流源与电阻的并联来表示实际的电流源。光电池就是实际电流源的一个实例。这种电池在光照的情况下,由光激发产生的电流部分在内阻上流动,其余部分作为输出。

第四节 基尔霍夫定律

基尔霍夫定律又分为基尔霍夫电流定律 (KCL)* 及基尔霍夫电压定律 (KVL)**。前者适用于电路的节点处,后者适用于电路中的回路。它们是分析计算集中参数电路的两条基本电路定律。

在集中参数电路中,常将一个电路元件定义成一条支路。而将两条或两条以上支路联接的点定义成节点。将沿不同支路构成的闭合路径称为回路,除起始节点和终止节点以外,该闭合路径所经过的节点应均为一次。

一、基尔霍夫电流定律 (KCL)

基尔霍夫电流定律指出:“在集中参数电路中,在任意时刻 t ,流入某节点电流之和等于由该节点流出电流之和”。

* KCL为“Kirchhoff's Current Law”的缩写,常用来代表基尔霍夫电流定律。

** KVL为“Kirchhoff's Voltage Law”的缩写,常用来代表基尔霍夫电压定律。

应用该定律前,应先假定各支路电流的参考方向。如图1-14所示为电路中的一个节点 N ,各支路上电流的参考方向如图示。

对节点 N ,应用KCL有

$$i_1 + i_3 = i_2 + i_4 \quad (1-12)$$

上式也可写成

$$i_2 + i_4 - i_1 - i_3 = 0$$

或写成一般形式

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0 \quad (1-13)$$

就图1-14而言,式(1-13)中的 $n=4$ 。式(1-13)为KCL的另一种形式,它表明,在集中参数电路中,任意时刻 t ,任意节点处电流的代数和等于零。其中假定从该节点流出的电流取正号,流入该节点的电流取负号,也可以作相反的假设。

例1-1 如图1-14所示,已知 $i_1 = -3\text{A}$, $i_2 = 1\text{A}$, $i_3 = 7\text{A}$,求 i_4 。

解 应用式(1-13)并根据其假设有

$$1 + i_4 + 3 - 7 = 0$$

解得 $i_4 = 3\text{A}$,它表明 i_4 是由节点 N 流出,大小为 3A 。

KCL也可推广应用到电路中一个假设的闭合面 S 上,该 S 面又称为广义节点,如图1-15所示。

由图知,对广义节点即由虚线表示的闭合面 S ,应用KCL有

$$-i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

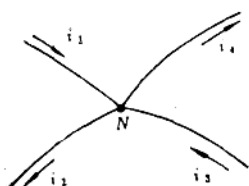


图 1-14 节点

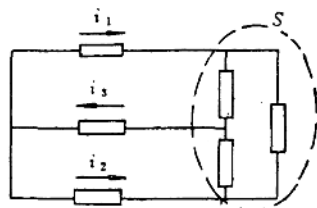


图 1-15 广义节点

上式关系的成立,不难应用KCL于 S 面内的各节点处得到证明。

基尔霍夫电流定律(KCL)表明,在集中参数电路中,任意时刻 t ,在任一节点或广义节点处满足电流连续性原理,即流入该节点的电荷总量等于流出该节点的电荷总量。在节点处电荷不会形成、消失或积累,这一特性与各支路元件的性质无关。

二、基尔霍夫电压定律(KVL)

基尔霍夫电压定律指出:“在集中参数电路中,在任意时刻 t ,沿任意回路,各支路电压的代数和等于零”。即

$$\sum_{k=1}^n u_k = 0 \quad (1-14)$$

应用该式前,应先假定各支路电压的参考方向,并选定回路方向,其中与回路方向一致的支路电压取正号,相反的取负号。

例1-2 如图1-16所示的电路，各支路电压的参考方向以及各回路方向如图示，试根据KVL写出回路2的电压方程。

解 对回路2应用KVL有

$$-u_3 + u_4 + u_6 = 0 \quad (1-15)$$

该式表明，在任意时刻 t ，沿任意回路电位降低的数值等于电位升高的数值，它是节点电位单值性原理的体现，而与各支路元件的性质无关。

KVL还证明了电路中任意两节点间的电压是单值的，它与所选路径无关。例如在节点2、4之间，由节点2经节点3到节点4的压降与由节点2直接到节点4的压降应是相同的。这一结论可由式(1-15)得到证明，即有

$$u_3 = u_4 + u_6$$

再者，KVL也适用于开口电路。例如在图1-16中，若将支路6的电路元件移去，则在节点1、3间形成开口电路。开口处的电压及其参考方向仍设如图所示，沿回路3应用KVL可求得

$$u_6 = u_2 + u_4$$

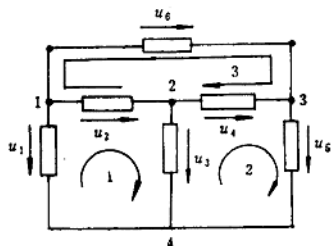


图 1-16 支路和回路

第五节 电功率和电能

一、电功率

电功率定义为电路中某一元件或一段电路上电能量对时间的变化率，或者为单位时间内的电能量，可用下式表示：

$$p(t) = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = u(t)i(t), \text{ W} \quad (1-16)$$

其单位也可根据需要，采用 $\text{kW} = 10^3 \text{W}$ ， $\text{MW} = 10^6 \text{W}$ 或 $\text{mW} = 10^{-3} \text{W}$ 等单位表示。

式(1-16)中的 u 、 i 为元件两端的电压及通过元件的电流。当它们取关联参考方向时： $p > 0$ 代表元件吸收能量，为电场力做功； $p < 0$ 表示元件发出能量，为外力做功。当它们的参考方向相反时： $p > 0$ 表示元件发出能量，为外力做功； $p < 0$ 代表元件吸收能量，为电场力做功。由此可知，电功率是一个代数量。

二、电能量

定义电路中某一元件或一段电路上在 $t_0 \sim t$ 时间内的电能量等于 $t_0 \sim t$ 时间内 p 对时间的积分，即

$$W = \int_{t_0}^t p(\xi) d\xi = \int_{t_0}^t u(\xi) i(\xi) d\xi, \text{ J} \quad (1-17)$$

人们常说的1度电 $= 1 \text{kW} \cdot \text{h}$ ，它也是电能的单位。由式(1-17)可知，其被积函数 $p(\xi)$ 可用式(1-16)代入，而 $p(\xi)$ 是一个代数量，这导致电能量 W 也是一个代数量。

三、线性时不变无源元件上的电功率和电能量

1. R 上的电功率和电能量

如图1-2所示，当 R 上的 u 、 i 取关联参考方向时， R 上的电功率由式(1-16)有

$$p = ui = Ri^2 = Gu^2 \quad (1-18)$$

由上式可知, 当 R 和 G 为正实常数, 且 u 、 i 均不为零时, 则有 $p > 0$, 这说明 R 吸收电功率, 并转换成其它形式的能量, 如热能和光能, 且这一过程是不可逆的。

R 在 $t_0 - t$ 一段时间内所消耗的电功率可由式(1-17)算得, 即

$$W_R = \int_{t_0}^t p(\xi) d\xi = \int_{t_0}^t u(\xi) i(\xi) d\xi = R \int_{t_0}^t i^2(\xi) d\xi \quad (1-19)$$

上式表明, 当 $R > 0$ 及 $i \neq 0$ 时, 有 $W_R > 0$ 。这同样表明 R 为耗能元件。

2. L 上的电功率及电能

如图1-8所示, 当 L 上的 u 、 i 取关联参考方向时, L 上的电功率由式(1-16)有

$$p = \frac{dW_L}{dt} = ui, \quad W \quad (1-20)$$

当 $p > 0$ 时, 表明 W_L 增大, 磁场从电源吸收能量; $p < 0$ 时, 表明 W_L 减小, 磁场向电源放出能量; $p = 0$ 时, 表明磁场能量 W_L 不变, 为一常量。

在 $t_0 - t$ 一段时间内, L 上的电能由式(1-17)有

$$\begin{aligned} W_L &= \int_{t_0}^t p(\xi) d\xi = \int_{t_0}^t u(\xi) i(\xi) d\xi = \int_{t_0}^t L \frac{di(\xi)}{d\xi} i(\xi) d\xi \\ &= L \int_{i(t_0)}^{i(t)} i(\xi) di(\xi) = \frac{1}{2} Li^2(t) - \frac{1}{2} Li^2(t_0) \\ &= W_L(t) - W_L(t_0), \quad J \end{aligned} \quad (1-21)$$

式中 $W_L(t)$ ——为 t 时刻磁场储能;

$W_L(t_0)$ ——为 t_0 时刻磁场储能。

由上式知, 当 $W_L > 0$ 时, 表明磁场吸收能量。当 $W_L < 0$ 时, 表明磁场放出能量。

3. C 上的电功率及电能

如图1-9所示, 当 C 上的 u 、 i 取关联参考方向时, C 上的电功率由式(1-16)有

$$p = \frac{dW_C}{dt} = ui, \quad W \quad (1-22)$$

当 $p > 0$ 时, 表明 W_C 增大, C 充电, 电场从电源吸收能量; $p < 0$ 时, 表明 W_C 减小, C 放电, 电场向电源放出能量; $p = 0$ 时, 表明电场能量不变为一常量。

从 $t_0 - t$ 一段时间内, C 上的电能由式(1-17)有

$$\begin{aligned} W_C &= \int_{t_0}^t u(\xi) i(\xi) d\xi = \int_{t_0}^t u(\xi) C \frac{du(\xi)}{d\xi} d\xi = C \int_{u(t_0)}^{u(t)} u(\xi) du(\xi) \\ &= \frac{1}{2} Cu^2(t) - \frac{1}{2} Cu^2(t_0) = W_C(t) - W_C(t_0), \quad J \end{aligned} \quad (1-23)$$

式中 $W_C(t)$ ——为 t 时刻电场储能;

$W_C(t_0)$ ——为 t_0 时刻电场储能。

由上式知, 当 $W_C > 0$ 时, 表明 C 充电, 电场储能。当 $W_C < 0$ 时, 表明 C 放电, 电场放出能量。