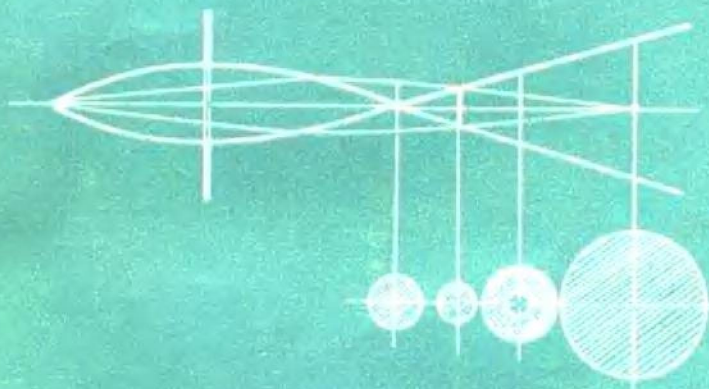


电子光学

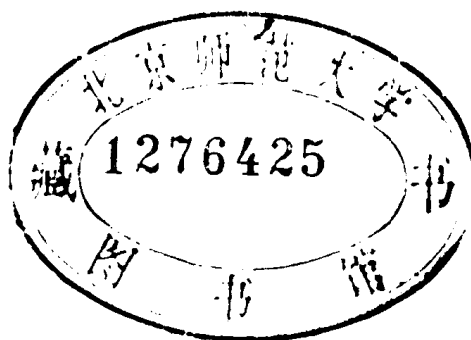
应根裕 主编



清华大学出版社

电 子 光 学

应根裕 刘敏文 编著
孙伯尧 杜秉初



清华大学出版社

内 容 简 介

本书是在清华大学无线电电子学系电子光学组多年教学与科研的基础上编写的，是一本具有一定深度与相当广度的电子光学教科书。讲述了几何电子光学的基本问题（傍轴电子在轴对称电场、磁场中的运动，电子透镜，电子光学的CAD等）、象差理论、非轴对称电子光学系统（偏转场与四极透镜）以及强流电子注中的主要问题。每章后均附有习题。可供高等院校无线电电子学专业和电子物理类专业作教材，也可供研制电子束管、电子光学仪器、注型微波管、加速器、电子束加工机等方面的工程技术人员参考。

电 子 光 学

清华大学

应根裕主编

*

清华大学出版社出版

北京 清华园

北京印刷一厂排版

北京市海淀区印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

开本：787×1092 1/16 印张：20 字数：512千字

1984年11月第一版 1984年11月第一次印刷

印数：00001—30000

统一书号：15235·154 定价：3.60元

序 言

电子光学是研究荷电粒子在电场和磁场中运动的一门学科。当代许多科学技术的发展，都关系到利用荷电粒子束。电子光学就是把电子作为荷电粒子，研究利用电场或磁场控制电子运动的规律，以得到人们所要求的粒子束。

电子光学是在二十世纪三十年代才形成一门独立的学科。虽然1897年布朗制成了第一支示波管，但当时只发现了阴极射线与电子有关。到了二十年代中期，布许发表了有关磁聚焦的理论研究文章。实践中也制成了第一只高真空磁聚焦电子束管，为电子光学的发展准备了条件。三十年代，格拉叟、谢尔赤等人发表了一系列电子光学理论性论文，奠定了电子光学理论的基础。这时，电子波动学说也得到了发展，人们认识到电子波比光波的波长短得多，由此推论出电子显微镜的分辨本领比光学显微镜可提高很多倍，在电子波动学说和电子光学理论指导下，制成了电子显微镜。第二次世界大战期间及战后，由于军事技术的发展，出现了各种超高频器件，这就促进了强流电子光学的发展，使之成为电子光学的一个重要组成部份。近二十多年来，由于电视技术的提高与普及，对电子光学系统提出了一系列要求，有力地推动了电子光学的进一步发展。

电子光学理论在科学技术和工业生产中得到了广泛的应用。例如，用于各种电子束器件及各种超高频电真空器件中；用于高能粒子加速器及受控热核反应堆中；用于原子能工业广泛采用的光电倍增器及各种粒子谱仪中；用于观察物质结构的高分辨本领的电子显微镜中；用于电子束光刻、电子束冶炼、电子束焊接等新型工艺中……。

本书通过讨论和求解电子在电场、磁场、电磁复合场中的运动规律，得出电子光学的一系列性质，从而利用这些性质来设计电子光学系统。

本书的前六章以讨论电子在轴对称场中的运动为主，第七章和第八章讨论在其他对称型的电场、磁场中电子运动的规律，第九章研究强流电子光学的基本理论及设计问题。

本书是在清华大学无线电电子学系电子光学组多年教学与科研基础上编写成的，内容的深度兼顾了理科和工科学生的程度，可作为理科电子物理专业和工科电真空专业大学生的“电子光学课”的教材。前五章为基本部分，后四章可根据各校专业特点与学时数多少而选取。每一章都附有习题，供读者思考与练习以巩固对课程基本内容的掌握。

本书也可作为从事电子束器件、电子光学仪器、电子束加工机、加速器、注型微波管等方面的工程技术人员的参考书。

本书原稿虽然已经过数届教学实践的检查，但限于水平，缺点与错误在所难免，恳切希望读者给予批评指正。

本书由应根裕主编。第一、二、五章由刘敏文编写；第三、四章由孙伯亮编写；第六、七、八章由应根裕编写；第九章由杜秉初编写。

目 录

序言

第一章 电子在均匀场中的运动	1
§ 1. 直角坐标系中的电子运动方程和电子运动速度.....	1
§ 2. 电子在均匀电场中的运动.....	2
§ 3. 电子在均匀磁场中的运动.....	3
§ 4. 电子在均匀复合场中的运动.....	5
§ 5. 电子光学与光线光学的比较.....	6
习题.....	8
第二章 电子光学中的场	10
§ 1. 轴对称静电场的数学表示式.....	10
§ 2. 轴对称电场近轴区的性质.....	14
§ 3. 轴对称电场力函数的性质.....	17
§ 4. 轴对称磁场的矢位与标位.....	18
§ 5. 轴对称磁场的数学表示式.....	20
§ 6. 数学解析法求解轴对称静电场与静磁场.....	24
习题.....	33
第三章 电子轨迹方程	35
§ 1. 电动力学方法推导轨迹方程.....	35
§ 2. 光学方法推导轨迹方程.....	38
§ 3. 相对论修正下的普遍轨迹方程.....	45
§ 4. 轴对称复合场中的高斯轨迹方程.....	47
习题.....	49
第四章 场和轨迹的求解方法	50
§ 1. 用有限差分法求解轴对称电场.....	50
§ 2. 用有限元素法求解轴对称电场.....	56
§ 3. 电子轨迹的数值求解方法.....	60
§ 4. 电解槽法的模拟原理与应用.....	64
§ 5. 磁场的求解方法.....	66
§ 6. 测量磁场的实验方法.....	70
§ 7. 其他的场和轨迹求解方法.....	73
习题.....	76
第五章 电子光学透镜	78
§ 1. 高斯光学理想成像性质.....	78
§ 2. 电子透镜的基本参量及成像关系式.....	84
§ 3. 静电透镜的焦距公式.....	85

§ 4. 薄透镜的矩阵表示式	90
§ 5. 静电透镜的类型	93
§ 6. 浸没透镜	94
§ 7. 单透镜	97
§ 8. 单膜孔透镜	101
§ 9. 浸没物镜	102
§10. 磁透镜的类型及短磁透镜分析	105
§11. 典型钟形磁场的解析处理及高斯光学性质	107
§12. 细束电子枪	114
§13. 层流电子枪	124
习题	126
第六章 电子光学象差	130
§ 1. 三级几何象差理论	130
§ 2. 几何象差的分类	142
§ 3. 球差	144
§ 4. 彗形差	147
§ 5. 象散与场曲	149
§ 6. 畸变	152
§ 7. 光阑位置对各种象差的影响	153
§ 8. 调整误差	155
§ 9. 色差	156
§10. 象差的叠加	161
习题	162
第七章 非轴对称电子光学系统	165
§ 1. 对偏转系统的要求	165
§ 2. 理想偏转情况下的电子棱镜	165
§ 3. 实际的电偏转系统	168
§ 4. 提高电偏转灵敏度的方法	172
§ 5. 实际的磁偏转系统	175
§ 6. 磁偏转线圈场的计算	177
§ 7. 静电偏转的三级象差	181
§ 8. 磁偏转的三级象差	188
§ 9. 静电偏转盒	191
§10. 电偏转与磁偏转的比较、结束语	193
习题	199
第八章 四极透镜	202
§ 1. 四极透镜的产生	202
§ 2. 四极透镜特性的定性解释	203
§ 3. 四极透镜的场分布	205
§ 4. 四极透镜中的电子运动和透镜特性	211

§ 5. 复合四极透镜组·····	216
§ 6. 周期四极透镜·····	218
习题·····	221
第九章 强流电子光学 ^③ ·····	223
§ 1. 电子注在无场空间的发散——空间电荷效应·····	224
§ 2. 强流电子枪——发射系统·····	232
§ 3. 均匀磁场聚束系统·····	267
§ 4. 周期磁场聚束系统·····	285
习题·····	310

第一章 电子在均匀场中的运动

本章通过对电子在均匀电磁场中运动规律的分析, 建立电子光学的初步概念。本书一般采用实用单位制。研究对象为静场。(不考虑场随时间的变化。) 除个别章节外, 一般认为电子运动速度远小于光速(即不考虑相对论修正)。

§ 1 直角坐标系中的电子运动方程和电子运动速度

为了描述电子的运动, 我们采用直角坐标系 x, y, z , 由于研究对象为静场, 所以 \vec{E} 及 \vec{B} 都只是坐标的函数。

电子在电场和磁场中受到的罗伦兹力:

$$\vec{F} = -e\vec{E} - e[\vec{v} \times \vec{B}] \quad (1.1)$$

非相对论情况下电子运动遵守牛顿定律:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1.2)$$

将式(1.1)与(1.2)联立得出电子运动方程:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - e[\vec{v} \times \vec{B}] \quad (1.3)$$

各矢量在直角坐标系三个坐标轴上的分量可表示为:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k} \\ \vec{a} &= a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \\ \vec{v} \times \vec{B} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (v_y B_z - v_z B_y)\vec{i} + (v_z B_x - v_x B_z)\vec{j} \\ &\quad + (v_x B_y - v_y B_x)\vec{k} \end{aligned}$$

而:

$$a_x = \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d^2 y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{d^2 z}{dt^2}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

得电子在直角坐标系中的运动方程式:

$$\begin{cases} \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{e}{m} \left(E_x + \frac{dy}{dt} B_z - \frac{dz}{dt} B_y \right) \\ \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{e}{m} \left(E_y + \frac{dz}{dt} B_x - \frac{dx}{dt} B_z \right) \\ \frac{d^2 z}{dt^2} = -\frac{e}{m} \left(E_z + \frac{dx}{dt} B_y - \frac{dy}{dt} B_x \right) \end{cases} \quad (1.4)$$

将式(1.3)两端与 \vec{v} 点积可得:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{mv^2}{2} \right) = -e(\vec{E} \cdot \vec{v}) \quad (1.5)$$

乘积 $\vec{v} \cdot [\vec{v} \times \vec{B}]$ 等于 0 (因为 $\vec{v} \times \vec{B}$ 与速度 \vec{v} 垂直)。由此可见只有电场能改变电子的动能。磁场力总是垂直于 \vec{v} ，因此不作任何功。磁场力只能改变电子运动的方向。

静电场 \vec{E} 可由电位分布函数 V 求得：

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

则式(1.5)化为：


$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{mv^2}{2} \right) &= -e(E_x v_x + E_y v_y + E_z v_z) \\ &= +e \left(\frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dz}{dt} \right) \end{aligned}$$

即
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{mv^2}{2} \right) = e \frac{dV}{dt}$$

积分上式得：
$$\frac{mv^2}{2} = eV + \text{常数}, \text{ 或 } \frac{mv^2}{2} + (-eV) = \text{常数} \quad (1.6)$$

这说明电子在静场中运动，它的动能和位能之和不交。

如图 1-1 阴极上的 P_0 点，以 v_0 发出，到达 P_1 点时，速度为 v_1 ，阴极电位为 V_0 ， P_1 点的电位为 V_1 。由式(1.6)可知：



$\frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = e(V_1 - V_0)$

通常，取阴极电位 $V_0 = 0$ ，其他各点电位是相对阴极而言，则：

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = eV$$

图 1-1 速度和电位

令 $\frac{1}{2} m v_0^2 = e \epsilon_0$ 称为电子初能量，以电子伏特表示，1 电子伏特的能量 = $1 eV = 1.602 \times 10^{-19}$ 焦耳

$$\frac{1}{2} m v^2 = eV + e \epsilon_0 \quad (1.7)$$

当 v_0 很小，或者 V 很大时，可以不考虑电子初能量而得

$$\frac{1}{2} m v^2 = eV \text{ 或 } v = \sqrt{\frac{2 eV}{m}} \quad (1.8)$$

根据式(1.8)我们可以用电位差 V 表示电子速度。

§ 2 电子在均匀电场中的运动

如图 1-2 所示，平行板电容器。当平行板的间距远小于平行板的长度，可认为其间的电场是均匀的。

电子沿 z 方向以 v_0 射入电场。只有 y 方向存在电场的作用，在 yz 平面内电子运动方程：

$$\begin{cases} m \frac{d^2 y}{dt^2} = -e E_y = -e E & (1.9) \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} = 0 & (1.10) \end{cases}$$

初始条件为 当 $t=0$, $\frac{dy}{dt} = v_y = 0$, $y = 0$

$$(1.11)$$

对式(1.9)积分二次, 并代入初始条件得

$$y = -\frac{e}{m} \cdot E \cdot \frac{t^2}{2} \quad (1.12)$$

对式(1.10)进行两次积分可得 $z = v_0 t$, 所以 $t =$

$$\frac{z}{v_0}, \text{ 将 } t = \frac{z}{v_0} \text{ 代入 (1.12);}$$

$$y = -\frac{eE}{2mv_0^2} \cdot z^2 \quad (1.13)$$

方程(1.13)为电子的轨迹方程, 为抛物线。均匀电场对电子的偏转作用与光线通过棱镜的折射作用相类似。平行板电容器的作用与光学校镜相当, 所以称为电子棱镜。如图1-2所示。

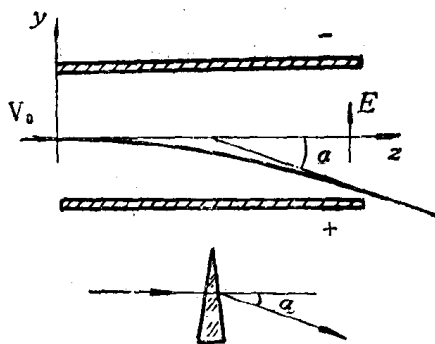


图 1-2 均匀电场对电子轨迹的偏转作用

§ 3 电子在均匀磁场中的运动

均匀磁场: 指磁感应强度 \vec{B} 在整个空间都一样。如图1-3永久磁铁(或电磁铁)的磁极, 假如磁极的面积足够大, 可认为磁极间的中间部份磁场是均匀的。

磁场对电子的作用力 $\vec{F} = -e[\vec{v} \times \vec{B}]$

磁场力的大小 $F = evB \sin \alpha$, 其中 α 为 \vec{v} 与 \vec{B} 的夹角。

3-1 电子速度垂直于 \vec{B} :

由于电子初速度 $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$ 所以 $\sin \alpha = 1$, 得: $F = ev_0 B$ 。在磁场力的作用下电子速度方向发生改变, 由于 F 的数值一定, 所以由 F 所决定的电子轨迹的曲率相等, 在垂直于 \vec{B} 的平面中作等速圆周运动。根据力学原理, 罗伦兹力应等于维持粒子作圆周运动所

需的向心力 $F = m \frac{v_0^2}{R}$ 则

$$ev_0 B = m \frac{v_0^2}{R}, \quad R: \text{ 电子轨迹曲率半径} \quad (1.14)$$

$$R = \frac{mv_0}{eB} = \frac{v_0}{\eta B}, \quad \eta \text{ 为荷质比 } \eta = \frac{e}{m}$$

粒子旋转一周所需的时间称周期 T :

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi}{\eta B} \quad (1.15)$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\eta B}{2\pi} \quad (1.16)$$

f 称为电子回旋共振频率。

从以上分析可得以下结论:

(1) T 与 v_0 无关, 只与 B 成反比。如果从磁场中 A 点发出一束方向垂直于 \vec{B} 而初速度不同的电子(如图1-4), 速度分别为 v_1, v_2, v_3 。经过 T 时间以后, 这些电子一定同时回到 A 点, 这就是均匀磁场的会聚作用。是电子光学中磁聚焦的基本理论依据。

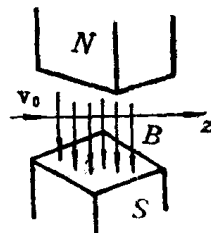


图 1-3 磁极间的磁场

(2) 当磁场较弱 (B 较小) 或电子速度 v_0 较大时, R 的数值较大。由于磁场作用区不大, (如图 1-5) 此时磁场对电子起偏转作用, 与光学棱镜相似, 称为电子棱镜。

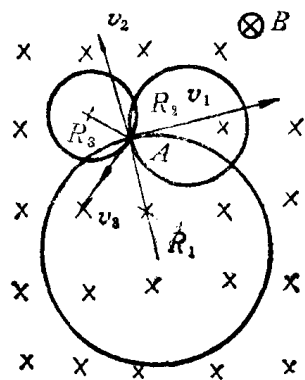


图 1-4 均匀磁场的会聚作用

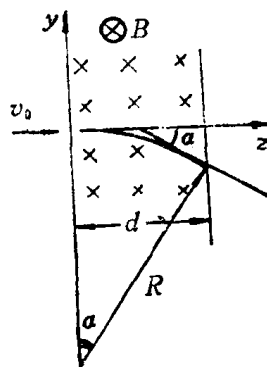


图 1-5 均匀磁场对电子轨迹的偏转

(3) 由图 1-5 可以看出: $\sin \alpha = \frac{d}{R}$ 。当磁场作用区 d 不大, 角度 α 较小, 可以认为 $\sin \alpha \approx \alpha$ 则 $\alpha = \frac{d\eta B}{v_0}$, 电子经磁场的偏转角与荷质比有关。因此利用磁场可以分离不同荷质比的粒子。

3-2 电子速度 \vec{v} 与 \vec{B} 成任意夹角 α :

均匀磁场也可由长螺线管形成如图 1-6 所示, 可认为近轴范围内的磁场是均匀的。如图 1-7 所示: 将速度 \vec{v} 分为两个分量

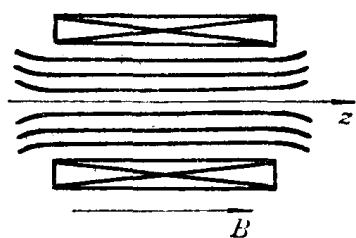


图 1-6 螺线管磁场

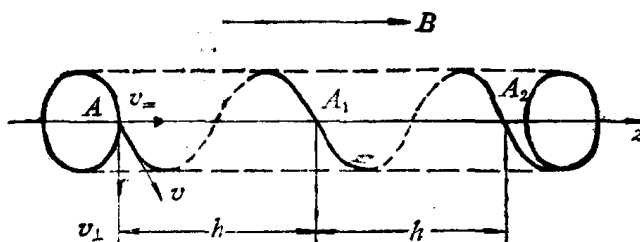


图 1-7 电子在均匀磁场中的螺旋线运动

$$v_{\parallel} = v \cdot \cos \alpha$$

$$v_{\perp} = v \cdot \sin \alpha$$

与此对应, 电子运动由两部份组成:

(1) 沿磁场方向, 洛伦兹力为零, 所以电子作匀速直线运动。

(2) 垂直于磁场平面内作匀速圆周运动。所以电子在空间的轨迹为一条等间距的螺旋线。由式 (1.14) 可知

$$R = \frac{v_{\perp}}{\eta B} = \frac{v}{\eta B} \cdot \cos \alpha$$

电子旋转一周所需的时间

$$T = \frac{2\pi}{\eta B}$$

电子旋转一周所走的距离

$$h = v_{\parallel} T = \frac{2\pi}{\eta B} \cdot n_{\parallel}$$

从A点发出的一束速度不同的电子，只要平行于磁场的速度分量 v_{\parallel} 相同，则这一束电子经过 h 以后又会聚于一点 A_1 ，经过 nh 仍会聚一点 ($n=1, 2, 3\cdots$)。由此得出结论：从任一物点以不同方向发出一束电子，它们只要平行于磁场的速度分量 v_{\parallel} 相同，不管它们在垂直于磁场的速度分量 v_{\perp} 的大小和方向如何，这一束电子经过 nT 时间，将会聚于一点（象点）。这就是均匀磁场的聚焦作用。与光学透镜相似。

§ 4 电子在均匀复合场中的运动

在 § 1 中我们推导出了直角坐标系中的电子运动方程 (1.4)。为了分析清楚，我们以正交场为例：如图 1-8 正交场 $\vec{B} \perp \vec{E}$ ，即

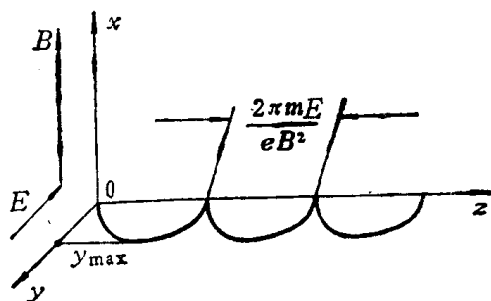
$$\begin{cases} B = B_x & B_z = B_y = 0 \\ E = -E_y & E_x = E_z = 0 \end{cases}$$

正交场中的电子运动方程为：

$$\begin{cases} \frac{d^2 x}{dt^2} = 0 & (1.17) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{e}{m} \left(-E + \frac{dz}{dt} B \right) & (1.18) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 z}{dt^2} = -\frac{e}{m} \left(-\frac{dy}{dt} B \right) & (1.19) \end{cases}$$



积分式 (1.19)： $\frac{dz}{dt} = \frac{e}{m} B y + C_1$

令 $t=0$ 时， $y=0$ ， $\frac{dz}{dt}=0$ ，所以 $C_1=0$

图 1-8 电子在正交场中的运动

则 $\frac{dz}{dt} = \frac{e}{m} B y$ (1.20)

将式 (1.20) 代入式 (1.18) 得： $\frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{e}{m} \left(-E + \frac{e}{m} B y \cdot B \right)$

或 $\frac{d^2 y}{dt^2} + \left(\frac{e}{m} B \right)^2 y = \frac{e E}{m}$

上方程的通解：

$$y = A_1 \sin\left(\frac{e}{m} B t\right) + A_2 \cos\left(\frac{e}{m} B t\right) + \frac{m E}{e B^2}$$

代入初始条件 $t=0$ 时， $y=0$ ， $\frac{dy}{dt}=0$ ，定出常数 $A_1=0$ ， $A_2 = -\frac{m E}{e B^2}$ ，

所以 $y = \frac{m E}{e B^2} \left(1 - \cos \frac{e}{m} B t \right)$ (1.21)

将式 (1.21) 代入式 (1.20) 得

$$\frac{dz}{dt} = \frac{E}{B} \left(1 - \cos \frac{e}{m} B t \right)$$

积分上式得： $z = \frac{E}{B} t - \frac{m}{e} \frac{E}{B^2} \sin \frac{e}{m} B t + C_2$

当 $t=0$ 时 $z=0$, 定出 $C_2=0$,

因而

$$z = \frac{E}{B}t - \frac{mE}{eB^2} \sin \frac{e}{m}Bt \quad (1.22)$$

积分式 (1.17), 代入初始条件 $t=0, x=0, \frac{dx}{dt}=0$, 定常数可得

$$x=0 \quad (1.23)$$

在正交场中, 初速为零的电子的运动情况, 可由 (1.21), (1.22), (1.23) 三式表达出来, 这是旋轮线方程 (摆线方程), 可以看成两部分运动的合成:

$$\begin{cases} y = y_1 + y_2; \\ z = z_1 + z_2, \end{cases} \quad \text{I} \begin{cases} y_1 = \frac{mE}{eB^2}; \\ z_1 = \frac{E}{B}t, \end{cases} \quad \text{II} \begin{cases} y_2 = -\frac{mE}{eB^2} \cos \frac{e}{m}Bt \\ z_2 = -\frac{mE}{eB^2} \sin \frac{e}{m}Bt \end{cases}$$

II 代表半径为 $R = \frac{mE}{eB^2}$, 角频率为 $\omega = \frac{e}{m}B$ 的圆周运动。I 式表示圆心作匀速运动 (圆

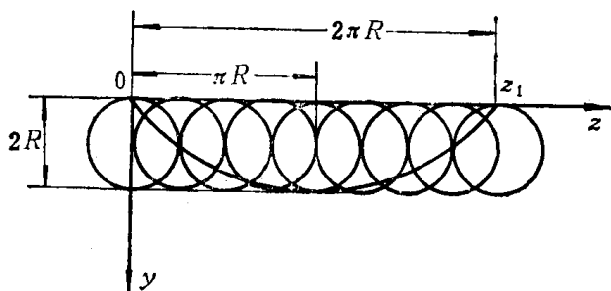


图 1-9 旋轮线的物理意义

心的运动速度为 E/B , 运动方向与 z 轴平行)。所以, 旋轮线可看成圆周运动与圆心在圆周平面中匀速运动的叠加。其物理意义即: 沿直线匀速前进的轮子边缘上一个点的运动轨迹。在一些正交场的超高频器件中电子轨迹都是旋轮线。

在正交场中, 初速为 0 的粒子从 $z=0$ 出发, 又会聚于轴上的一点 z_1 ,

$z_1 = 2\pi R = 2\pi \frac{mE}{eB^2}$, z_1 与荷质比 $\frac{e}{m}$ 有关, 可见不同的带电粒子聚焦于不同点。对于初速不等于零的电子用同样分析方法也可得出其聚焦特性。

研究电子在均匀电场或磁场中的运动可以得到下面结论: 场对电子的作用在某些情况下与光学校镜对光线的作用一样; 在另一些情况下则和光学透镜一样。所以, 电子在场中的运动与光线在媒质中的传播有类似性。

§ 5 电子光学与光线光学的比较

5-1 电子光学与几何光学的类似性

电场和磁场对电子的作用可以形成各种电子透镜和电子棱镜 (电子在場的作用下发生聚焦成象和偏转), 这些透镜和棱镜可以组成各种电子光学器件和仪器, 与光学仪器有类似性, 例如电子显微镜。

在几何光学中, 光线在均匀媒质 (各向同性) 中沿直线传播, 在媒质的分界处产生折射现象曾引出折射率的概念。与此类似, 在电子光学中也可引出折射率的概念。我们考虑最简单的情况如图 (1-10): I 和 II 代表电位等于 V_1 和 V_2 的两个等电位区。 $V_1 < V_2$, 从 V_1 过渡到 V_2 经过平面 F_1 与 F_2 , 两平面间的电场强度

$$E = \frac{V_2 - V_1}{d}$$

在 I 和 II 区间内的电子速度分别为 v_1 及 v_2 ，由式 (1.8) 可知

$$v_1 = \sqrt{2 \frac{e}{m} V_1}, \quad v_2 = \sqrt{2 \frac{e}{m} V_2}$$

当电子通过分界面时，在电场力的作用下，其速度的方向和大小都发生变化。交界面处场强的方向垂直于 F_1 与 F_2 ，所以电子经过界面后，平行界面的速度分量不变，即：

$$v_1 \sin \alpha_1 = v_2 \sin \alpha_2$$

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{V_2}}{\sqrt{V_1}} = n_{12} \quad (1.24)$$

这就是电子光学中的折射定律。与几何光学中的折射定律形式上相同：

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12} \quad (1.25)$$

比较式(1.24)与式(1.25)可见电子光学中 \sqrt{V} 对应于光学折射率。

如果 F_1 与 F_2 不是平面，而是两个相邻的曲面(等位面)，折射定律仍然成立。只是角度 α_1 与 α_2 是相对于分界面上入射点处的法线来计算的。同时使 F_1 和 F_2 之间的过渡区无限薄。

与光学类似，称 n_e 为电子光学折射率，在电场中如果不考虑电子的初能量，则：

$$n_e = K \sqrt{V} \quad \text{即：} n_e \text{ 正比于加速电压的平方根。}$$

对于不均匀的静电场可以把它看成很多等位面，每两个面之间的距离选得很小，两个等位面之间区域的电位可看作常数，那么，每个等位面对应于分界面，电子通过分界面发生折射。

由于电子光学与几何光学的类似性，我们经常可以利用几何光学的方法来解决电子光学问题。

5-2 电子光学与几何光学的区别

(1) 电子光学折射率 $n_e = K \sqrt{V}$ ，而电位 V 必须满足泊松方程： $\nabla^2 V = \rho$ ，所以折射率在空间的分布不能任意选择，应由场决定。而在几何光学中可选不同折射率、不同折射面的形状和位置，任意组合成透镜。

(2) 由于光学媒质的天然性质，它们的折射率的比值 $\frac{n_2}{n_1}$ 一般在 1—2.5 的范围内(折射率也在 1—2.5 之间)。所以光学透镜的折射能力不强。而在电子光学中，折射率的比值可达数百至数千，从而形成一些折射能力很强的透镜，造成一些在光学中不可能发生的现象。

(3) 电子光学中通过调节电压，可以连续改变 n_e ，所以能很方便地改变电子透镜的特性；而在光线光学中， n 不能连续改变。对一定媒质，其 n 就是固定数值。

(4) 光线在媒质中传播具有可逆性，而电子光学中，当存在磁场的作用时， n_e 与电子运动的方向有关，电子在磁场中的运动轨迹不存在可逆性。

(5) 我们所研究的场都是空间的连续函数，电子轨迹也是连续变化的，不可能有突然的折射，所以研究电子在场中的运动，不能象几何光学中用直线方法，而必须解电子运动方程

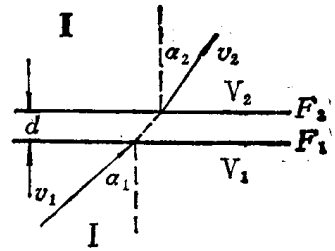


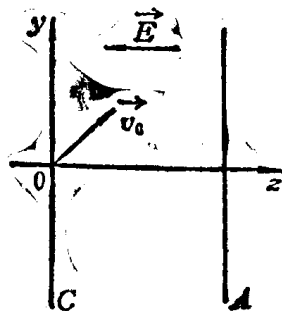
图 1-10 电子光学的折射定律

或电子轨迹方程。

电子光学中还有很多与几何光学所不同的问题需要注意。例如：在强流电子光学中必须考虑电子之间的排斥作用(称为空间电荷效应)，而在几何光学中，光线之间就不存在这种互相排斥的作用。所以，我们既要利用电子光学与几何光学的相似性来处理问题，又要注意二者的差别。

习 题

1. 如下图所示的平行板电容器垂直于 z 轴，阴极为 C ，阳极为 A ，电子以初速 v_0 由阴极面中心射出，写出电子运动方程式，并求出电子在场中的运动轨迹形状。(画出轨迹形状)



习图 1-1

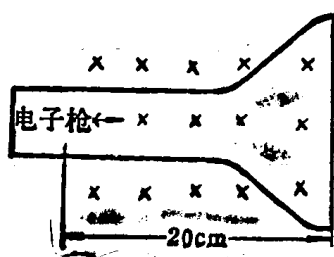
2. 对上题的平板电容器，如果 $l_{CA}=1$ 毫米，热电子初能量为 0.1 电子伏特，热初速分布为 0° 到 90° ，这时到达阳极时所形成的圆斑半径是多少毫米？($V_A=1000$ 伏， $V_C=0$ 伏)

3. 一束电子以垂直于均匀磁场的方向入射，请你画出电子入射方向、磁场方向和电子轨迹的形状。若已知 $B=500$ 高斯，电子进入磁场前已经受到 300 伏特电位差的加速，求此时电子轨迹曲率半径 R 是多少毫米？

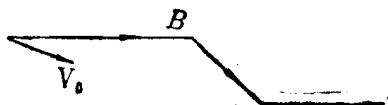
4. 从物理概念上解释电子回旋共振频率 f 与电子的初速度无关。

5. 电子的动能为 10 电子伏特，磁场 $B=1$ 高斯，电子初速方向垂直于磁场，求电子轨迹曲率半径 R 及电子回旋周期 T ？

6. 下图为一只电视显象管，它受地球磁场的作用，电子速度方向垂直于地球磁场，问此时电子射线到达荧光屏时是否落在屏中心处？向哪个方向偏离？给定地球磁场 $B=0.55$ 高斯，电子具有的动能为 1.2×10^4 电子伏特，求电子的加速度 $a=?$ 若电子枪与屏的距离为 20 厘米，问电子打到屏上时，受地球磁场的影响产生的偏离有多大？



习图 1-2

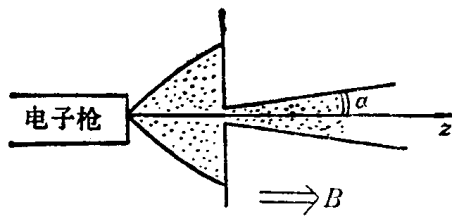


习图 1-3

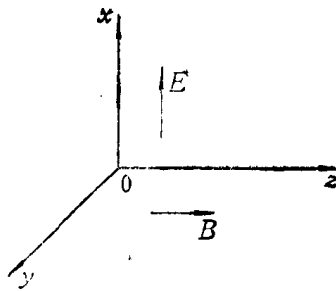
7. 磁场的磁力线分布如习图 1-3 所示，当磁场很强，电子初速 v_0 很小时，电子轨迹是什么样子？从物理上加以定性的解释。

8. 如习图 1-4 所示，带有小孔的挡板，切去了由电子枪中发出的射束的边缘电子，使得挡板右侧电子束的半锥角 α 很小，挡板右侧为均匀磁场，方向如图所示，若 $B=600$ 高斯， $\alpha=2^\circ$ ，电子在电子枪中受到 500 伏特电位差的加速，求：

- (1) 电子束散开的最大横截面半径是多少？
- (2) 离开挡板多远处，电子束又将会聚在同一点上？



习图 1-4

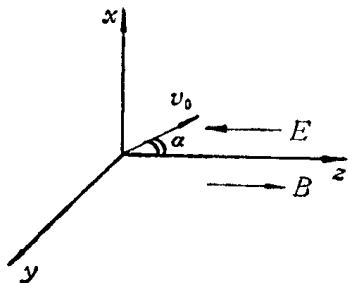


习图 1-5

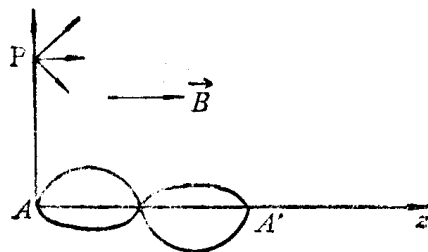
9. 一组正交电磁场，方向如习图 1-5 所示，从坐标原点发出一个电子，设此电子初速为 0，请在图中画出电子轨迹的形状。

10. 均匀磁场 B 与电场 E 的方向都平行于 z 轴，从坐标原点发出电子，初速度为 v_0 ，角度为 α ，电子轨迹的形状能求出吗？（从物理概念上分析电子轨迹形状。）如习图 1-6。

11. 对上题所述的平行的均匀电磁场，解出电子运动方程式。并说明这种复合电磁场在什么条件下能够实现电子束的理想聚焦。（即从一点发出的速度大小、方向不同的电子经过场的作用又能会聚到一个点。）



习图 1-6



习图 1-7

12. 长螺管所形成的均匀磁场 B ，方向如习图 1-7 所示，从 A 点和 P 点分别发出两束电子，此两束电子有各种初速度，但 z 向速度分量相同，若 A 点发出的电子在磁场作用下会聚于 A' ，求 P 点发出的电子会聚于何处？（求 P' 的位置）。若磁场 $B = 100$ 高斯，问自 P 点发出的电子经过多长时间可达 P' ？

13. 为什么电子显微镜的分辨能力可以做到比光学显微镜大很多倍？

第二章 电子光学中的场

本章主要研究场分布的一些基本规律。对场的性质有以下假定，

- (1) 静场，即场与时间无关
- (2) 真空中的场
- (3) 不考虑电子束本身的空间电荷和电流的影响，即场中没有自由的空间电荷或空间电流分布

在这些假定条件下，麦克斯韦方程的矢量形式为：

$$\nabla \times \vec{E} = 0, \quad \nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{B} = 0, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

式中 \vec{E} 为电场强度， \vec{B} 为磁感应强度。

上式表明，在本章假定下电场和磁场都是无源无旋的。电场也可用电位 φ 来表示 ($\vec{E} = -\nabla\varphi$)，则可得拉氏方程：

$$\nabla^2\varphi = 0 \quad (2.3)$$

对磁场引入磁矢位 \vec{A} ($\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$)，代入式(2.2)中得到

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = 0$$

为简化，引入附加条件，设 \vec{A} 满足 $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ 可得出

$$\nabla^2 \vec{A} = 0 \quad (2.4)$$

§ 1 轴对称静电场的数学表示式

电子光学中静电场通常是采用具有旋转对称形状的电极加上不同的直流电压来形成。例如常采用两个同轴的金属筒所构成的系统。由于电极系统对于某根轴具有旋转对称性，它们产生的场也具有同样的性质，这种场常称为旋转对称场，或轴对称场。

我们写出静电场拉氏方程的普遍形式：

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \left[\frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{H_2 H_3}{H_1} \frac{\partial \varphi}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{H_3 H_1}{H_2} \frac{\partial \varphi}{\partial q_2} \right) + \frac{\partial}{\partial q_3} \left(\frac{H_1 H_2}{H_3} \frac{\partial \varphi}{\partial q_3} \right) \right] = 0 \quad (2.5)$$

式中 H_i 为拉姆系数， $i=1, 2, 3$ 。

q_1, q_2, q_3 为正交曲线坐标，它们与直角坐标的关系为： $q_1 = f_1(x, y, z)$ ， $q_2 = f_2(x, y, z)$ ， $q_3 = f_3(x, y, z)$ ，但在求拉姆系数时，应将 x, y, z 写成 (q_1, q_2, q_3) 的函数，因为

$$H_i^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial q_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_i} \right)^2 \quad (2.6)$$

在直角坐标系中 $H_1 = H_2 = H_3 = 1$ ，所以，

$$\nabla^2\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} \quad (2.7)$$

为了描述轴对称场，我们引入圆柱坐标系，并使旋转对称轴与坐标系的 z 轴重合。

$$q_1 = r, \quad q_2 = \theta, \quad q_3 = z$$