王鸿樟　编著

声学及医学超声应用

——生物医学声学

上海交通大学出版社

声学及医学超声应用

——生物医学声学

王鸿樟　编著

上海交通大学出版社

（沪）新登字205号

内 容 简 介

生物医学声学又名声学及医学超声应用.

本书对声学基础和与生物医学相结合而发展的生物医学声学进行了系统的论述. 全书分十二章，主要内容为振动基础，多自由度系统、弦、棒、膜、板的振动，声场、反射、折射、透射、波导中声传播，波的发射、散射、衍射、接收、吸收和消声，管、腔和室中声场，非线性声，声在人体中生物效应和超声诊断与治疗的原理与应用等. 除符合一般声学、水声、电声、超声等分支对声学基础的要求外，特别结合阐述生物医学声学（医学超声，超声电子，超声图像，组织特征化等）这一新兴边缘学科的发展和应用.

本书适用作声学、水声工程和电声工程，生物医学工程和医学超声及工程等专业的教材，也可供研究生、大、中学教师、科技人员以及医护进修人员参考.

声学及医学超声应

——生物医学声学

出 版：上海交通大学出版社
（淮海中路1984弄19号）
发 行：新华书店上海发行所
印 刷：常熟市文化印刷厂
开 本：787×1092（毫米） 1/16
印 张：17.5 插页 1页
字 数：431000
版 次：1991年4月 第一版
印 次：1991年10月 第一次
印 数：1— 1320
科 目：255—610
ISBN 7-313-00726-4/O·42
定 价：4.90元

前　　言

本书是为适应声学及其分支和生物医学超声及生物医学工程的教学和科研的需要而写的。本书深浅结合，深度适宜，一般具有大学初步数理和电工基础的读者都能读懂。凡标题右上角注有符号⊗者，初学时可以略去。在写作过程中，得到上海交通大学精密仪器系、生物医学工程与仪器专业的支持，成明和、杨一鸿、商勇志、丁缨、刘美仪等同志参与了某些内容的整理。还得到了上海医疗电子仪器厂卜书中高级工程师，中国科学院东海站丁东副研究员，上海交通大学振动、冲击、噪声研究所汪鸿振副教授，同济大学声学研究所魏墨盦教授和上海交通大学精密仪器系徐俊荣教授及孙福成讲师等的支持；此外还得到国家自然科学基金的部分支持。在此谨致衷心谢意。

作者：王鸿樟　教授

一九八八年十二月

绪　　论

近代(大约自第二次世界大战以来)先进的工程技术与生物医学的结合和发展，逐渐形成了一个科学技术分支，称为生物医学工程。在某种意义上说，20世纪是生物学大发展的世纪。生命现象的奥秘，有待于人类去认真探索。医学应用则关系到人们的健康与人类的发展。为生物学、医学的研究与应用提供诸多的仪器手段是生物医学工程的一项重要任务。这类仪器的创新、设计、研制与使用所涉及的科学技术学科较多。以生物医学超声仪器为例，由于它在医学诊断与治疗上的独特的优点，已经获得较大程度的推广应用，并且向多样化和高一级水平快速发展。从事这门科学，除了要有电学与电子学的基础知识外，还特别需要声学、超声学的知识，后者是生物医学超声仪器的理论与实际应用的前提。否则，就难以理解该类仪器的作用，更难以进行研究与开拓。

就声学而言，它原是一门老科学[1]。由于它与新发展的电学、电子学和光学结合，而得到了很快的发展，与新兴学科一样，充满着活力。在近代新兴电子技术信息高度发展的社会生活中，声音信号是信息传递的必不可少的工具之一。优美动听的音乐向来为文明社会所不可缺少之外，在水下声波是唯一能够远传的信息媒介；在人体中，也确有其独具特色的重要应用。近代计算技术的飞速发展，也为加快声学的开发性研究，提供了新的广阔的前景。声学中的许多历史性难题，将可望借助电子计算机得以圆满解决。声音信息的分析与处理也可借助电子计算机而获得飞跃进展。声学仪器因微计算机的采用而别开生面。由于微处理机的广泛采用，医用超声仪器已进入新的飞速发展时期。

新的医用超声仪器的发展，在很大程度上取决于对人体中声信息传递规律的了解。在对人体中声信息传播规律研究的基础上，提供了新仪器设计的原理、方法和方案。例如，已发展的A型扫描仪、B型超声断面显像仪、多普勒(Doppler)超声测流速仪等等，都是如此。至于正在发展中的计算机辅助超声断层图像重建术即超声CT (Computed Tomography)更离不开对人体中声音信息传递规律和有关声学参数的了解。

医用超声仪器中的核心部件是超声换能器和换能器系统。它自身的振动规律，发送接收声音信号的规律，辐射声场的分布等等都属于声学范围。医用仪器也可直接采用诸如声表面波器件、超声延迟线、机械滤波器等。实际上，声、光、电和电子早已交融，形如一体，无法分开，在现在新的发展阶段，更是如此。无疑，在发展生物医用超声学的同时，必然会使最新计算技术和计算机技术与声学技术有机结合起来，而计算声学的发展，必将使声学进一步造福于人民。

声学是研究气体、液体、固体介质中振动的产生、发送、传播、接收与对声信号处理的科学。它所涉及的包括有16 Hz(赫=周/秒)以下的次声，16 Hz～20 kHz(千赫)的可听声和20 kHz以上的超声和特超声，一般500 MHz(兆赫)以上属特超声；最低频率达几十秒分之一周，最高频率可达10^{12} Hz以上。

我国是声学发展最早的国家之一。相传黄帝时有宫、商、角、征、羽五声音阶。《墨子》中记载了谐振现象和共鸣器；《管子》中有“三分损益法”，并得到了十二律。南北朝时王充《论

衡》中把声与水波浪相比，对声音的波动性质提出了明确的概念。我国宋代科学家沈括在其《梦溪笔谈》中，提出了弦乐器谐振现象、板乐器振动面、振幅与响度之间关系等论点。500年前北京建造的天坛回音壁、三音石和圜丘这样杰出的声学结构和最新出土的我国古代编钟，就是我国声学发展史的实物见证。

古代希腊、印度和阿拉伯都对乐律和乐器有一定见解。欧洲文艺复兴时期，科学开始由停滞转向较快发展。声学的发展与数学、力学和物性学的发展有紧密的联系。在克服了 Aristotle（亚里斯多德）形而上学思想束缚后，声学无论在理论与实验方面都取得了长足的进步。Newton（牛顿）和 Laplace（拉普拉斯）关于声波方程和空气中声速的计算，Gassendi（葛生弟）关于空气中声速的测量，Kundt（孔特）关于管中声波的传播，Poisson（泊松）、Helmholtz（赫姆霍兹）关于空间波场解的完整形式，Kirchhoff（克希荷夫）关于板的振动和波的衍射等工作以及其他许多学者的工作，使古典声学愈益成熟。19世纪末，Rayleigh（瑞利）的声学工作具有代表性，他的128篇论文和《声学理论》（The Theory of Sound）一书[2]，可谓集古典声学之大成。古典声学的某些概念和方法，对光的电磁学说和量子学说的建立和发展都曾起过重要作用。古典声学走向高峰后，曾一度出现了停滞。至第一次世界大战，随着电子学无线电的兴起，声学又变成年轻的学科。它在与许多相邻学科的边缘上生长出了不少新的分支学科，诸如电声学、水声学、噪声学、建筑声学，物理声学，超声学，医学超声和生物声学等等。这些学科在促进国防和经济发展以及提高人民生活方面，都曾显示过伟大的功效并正在发挥着巨大的作用。

例如，近代高音质喇叭和微音器，录音和放音系统，高音质厅堂的设计，为人们提供了生活中需要的弦律优美、有益身心的音乐环境。而对各种有害噪声采取各种治理防范措施，克服噪声污染，可以在相当程度上提高人们的工作效率，并可起到益寿延年的作用。

再如，声波是水下唯一能有效传输的信号形式。第二次世界大战中，德国潜艇曾击毁了协约国几乎三分之一的船只。声呐等水下收发声波仪器装置的研制成功，基本上扭转了这种局面。装上这类设备的船只，一般可有效地预防触礁、搁浅等不幸事故。

对人体内的探查，虽有X线这一众所周知的透视方法，但是总的说来，它对人体是有损伤的。例如，孕妇和发育中的胎儿就不能用X线照射。然而，超声在适当控制剂量下，可以做到对人体无损伤地成像观测。超声诊断方面的仪器和方法，在不断改进和增加，已广泛应用于眼、脑、心血管、肾、肝、脾、胆囊和子宫等多种部位上许多疾患的诊查，弥补了X线和同位素诊断的不足，成为现代诊查人体的重要方法之一。

又如，大约在50年前就已经有人建议对癌肿采用热疗方法，但水浴加热和微波加热都不及超声对人体局部组织加热优越，近些年来亦已证实超声加热结合放射性治疗和药物治疗，可以显著提高对肿瘤的疗效。此外，超声疗法还可以粉碎胆、肾结石，并对人体有较好的镇痛作用。有不少疾病，诸如脑血栓、肌肉风湿痛，腰肌劳损，面神经麻痹等等，可以采用超声疗法。

总之，在近代声学发展中，生物医用声学是一门比较活跃的学科。为研究和发展这一学科，进行开发性的工作，需要有良好的声学基础和技术应用的训练与素养。本书在为这方面作出努力的同时，还兼顾到其他声学分支的需要。

声学有以下一些基本原理：

(1) 声波是振动状态的传播；有限尺寸弹性体的振动是形成驻波的表现。

(2) 线性声学中存在有波的叠加原理、互易原理和散射原理。

(3) 线性声波与电磁波具有标量场方面的相似性，即振动方面的机电类比和波动方面的声电(电声)类比。

(4) 各能量转换过程(非线性声中能量自低频分量向高频分量转化，电声或声电能量转换，振源与波场间能量交换等)中服从能量守恒定律，并且最终趋向于均匀能量分布和转化成热能。

声学和声学各分支学科中贯串这些原理。它们体现在各种具体应用中，成为灵魂和支柱。它们也贯串在本书的叙述与讨论中。在本书的叙述和讨论中我们适当强调了它在生物医学工程与仪器方面的应用，并试图从声学与生物医学结合方面来阐明某些重要问题和某些最新发展。所以，本书在一般声学基础上增加了结合生物医学应用的一些内容，为发展生物医学声学(简称医声学)作出努力。

参 考 文 献

[1] E. Skudrzyk, *Die Grundlagen der Akustik*, Springer-Verlag, Wien, 1954

[2] Lord Rayleigh, *Theory of Sound*, Dover Publications, New York, 1945, (First Edition printed 1877), with a paper by R. B. Lindsay: *Historical Introduction.*

目　　录

第一章　振动基础

人们从日常生活经验可知，在我们周围世界里充满了声音现象。优美动听的音乐，激动人心的话语，令人厌烦的噪音，震耳欲聋的轰鸣等等，都是声音。稍加仔细观察就会发现，声音必定是与振动相联系的。没有乐器，没有人们喉部声带和口腔的适当的振动，便不会有乐音、歌声和言语。如果没有可压缩的空气做媒质，声音也不能传到人的耳朵里。耳朵作为空气中声音的接收器官，它是依靠鼓膜等的适当振动，刺激神经系统，引起人们有声音的感觉。所以，要了解声音现象，必须知道振动的规律。在某种意义上说，对声音现象的全部研究可以归结为对振动的研究。振动是声学的基础之一。声音是一种波动，即声波，它显然不能被认为只是机械振动，因为声波是媒质中质点振动状态的传播过程，人体中的声音自然也不例外。这是声学的一个基本原理，不管是可听声或人耳听不到的声音都遵循这一原理。

声音通过连续媒质的振动而得以传播。空气、水、固体、人体等等都是连续媒质。与声音现象有关的媒质特性主要是弹性、惯性和阻尼。要了解连续媒质的振动，必须知道质点振动系统的规律。质点振动系统又称为集中参数系统。作为连续媒质的弹性体，则称为分布参数系统。一个物体往往同时具有弹性和惯性。弹簧是固体材料制成的，应当既具有质量，又具有弹性，但其弹性是主要的，因而称为弹簧而不叫质量块。这种在具体问题中依据情况而突出其主要性能，暂时忽略其他，乃是一种合理的抽象，它给研究问题带来简化和方便。只有质量的元件和只有弹性的元件（当阻尼不能忽略时，还应当有阻尼元件）组合成的振动系统，称为集中参数系统。分布参数系统则是一种系统，其中任何一个部分都同时具有弹性与惯性，在热损耗不能忽略时还同时具有阻尼，就是说，它是系统的质量、弹性和阻尼在空间上表现为连续分布的系统。本章侧重讨论集中参数振动系统的简单振子的振动。

§1　自由振动

1.1.1　简单振子

如图1.1所示，一个弹性系数为K的弹簧，其一端固定，另一端系着一质量为m的物体。这样就组成一个简单的振动系统，称为简单振子或振子。在静止时，恒定的重力将受到弹簧的一个恒定力分量与之平衡。这个恒定的力分量与重力数值相等，方向相反。设有一外力沿铅垂方向将弹簧拉长，然后突然松开，除重力依旧外，不再加以外力。这时物体沿铅垂方向作往返运动，这就是振动。可见，振动就是物体围绕平衡位置的往返运动。物体离开其平衡位置的距离ξ称为振动位移，它是时间t的函数。

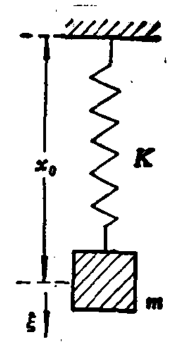


图1.1　简单振子

振子虽然受有重力，但因为已经有一恒定的弹力分量与之相平衡，所以重力对振动并无

影响。初始力将弹簧拉长后就已移去，所以这个系统的振动可以看作是无外力作用下的振动，称之为自由振动。假定在这个系统中没有摩擦或内耗，也就是说没有阻尼，这时的振动又称为无阻尼自由振动。

1.1.2 振动方程

当外力使质量为m的物体离开其平衡位置时，弹簧也随之而拉长或缩短，这使得弹簧有一弹性力F作用于物体。弹性力与外力方向相反，而且也与位移ξ方向相反。弹性力的数值大小则随位移数值的增加而增大。据此，可以作如下的 Taylor(泰勒)级数展开：

$$F=F(\xi)=F_0+\left.\frac{\partial F}{\partial \xi}\right|_{\xi=0}\xi+\frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2}\right|_{\xi=0}\xi^2+\cdots,$$

其中F_0是恒力分量，它是由恒定的重力所引起的，并与之相平衡。设振动位移ξ足够小，故式中右边第三项及以后各项比之第二项小很多，皆可忽略。这样，就得到Hooke(虎克)定律的表达式：

$$F-F_0=-K\xi。\tag{1.1}$$

这就是说，在弹性限度内，弹性力的变化与位移的变化成正比；弹性力的方向则与位移的方向相反，以负号表出。弹性系数K的倒数称为力顺，即

$$C_{\mathrm{M}}=1/K。$$

若力的单位取牛顿，即 N，位移的单位取米，即 m，则K的单位为牛顿/米，即 N/m。

对于图 1.1 所示的振子，有力的平衡关系

$$m\frac{\mathrm{d}^2\xi}{\mathrm{d}t^2}+K\xi=0,\tag{1.2}$$

或

$$\frac{\mathrm{d}^2\xi}{\mathrm{d}t^2}+\omega_0^2\xi=0,\tag{1.2a}$$

式中$\omega_0(=2\pi f_0)$，称为固有角频率，f_0是振子的固有频率。显然有：

$$\omega_0=\sqrt{\frac{K}{m}} \quad 或 \quad f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}。\tag{1.3}$$

所以，固有频率只取决于系统的弹性(它以弹性系数K反映)和惯性(它以质量m反映)。K和m都是正的实数。K的单位已如上述，质量的单位取公斤即 kg，则f_0的单位为1/s(1/秒)，即赫(兹)或 Hz。

1.1.3 振动位移、振速、振动加速度

在齐次二阶常微分方程(1.2a)式中，ω_0^2是正的实数。方程式的通解是两个谐和函数的线性相加，即

$$\xi=a_1\cos\omega_0 t+a_2\sin\omega_0 t=b_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}+b_2\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_0 t}\tag{1.4}$$

其中a_1和a_2是二阶微分方程的两个积分常数。此通解还可以写成复数形式

$$\xi=b_1\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}+b_2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_0 t},\tag{1.4a}$$

也可以将(1.4)式稍加变换，写为

$$\xi=A\cos(\omega_0 t-\varphi)。\tag{1.4b}$$

这里A是位移的幅度，φ是初始相位。

二阶微分方程有两个积分常数，需要有两个初始条件方可将解确定。振动位移取时间导数，就是振动速度

$$v=\frac{d\xi}{dt}=-\omega_0 A\sin(\omega_0 t-\varphi)。\tag{1.5}$$

由此表示出振动过程中速度的变化。取初始位移 ξ_0 和初始速度 v_0 作为两个初始条件，即当 $t=0$ 时，$\xi=\xi_0$，$v=v_0$，所以有：

$$a_1=\xi_0,\ a_2\omega_0=v_0。$$

这样，微分方程的解可以用初始条件表示如下：

$$\xi=\xi_0\cos\omega_0 t+\frac{v_0}{\omega_0}\sin\omega_0 t=A\cos(\omega_0 t-\varphi),$$

其中

$$A=\sqrt{\xi_0^2+\left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2},\quad \varphi=\tan^{-1}\left(\frac{v_0}{\omega_0\xi_0}\right)。$$

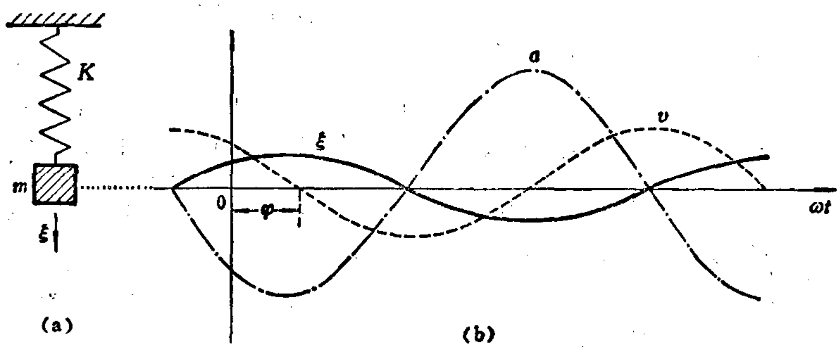


图 1.2　简单振子的振动位移 ξ、振速 v 和振动加速度 a

由(1.5)式还可以进一步求出振动的加速度为：

$$a=\frac{dv}{dt}=-\omega_0^2 A\cos(\omega t-\varphi)。\tag{1.6}$$

可见，振动位移较之振动速度落后90°相位，而加速度则比振速超前90°相位。在幅值上，振动速度是振动位移的 ω_0 倍，而加速度又是振速的 ω_0 倍。这些关系表示于图 1.2(b)中。

1.1.4　振动的能量

振子的振动能量包括动能和位能两部分。当弹簧伸长或缩短到极限位置时，质量块和弹簧此刻暂时出现静止状态，这时振子的总能量全部转化为弹簧的位能。但是当质量块运动到其平衡位置时，此刻弹簧暂时无伸长或缩短，瞬时运动速度是最大值，也即振子的总能量全部转化为动能。介乎这两种状态之间的其他状态皆属振子同时具有动能与位能。对于无阻尼自由振动来说，振子的位能与动能的总和保持为定值。

因质量块的作用，弹簧受到了力，该力正比于位移，等于 $K\xi$；故贮存于弹簧中的位能为

$$E_p=\int_0^\xi K\xi\,d\xi=\frac{1}{2}K\xi^2=\frac{1}{2}K\xi_0^2\cos^2(\omega_0 t-\varphi),$$

而动能则为

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\omega_0^2\xi_0^2\sin^2(\omega_0 t-\varphi)。$$

所以振子的总能量等于

$$E=E_p+E_k=\frac{1}{2}K\xi^2+\frac{1}{2}mv^2, \tag{1.7}$$

或者

$$E=\frac{1}{2}K\cdot\xi_0^2=\frac{1}{2}m\xi_0^2\omega_0^2, \tag{1.7a}$$

式中 ξ_0 是位移的幅度。在米·公斤·秒，即MKS单位制中，能量的单位取焦耳或J。

1.1.5 弹簧质量的影响

前已提及，集中参数对振动的描述是一种近似处理，例如，弹簧被认为只具有弹性而忽略质量。如果弹簧自身的质量不能忽略，那么它将造成多大的影响呢？

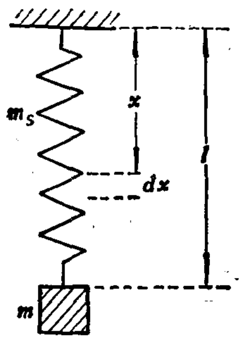


图1.3 质量均匀分布的弹簧

设均匀质量分布的弹簧的长度为 l，质量为 m_s，因此单位长度的弹簧具有的质量为 m_s/l。在离固定端点 x 的距离上，取一段长为 dx 的一部分弹簧，其质量为 $m_s\,dx/l$，此段弹簧的运动速度是 vx/l，其中 v 为弹簧活动的一端上的运动速度。此元段上的动能为 $\frac{1}{2}(m_s\,dx/l)(vx/l)^2$。所以弹簧具有的总动能是

$$E_s=\frac{1}{2}\int_0^l\left(v\frac{x}{l}\right)^2\frac{m_s}{l}\,dx=\frac{1}{6}m_sv^2。 \tag{1.8}$$

因此，如果振子中弹簧自身的质量不予忽略，那么就必须在振子总能量里包含有弹簧的动能，亦即(1.7)式应该改变为

$$E=\frac{1}{2}\left(m+\frac{1}{3}m_s\right)v^2+\frac{1}{2}K\xi^2。$$

这相当于在质量块上附加 $m_s/3$ 的质量。这时振子的固有频率应当是

$$f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m+m_s/3}}。 \tag{1.9}$$

这就是说，考虑弹簧质量后的振子固有频率低于忽略弹簧质量时的固有频率。

§2 等效电路

1.2.1 机电相似性

我们还可以举出许多简单振子的实例。例如，医疗上应用的听诊器探头，扩音器，收音机和电视机里用的喇叭等等，它们的简化模型都可以用简单振子来近似代表。

图1.4(a)所示是作为发射或接收声波用的探头的简化模型；图1.4(b)是常见的电动式扬声器的剖面图。它们都可以看作是简单振子，并且可以画出等效电路图(图1.4(c))。它们的振动可近似以(1.2)式描述。

我们知道，在电路里，一个电容与电感串联后，就形成电振荡系统。假如电容上有初始电荷，串联电路将产生电的振荡。描写这个电振荡过程的微分方程

$$L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{C}=0, \tag{1.10}$$

此式与(1.2)式在形式上是一样的。在机械振子的振动中，物体的质量与电的振荡中自感系数所处的地位相同，即m类比于L；同时，弹簧在机械振动中与电容器在电振荡中所处的地位也相同，所以C_M与C相类比。如果机械振子还有摩擦损耗，那么等效电路中就还有阻尼项，机械阻R_M不等于零。机械阻相似于电路中的电阻。此外，机械振动位移与电荷相当，振速与电流相当，力与电压相当。这些就统称为机电相似性。

从能量观点来说，在电的自由振荡过程中，电容器中的电场能与电感线圈周围的磁场能作周期性的交换。这与在简单机械振子中弹性元件上位能与质量元件上的动能在自由振动中作周期性的交换，是相似的。所以，微分方程形式上的一致，确实反映了某种物理过程的相似，虽然电与机(或声)是并不相同的。

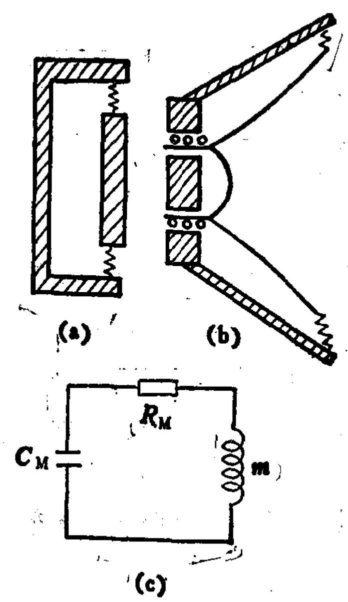


图 1.4 喇叭的简化模型及其等效电路图

(a) 简化模型；(b) 喇叭剖面；(c) 等效电路图

利用这种机电相似性原理，就可以画出图 1.4 (a)、(b)的等效电路，如图 1.4(c) 所示，从而可以将线性网络处理方法移用于小幅度机械振动系统。在电声学里，则将机、声振动通过等效电路与电的网络相结合，形成统一的网络，这样就大大方便了计算与设计。不过，这种相似性的处理，往往只是对线性系统在低频下比较合适；如为高频，则在何种情况下如何运用，必须谨慎从事。

1.2.2 阻抗型等效电路

关于如何正确地画出等效电路，原则上说，主要是正确地分析力的关系或各部件的运动速度。例如，图 1.5(a) 中两个弹簧串联与质量块形成振动系统。依据作用力与反作用力相等、方向相反定律，对于两个质量皆为零的弹簧来说，弹簧端部(A, B, C 三点)的力皆大小相等，但振动位移或速度却不相等，并且若

$$\xi_1=\xi_B-\xi_A,$$
$$\xi_2=\xi_C-\xi_B,$$

其中 ξ_A 设为零，则有

$$\xi_C=\xi_C-\xi_A=\xi_C-\xi_B+\xi_B-\xi_A=\xi_1+\xi_2,$$

或

$$v_C=v_1+v_2。$$

依据这样的力与速度的关系，即可知道，两个串接的弹簧，其等效电路应该是两电容并联，如图 1.5(b)所示。可见弹簧的总弹性系数应该是

$$K=\frac{K_1K_2}{K_1+K_2}。$$

再如图 1.6(a)，有两个弹簧同时与质量块连接。这样，两弹簧的端部具有相同的振动

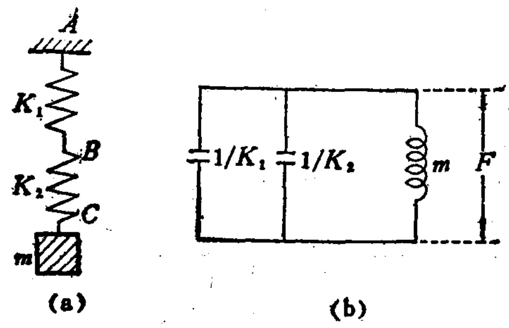


图 1.5　弹簧串联简单振子的等效电路

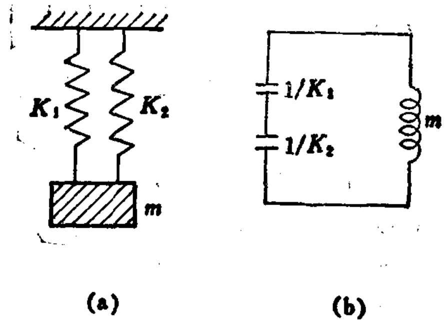


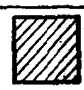
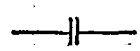
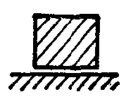
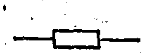
图 1.6　弹簧并联的简单振子的等效电路

位移或振动速度，但两弹簧受力大小却不同，因为 K_1 与 K_2 的值一般不相同。所以，这个振动系统的等效电路必然如图 1.6(b)所示。这就是说，并接于质量块的弹簧，其等效电路应该串联，其总弹性系数应该是

$$K=K_1+K_2。$$

以上所述都是阻抗型等效电路，参量的等效可以归纳如下表所示。

表 1.1　阻抗型机电类比

机械系统		电路	
质量　m		电感　L	
力顺 $C_M=1/K$		电容　C	
机械阻(力阻) R_M		电阻　R	
位移　ξ		电荷　q	
振速　v		电流　I	
力　F		电压 $\mathcal{E}, E, U$	

1.2.3　导纳型等效电路

上面的例子说明了阻抗型等效电路。除此之外，还有另一类名为导纳型等效电路[1]。例如，图 1.7(a)中的振子受到外力 F 的作用，图 1.7(b)是它的阻抗型等效电路，图 1.7(c)则是它的导纳型等效电路。显然，这两类等效电路是可以互换的。互换的原则是：

(1) 串联电路换成并联电路，并联电路换成串联电路；
(2) 质量当作电感换成当作电容，力顺当作电容换成当作电感，电阻换为电导；
(3) 力当作电压改为当作电流，振速当作电流改为当作电压。

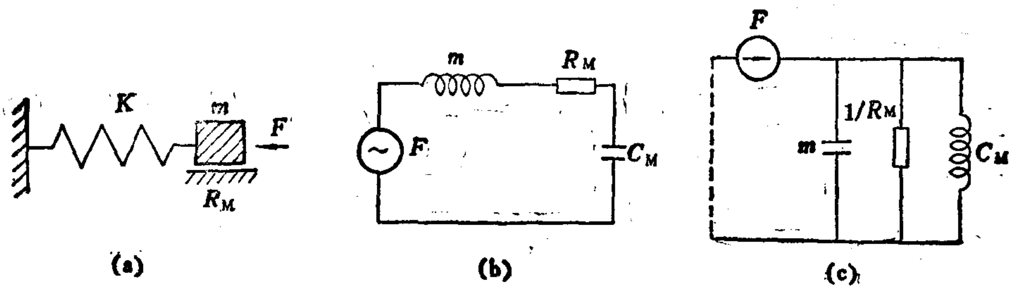


图 1.7 阻抗型与导纳型等效电路互换举例
(a) 振子；(b) 阻抗型等效电路；(c) 导纳型等效电路

§3 衰减振动

1.3.1 衰减振动方程

振子的自由振动如果不受外界影响，它将永远保持下去。但是，实际上，这种情况是不存在的。

在本章第一节的讨论中，假定在振动过程中没有能量损耗，也即忽略了摩擦和内耗，当然也没有考虑声辐射损失。在振子实际振动中，因为确有忽多忽少的损耗，所以振子的振动总能量不能保持恒定，而要逐渐衰减。因此，振子的振动属于衰减振动。如果不把阻尼力算作外力，那么衰减振动也可以看作是有阻尼自由振动。

在一个实际振子的振动过程中，振子要受到阻尼力的作用。大量的事实说明，阻尼力或阻力在速度不太大时，与速度成正比，方向则相反，即

$$F_{\mathrm{R}}=-R_{\mathrm{M}}v。\tag{1.11}$$

R_{M} 代表阻尼的大小，称为机械阻，在 MKS 单位中，它的单位取为 Ns/m。如将此阻尼力加到(1.2)式中去，就得到振子的衰减振动方程

$$m\frac{\mathrm{d}^2\xi}{\mathrm{d}t^2}+R_{\mathrm{M}}\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t}+K\xi=0,\tag{1.12}$$

或者

$$\frac{\mathrm{d}^2\xi}{\mathrm{d}t^2}+2\delta\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2\xi=0,\tag{1.12a}$$

其中，ω_0 已如(1.3)式所示，而衰减系数 δ 则为

$$\delta=\frac{R_{\mathrm{M}}}{2m}。\tag{1.13}$$

(1.12)式与 RLC 串联电路中描述电荷变化规律的方程，都是数学形式一样的微分方程式。微分方程的相同，就提供了机(声)电相似性的基础。因此，可利用电路里的知识而顺利地了解机械振动的衰减。