非线性控制系统引论

汪德澍　黄明瑞　编著

成都电讯工程学院出版社

非线性控制系统引论

汪德澍 黄明瑞 编著

成都电讯工程学院出版社

·1988·

内容简介

本书共分六章，全面系统地介绍了非线性系统与线性系统的有机联系与主要区别；各种典型非线性的特点及其对系统的影响；目前最常用的非线性系统的分析研究方法——相平面法、描述函数法和各种非线性系统的数值分析方法，以及非线性控制系统的计算机辅助分析方法和程序；在非线性系统稳定性理论方面，除详细介绍了李亚普诺夫稳定性理论外，还介绍了输入输出稳定性理论。书后附有关于非线性系统的参考文献目录。

本书可作为大专院校自动控制及各类自动化专业研究生和本科生的教材或教学参考书，也可供有关教师和科技人员参考。

非线性控制系统引论

汪德澍 黄明瑞 编著

*

成都电讯工程学院出版社出版

成都七号信箱印刷厂印刷

四川新华书店经销

*

开本 850×1168 1/32 印张 12.937 字数 328千字

版次 1988年9月第一版 印次 1988年9月第一次印刷

印数 1—2,800册

中国标准书号 ISBN 7—81016—081—8/TP·9

(15452·55) 定价：5.00元

序

非线性控制系统的理論是建立在非线性方程的基础上，作者在全书始终贯穿这一原则，并采用对比的手法阐明非线性系统区别于线性系统的特征和方法。

本书还分别对非线性控制系统的数学解析方法及近似分析方法进行了研究，指出其应用范围及可能发生的问题和解决办法。本书思路清晰、逻辑性强，推理严谨，能突出见解，有助于解决问题。在非线性控制系统的稳定性理論方面以及用微机处理实际问题方面做了富有成效的工作。

本书原是作者在昆明工学院自动控制系为研究生编写的教材，经过数次教学实践，并查阅了大量参考文献，在原有基础上进行了补充修改，现在正式出版。本书可作为大专院校自动控制及各类自动化专业研究生、本科生的教材及有关专业人员的参考书。

近几年来，我国有关工程技术人员在运用非线性控制理論于实际工程设计上已经取得一些成绩，他们渴望有一些专著能系统地帮助他们在过去所学的控制理論基础上提高一步，以适应我国现代化建设的需要，跟上国外的自动控制发展趋势。希望这本书的出版，能在一定程度上满足这方面的需要。

冯 竞

1988年1月于昆明

前　　言

随着生产水平和科学技术的日益发展，非线性系统理論已成为一个不可忽视的基础理論问题。过去长期以来，人们在生产实践中总是习惯于用线性系统理論来分析和处理实际工程问题。但是随着现代控制技术的发展，和人们对控制系统所提出的越来越高的要求，仅用线性系统理論来处理实际问题已满足不了需要，实际系统中的非线性特性已成为不容忽视的因素；有时为了获取控制系统的最佳性能指标，甚至还有意识地引入非线性控制环节或系统。近年来已有不少应用非线性控制技术解决实际工程问题的成功例子。所以非线性控制系统，已经不只是一个理論上的研究问题，而且是一个实际的工程技术问题了，作为从事自动控制技术的工程技术人员，除了必须掌握线性系统理論以外，还应该学习和掌握非线性控制系统一些必要的理論和方法。

在许多院校有关专业的教学计划中，已开设了有关非线性控制系统方面的课程。为了适应当前形势的需要，特编写了这份教材，以供自控专业的本科生和研究生使用。

本书共分六章，主要涉及有关非线性控制系统的一般性理論和系统稳定性问题，作为学习非线性控制系统的一个引論。

本书第三章由昆明工学院黄明瑞编写，其余各章由汪德澍编写，张勇、尹碧辉参加编写有关计算机程序。

全书由云南工学院廖湘恩教授主审。

在编写过程中参考了兄弟院校的讲义、教材，并得到许多同志的支持和帮助，在此谨致谢意。由于我们水平有限，错误在所难免，敬请读者批评指正。

编著者　1988年1月

目　录

第一章 非线性控制系统概论

第一节 绪 言

人们通常把控制系统划分为线性控制系统和非线性控制系统两大类型。不論是在系统的基础理論方面，还是在系统的分析和研究方法方面，都形成了截然不同的分支。然而，这只是人们为了便于对控制系统进行分析研究，而人为设置的一种分类界线。实际上，线性与非线性的关系，是个别与一般，部分与整体的关系，是一个统一体的两种表现形式。

人类认识客观世界和改造世界的历史进程，总是由低级向高级，由简单到复杂，由表及里的纵深发展过程。在控制领域方面也是一样，最先研究的控制系统都是线性的。例如，瓦特蒸汽机的调节器、液面高度的调节等等。这是由于受到人类对自然客观认识的水平和解决实际问题能力的限制，因为对于线性系统的物理描述和数学求解是比较容易办到的事情，而且已经形成了一套比较完善的线性系统理論和分析研究方法。但是，对于非线性系统来说，除少数情况外，目前还没有一套可行的通用方法，一般都是采用图解或数值计算的工程近似方法，而且每一种方法也都是针对某一类问题有效，不能普遍适用。所以，可以这样说，目前，我们对于非线性控制系统的认识和处理，基本上还是处于初级阶段。另外，从我们对控制系统的精度要求来看，用线性系统理論来处理目前绝大多数工程技术问题，在一定范围内都可以得到基本满意的结果。因此，一个真实系统的非线性因素就往往被人们所忽略了，或者被用各种线性关系所代替了。这就是线性系

统理論得以速迅发展并趋于完善，而非线性系统理論长期得不到重视和发展的主要原因。

但是，随着科学技术的不断发展，人们对实际生产过程的分析要求日益精密，各种较为精确的分析和科学实验的结果表明，任何一个实际的物理系统都是非线性的。所谓线性只是对非线性的一种简化或近似，或者说是非线性的一种特例。例如，一个最简单的大家都很熟悉的例子就是欧姆定律。欧姆定律的数学表达式为 $U=IR$ 。此式说明，电阻两端的电压U是和通过它的电流I成正比的，这是一种简单的线性关系，如图1-1所示。但是，即

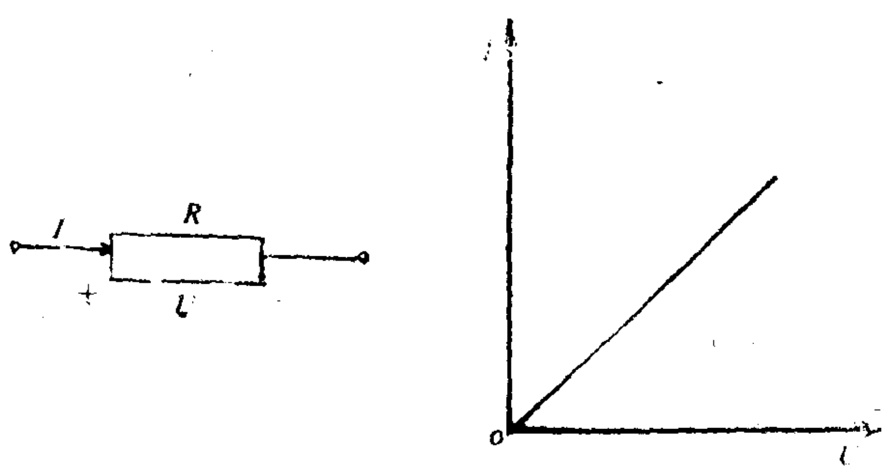

图 1—1 欧姆定理的线性关系

使对于这样一个最简单的单电阻系统来说，其动态特性，严格说来也是非线性的。因为当电流通过电阻以后就会产生热量，温度就要升高，而阻值随着温度的升高就要发生变化。欧姆定律就不再是简单的线性关系了，而是如下式所示的一种非线性关系

$$U=IR_0+0.24\frac{R_0{}^2\alpha t}{mc}I^3 \qquad (1\text{-}1)$$

式中，R_0是0℃时的电阻数值，mc是电阻的热容量，α为电阻的温度系数，t为电流通过电阻的时间。其非线性关系如图1-2所示。

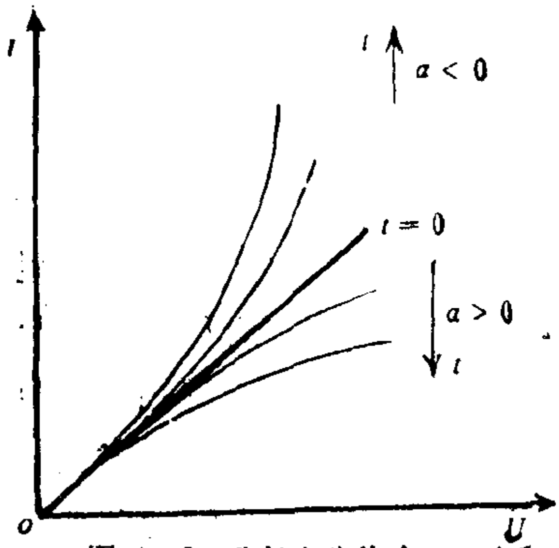

图 1—2 欧姆定律的非线性关系

动力学中的虎克定律、热力学中的第一定律以及气体的内摩擦力等等也都有类似的情况。所以，可以说非线性是本质的、普遍的现象，而所谓的线性只是非线性在特定条件下的一种特殊表现形式。因此，随着生产科学技术的发展，非线性问题必然要成为人们普遍关心和重视的问题。尤其是随着世界上非再生性资源的日趋减少，最佳性能指标和最小能耗问题已越来越受到人们的重视。因此，对各种实际系统的控制精度已提出了愈来愈高的要求。同时被控对象的种类也在日益增多，控制装置日趋复杂，所以就越来越迫切地要求人们深入到事物的本质，用更精确的方法来处理实际的控制系统，线性系统模型就日益显得不能满足要求了。例如，被控系统中经常出现的等幅自持振荡，就是一个突出的例子。这种在实际工作中经常可以观察到的周期运动，是线性系统模型所无法模拟的现象。又如，各种继电特性已被大量采用，而具有这种特性的控制系统，也不是线性理論所能解决的。所以客观现实正在强烈地向我们提出要求，迫使我们必需十分重视和发展非线性系统理論，以便能够在生产实践中实际地解决日益增加的非线性控制问题。

对非线性控制系统的研究，到本世纪四十年代，已取得一些明显的进展。主要的分析方法有：相平面法、李亚普诺夫法和描述函数法等。这些方法都已经被广泛用来解决实际的非线性系统问题。但是这些方法都有一定的局限性，都不能成为分析非线性系统的通用方法。例如，用相平面法虽然能够获得系统的全部特性，如稳定性、过渡过程等，但大于三阶的系统就无法再应用这

种方法。李亚普诺夫方法则仅限于分析系统的绝对稳定性问题，而且要求非线性元件的特性要位于某扇形域内。这就是说，这种方法只能用于分析某一类的非线性系统（例如鲁里叶系统）的稳定性问题。而描述函数法是一种工程近似方法，而且也有一定的限制条件，且其严格的理論基础尚未奠定等等。总之，都有其不足之处。这种情况不是偶然的，因为非线性系统所包含的内容十分丰富，类型很多，各式各样的运动规律各相径庭，情况十分复杂，要想建立一个能够解决所有问题的统一方法是十分困难的。描述线性系统的常微分方程一般有解，而且可以求得解的公式。但是，描述非线性系统的微分方程则很少能够求解。因此，就系统稳定性而言，对线性系统可以建立必要充分条件；对非线性系统，除个别情况外，至多只能建立一种充分条件，而且这种充分条件一般比较保守。虽然这些年来，国内外有不少学者一直在进行这方面的研究工作，也研究出了一些新的方法，如频率域的波波夫判据，广义圆判据，输入输出稳定性理論，继电器系统，大系统理論等。但总的说来，非线性控制系统理論目前仍还处于发展阶段，远非完善，很多问题都还有待进一步研究解决，领域十分宽广。

就所需解决的问题而言，系统稳定性是研究非线性控制理論的核心问题，以往在这方面的研究成果也是最多的。其次，是过渡过程以及系统综合等方面的问题。而在分析设计非线性系统时，也不象线性系统那样，有比较系统的理論方法可循，而是需要根据系统对象的具体特性来应用线性理論和各种非线性方法，再加上模拟实验，互相参照补充，才能设计出一种实用的非线性控制系统。所以，在非线性控制系统方面，不論是理論的研究，还是实际的应用，都还存在有大量的工作可做，前景是非常广阔的。

第二节　线性与非线性

如前所述，通常把控制系统划分为线性与非线性两大类型，这种分类主要是按照描述系统的数学模型来进行分类的。因为研究控制理論的最终目的，是要学会能够按照人们所预定的目的、要求，设计出符合各种性能指标的控制系统。而为了能设计出一个优良的控制系统，首先必须充分了解受控对象、测量元件、执行机构和构成一个控制系统的各种元器件的特性及其运动规律。所谓运动规律是指在一定的内外客观条件下，系统所必然产生的一种相应运动。因为在客观条件与相应运动之间存在着一种固有的因果关系，而这种关系大部分都可以（而且也必须）用数学公式加以表述，这就是所谓的描述控制系统的数学模型。

在控制系统中，我们经常遇到和需要处理的物理现象不外乎光、电、磁、力、热等的传导，及刚体、弹性体、液体和气体的运动等。而决定这些物理运动规律的基本定律，如电磁学中的Kirchhoff定律和Maxwell方程，热力学中的Fourier定律和热力学第二定律，光学中的Fermat原理，力学中的Hooker定律、Newton定律等等，大部分都可以用微分方程、积分方程、代数方程和差分方程等型式来描述。所以，对于一个实际的控制系统，不論是进行分析或是进行设计，首先一项任务就是要求出受控对象的物理模型和数学模型，即进行所谓的系统辨识和参数估值工作，只有进行了这一步工作，求出了描述系统的数学模型，才有可能对系统进行具体的分析和求解。所以，描述系统的数学模型，不仅应该是从本质上完全反映了一个实际系统的性质和特点，而且还从根本上确定了解决系统工程问题的途径和方法。所以按描述系统的数学模型在数学上的分类，来对控制系统进行分类是合理的。按这种分类方法，首先把控制系统划分为线性与非线性两大类型，每一类型又可再分为代数方程、微分方程和差分方程等型式，而每一种数学模型均对应于一类特定的控制系统，

如下表所示。

- 线性方程
  - 代数方程——静态线性特性
  - 微分方程
    - 常微分方程——线性集中参数系统
    - 偏微分方程——线性分布参数系统
  - 差分方程——线性离散系统
- 非线性方程
  - 代数方程——静态非线性特性
  - 微分方程
    - 常微分方程——非线性集中参数系统
    - 偏微分方程——非线性分布参数系统
  - 差分方程——非线性离散系统

代数方程主要是用来描述线性或非线性控制系统的静态特性。差分方程主要是作为描述和求解离散系统（包括线性和非线性）的数学模型。而偏微分方程（也包括线性和非线性）主要是针对分布参数系统的数学模型。例如，小提琴的音弦在受到弓弦等外力作用时，相对于平衡位置的偏移运动y，是弦位x和时间t两个变量的函数，因此描述音弦运动的方程应为

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+a\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=f(x,\ t) \qquad (1\text{-}2)$$

这是一个典型的两个变量的偏微分方程，所描述的是一个整条音弦的分布参数系统。但我们所讨論的控制系统，绝大部分是集中参数系统，自变量一般只有一个（多数为时间 t）。因此，我们所涉及的数学模型主要是非线性常微分方程。下面就着重讨論线性常微分方程和非线性常微分方程所描述系统的主要区别。

按数学定义，如果描述系统物理状态的变量只有一个（即系统的自由度为一），假设为y，则取y为时间t的函数，即可描述此系统在时间过程中的运动状态。如t为唯一的自变量，则描述该物理系统的微分方程即为常微分方程。

所谓线性常微分方程，是指方程中的每一项最多只含因变量y或y的各阶导数的一次方（即不包含y或其各阶导数的高于一次的方幂），也不包含有两个或两个以上的因变量导数之积，或因变量与其导数之积的微分方程，称为线性微分方程；否则为非线性微分方程。举例说明如下。

1．代数方程

$u=ir$（线性），　$y=\sin x$（非线性）

$y=k_1x_1+k_2x_2$（线性），　$y=kx^2$（非线性）

$z=x+y$（线性），　$z=x^2+y^3$（非线性）

2．线性常微分方程

$$\frac{d^2y}{dt^2}+a_1\frac{dy}{dt}+a_0y=e(t)$$

式中，t是自变量，$e(t)$是激励函数，y是响应。如果a_1和a_0不是自变量t的函数，方程就是常系数线性常微分方程。如果a_1和a_0是t的函数，方程就是变系数线性常微分方程。例如

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dt^2}-2x\frac{dy}{dx}+n(n+1)y=0$$

就是一个变系数的线性常微分方程。

3．非线性常微分方程

$$\frac{d^2y}{dt^2}+y\frac{dy}{dt}+2y=5t^2$$

$$\frac{du}{da}+u+u^2=\sin^3a$$

$$t\left(\frac{d^2u}{dt^2}\right)^2+5\frac{du}{dt}+t^2u=e^{-t}$$

$$\ddot{x}+(x^2-1)\dot{x}+x=0$$