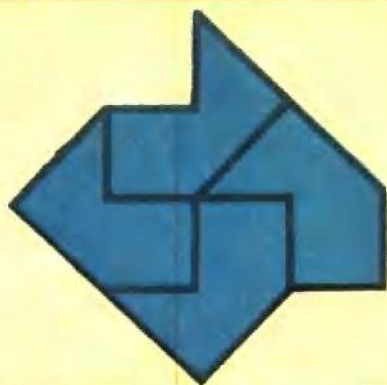
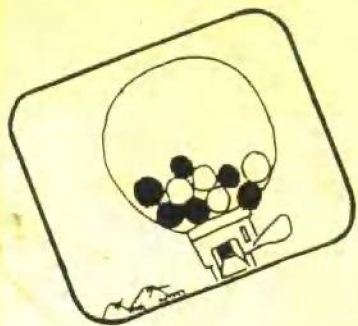
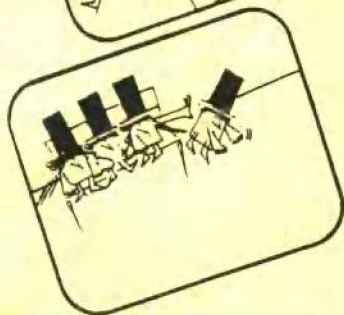
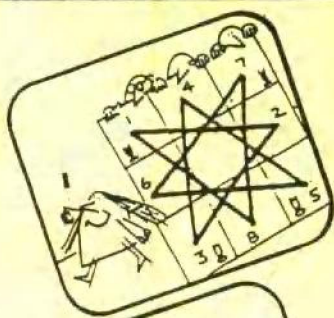




妙想奇思

趣味
数学谜题
60 例

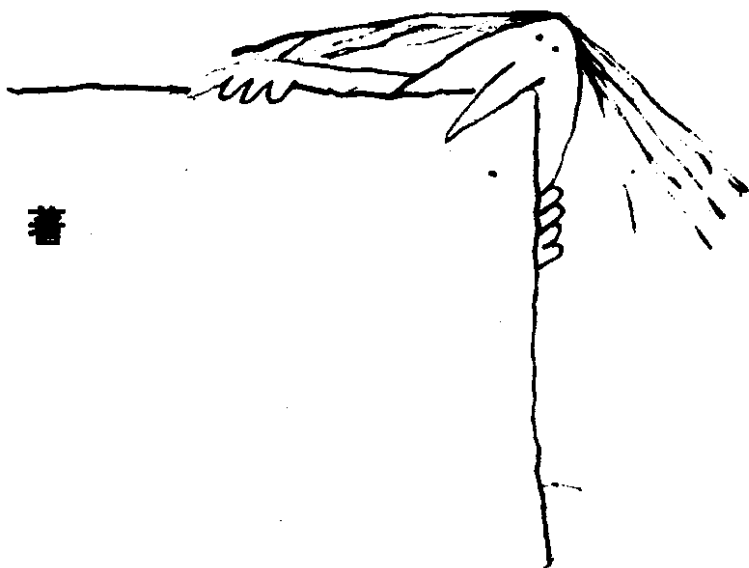


〔美〕马丁·加德纳 著

[美] 马丁·加德纳 著

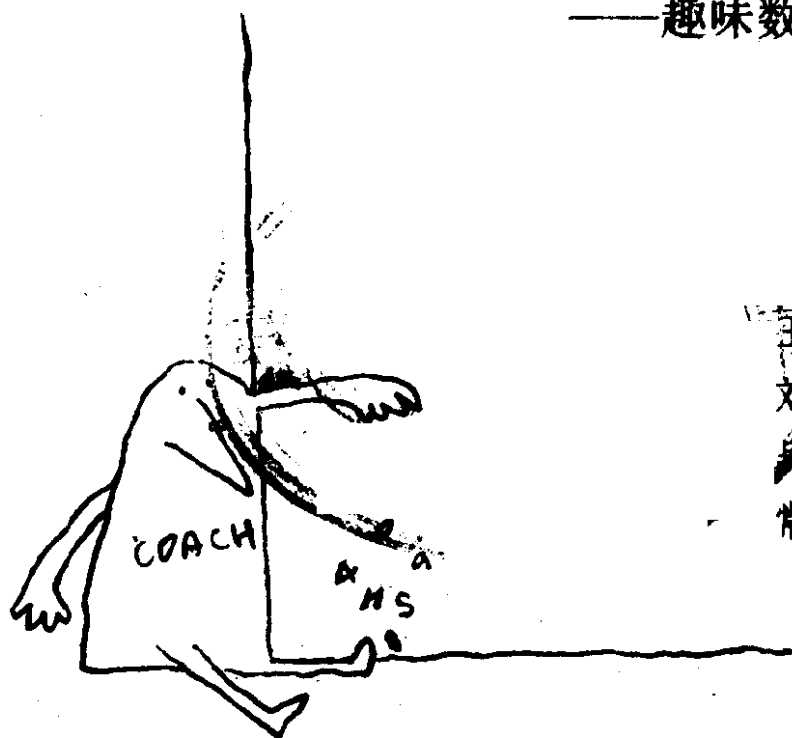
农村读物出版社

1992年·北京



妙想奇思

——趣味数学谜题 60 例



主 东	孔德龙
刘正新	李建臣
吴海涛	高 思
常 青	韩立军
编	译

(京)新登字 169 号

妙想奇思

——趣味数学谜题 60 例

王东 孔德龙 刘正新 李建臣 编译
吴海涛 高思 常青 韩立军
责任编辑 高雅云 张 力

*

农村读物出版社 出版
衡水地区印刷厂 印刷
各地新华书店 经销

*

787×1092 毫米 1/32 8 印张 174 千字
1992 年 2 月第 1 版 1992 年 2 月河北第 1 次印刷
印数:1—7000
ISBN 7—5048—1846—1/G·489 定价:3.70 元



第一章 奇妙的组合

1.	口香糖问题	(8)
2.	乒乓问题	(12)
3.	奎伯的杯子问题	(14)
4.	复杂的路	(17)
5.	混淆的婴儿	(22)
6.	奎伯的杯子	(25)
7.	牛排战略	(28)
8.	恼人的花砖	(31)
9.	奎伯的宠物	(36)
10.	药品混杂问题	(39)
11.	药品严重混乱问题	(41)
12.	割手链	(44)

第二章 几何技巧

13.	巧切乳酪	(50)
14.	长度求解的技巧	(54)
15.	曲径通幽	(57)
16.	神奇的剑	(62)

17.	奇妙的路线	(66)
18.	奎伯的火柴	(73)
19.	奇妙的切割	(76)
20.	简单而复杂的立方体	(82)
21.	关于地毯的困惑	(87)
22.	蛋糕的奇异切法	(91)

第三章 数字游戏

23.	唱片要割裂吗	(96)
24.	尼斯湖怪物	(101)
25.	多余的一个	(103)
26.	眼睛与腿	(108)
27.	吓人的碰撞	(111)
28.	奇怪的商品	(114)
29.	未入册的电话号码	(115)
30.	糟糕的帽子	(121)
31.	钱的故事	(126)
32.	亨利叔叔的钟	(128)

33.	1776 引起的兴致	(132)
-----	------------------	-------

第四章 令人迷惑的游戏

34.	狡猾的出租车司机	(140)
35.	颜色伙伴	(143)
36.	六道诡秘的谜题	(149)
37.	一次大抢劫	(153)
38.	艾奇博士的测验	(157)
39.	艾奇的奖赏	(162)
40.	假日理发	(169)
41.	理发店的挑战	(171)
42.	发生在太阳峡谷的谋杀案	(174)
43.	发生在饮水喷泉旁的欺骗手段	(177)

第五章 趣味程序

44.	十五诀窍	(182)
-----	------------	-------

45.	河马难题	(191)
46.	分配家务	(195)
47.	弯曲杂技	(199)
48.	小岛撞机	(205)
49.	一个可爱的懒汉	(208)
50.	环境医生	(214)

第六章 语词游戏

51.	Shee Lee Hoi	(220)
52.	Mary Belle Byram	(222)
53.	四方形家庭	(224)
54.	难捉摸的 8	(226)
55.	勒索酒馆	(229)
56.	隐藏起来的符号	(233)
57.	金环	(236)
58.	Flo Stuvy	(237)
59.	奇妙的序列	(238)
60.	分割语词	(241)

附录:答案	(243)
后记	(248)

前言

创造性行为很少出自逻辑与推理。惊人的想法每每不期而至，因而数学家们常说灵感之产生与你正在做什么全然无关。也许你在旅行，也许你在刮胡子，或者在随便想着什么，灵感却突然产生。创造性过程并不因你美好的愿望而闪现，亦不垂青你崇高的奉献精神。实际上，在你的精神充分放松、你的想象自由翱翔时，灵感女神或许已悄然叩动着你未启的心扉。

——马利斯·克莱恩

实验心理学家们常常提到一位教授测试一个大猩猩解决问题能力的试验。一只香蕉被挂在天花板的中央，其高度是猩猩跳起来也不足以拿到。屋子里除了在墙边放几个木箱外没有其它任何东西。试验的目的是要看猩猩能否想到把木箱码到屋子中央，然后攀登上去摘到香蕉。

被测试的猩猩默默地萎缩在角落里，沮丧地望着心理学家来回忙碌摆放木箱。当这位教授经过屋子正中央的时候，猩猩突然一跃而起，迅速跃上教授的肩膀，然后向上一跳，摘走

了香蕉。

这一有趣的实验寓意在于：一个貌似复杂的问题，有时解决的办法可能出乎意料地简单。在这个试验中，猩猩的做法不过是靠它的直觉以及以往的经验，但此做法却令我们的教授始料不及。

数学的核心问题就是无终止地探求简单而再简单的方法，去证明各种理论，去解决各种问题。常常有这样的事例：一个理论的最初证明需写出 50 多页厚的一大本，其中充满了严密的推理；几年以后另外的数学家——也许名不见经传——却突发奇想，寥寥数行就给出了清楚而科学的证明。

这种瞬间闪光的妙想，心理学家称之为“灵感”(aha! reactions)。它们看起来确乎鬼使神差。有一个很有名的故事，说的是爱尔兰数学家威廉·朗万·汉密尔顿在散步经过石桥时突然发明了四元法的事情。他当时奇妙的想法是他忽然认识到并非整个代数系统都要遵循交换律。他兴奋得不知所措，当即把这些基本公式刻在了石桥上，据说这块刻有公式的石头一直留存至今。

瞬间的妙想在一个创造性的头脑中究竟起什么作用？恐怕没人能说得很清楚。它的确是一个不可思议的过程，没有人能把它从头脑中捕捉出来送进计算机里，而计算机解决问题必须是按照事先给定的程序机械地一步一步地去做。计算机的应用价值也仅仅是计算速度快得惊人——可以迅速解决一个数学家需不停地计算几千年才可能解决的问题。

灵感，是一种思维的创造性飞跃，其外在表现有时是瞬间闪现出解决问题的最佳途径，它与一般意义上的智慧是有很大的差别的。最近的研究表明，那些经常产生灵感的人，其智力水平大都近于中等，间或有人智力超常，其灵感与智力之间亦

无必然联系。通过水平测试我们可以看到，一个人的智商可能相当高，但产生灵感的能力却很低；反之，有的人在许多方面的表现并不出色，但这并不排斥他可能妙招迭出。例如爱因斯坦，他对经典数学并不很熟练，他在中学及大学中的成绩亦很平平，但是，相对论却恰恰在这样的头脑中诞生，其意义之深远足以彻底改变整个传统物理学的根基。

本书中我们精选了一些貌似复杂、实际上你若果真循规蹈矩地去解决也确实很困难的问题。但如果你能让你的思维从那些规范解题的园囿中跳出来，你或许能蓦然发现问题的答案何其简单。如果开卷伊始你就遇到了拦路虎，请不要气馁，不要匆忙去看书后的答案，而要尽自己最大努力来解决问题。不需很久你就会得其要领，领会个中要旨，把握其中非常规的思维脉搏，这时你会惊奇地发现你的灵感不断涌现，你会深有感触地意识到在处理日常生活中种种事情时，你可能也会妙招迭出。比如你要拧紧一个螺丝，一定需要一个改锥吗？随手用一个硬币如何？

用本书的问题来考考你的朋友或许会给你带来极大的乐趣。一般情况下，他们会苦思冥想不得其解，最终告难而退。这时你告诉他简单的解答，他们则往往是瞠目惊讶，继而赧然失笑。为什么会笑？心理学家的解释亦不肯定，不过对创造性思维的研究可以显示一点，即创造能力与幽默并非无缘。或许一些奇思妙想与人的精神愉快有关。能够创造性地解决问题的人似乎是这一类人：他们喜欢向问题提出挑战，就像有的人着迷于棒球或象棋比赛一样。闲暇游玩的愉悦形成了灵感产生的氛围。

想法的奇妙与思维的快慢没有必然联系。一个思维慢的人对某个问题的着迷程度并不逊色于一个思维快的人，甚至

完全有可能在解决问题时想法更奇妙。轻而易举地解决了问题所带来的喜悦会促使一个人回过头来重新考虑常规的解题思路。本书愿为任何读者服务,但更偏爱那些富有幽默感的理解能力超群的人。

这里谈到的奇思妙想,与科学、艺术、商业、政治及其它人类所从事各项活动的任何领域中的创造力有着密不可分的联系。科学史上的每一次伟大革命几乎都是不囿常规的直觉飞跃的产物。倘若不是宇宙万物无休止地向我们提出各种困惑,科学何以存在?大自然母亲创造了许多有趣的现象,然后向那些科学家们提出了挑战,要求他们解释出其所以然。在很多情况下,答案并非要在不断重复的试验中寻找,像托马斯·爱迪生寻找电灯的灯丝那样,甚至也不需要依据有关理论知识去推演。在许多情况下答案完全出自 Eureka(偶然)。实际上 Eureka 一词出自古希腊的一则典故,故事说的是阿基米德在浴盆中解决了一个有关皇冠的问题。传说当时阿基米德极度兴奋,跳出浴盆赤条条跑到了街上高喊“Eureka! Eureka!”

本书中我们把精选的问题分成了六类:组合、几何、数字、逻辑、程序以及语词。每一类内容都比较宽泛,不同类之间的交叉亦无法避免。有时在这一类中讨论的问题,在下一类中的某个地方可能还会触及。对每一个问题我们都力争从一个有趣的故事出发,围绕着这个故事引发开去,使你在兴致勃勃中解决问题。这样做的目的是想通过情绪的协调来激发你超常的思维。希望你在处理每一个新问题时,不管这个问题多么稀奇古怪,不要花费许多不必要的时间在一个思路上钻牛角尖,要从各个不同的角度去考虑。

每一个问题都配有加拿大画家吉姆·格林先生绘制的简明示意图,问题之后还附有说明。这些说明使问题逐步深入,

其中很多说明会把你带入五光十色、扑朔迷离的现代数学王国。在有些地方,我们还特别指出某些问题至今尚无定论。

我们将尽力在叙述问题的过程中给你一点小小的提示,考虑问题的思路常循着以下几个角度:

1. 这个问题能否被简化为更简单的形式?
2. 能否不改变问题的实质而只在形式上做些变通,使之简明易解?
3. 你本人能不能发明一种简单算法去解决它?
4. 能否把数学领域中别的分支理论应用到这个问题中来?
5. 你能举出正反面的例子来验证这个问题的结论吗?
6. 题中给出的已知条件是否都与要求的结论有关?是否有些已知条件反倒把你的思路引向歧途。

目前,计算机的应用日益广泛,已遍及数学王国的每个角落,人们对计算机的依赖也愈加强烈。计算机根据你给它编定的程序工作,大量反复的机械运算,它可能几秒钟就完成了。但你编一个合适的程序并把它输入计算机恐怕总要花去几小时甚至几天的时间吧?有时艰苦的编程过程恰恰引发了你奇思妙想的灵感。靠这种天助的灵感,也许你根本不必再编什么程序,轻而易举就解决了问题,这也并非不可能。

一味依赖计算机,人的聪明才智就会消失,人的创造能力也将泯灭,这岂不是人类的悲哀?本书的主旨正是要训练你的创造性思维,增进你巧解问题的能力。

奇妙的组合

——关于排列的谜题□——

组合分析,即组合学,是研究事件如何排列的。用略专业的说法,组合分析是将诸元素按不同的规则和特性组合为集合的研究方法。

例如,第一个问题是关于不同颜色的球的分组方法。这个问题要求读者按某一特性找到彩球的最小集合。第二个问题是关于参赛者按图表以淘汰制分组的方法——这也是计算机中重要的计算部分数据分类的问题。

组合分析通常要找到根据某种规则进行分组的全部组合。如所谓“穷举问题”在苏珊上学路径中的应用,在这个问题上,组合的元素是沿模型边缘的曲线路径,由于几何图形被引入,我们称其为组合几何。

每个数学分支都有其组合问题,你将在本书各节中找到它们。有组合数学,组合拓扑,组合逻辑,组合集合理论——甚至组合语言,这将在语词游戏一章看到。组合学在概率理论方面尤为重要,在找到概率公式以前列举所有可能的组合是非常必要的。有一个著名的概率问题集叫作“机会与机遇”,题目中“机会”这个词指的就是组合因素。

我们第一个问题涉及概率是因为彩球按某一特定要求排

列,文中提出了如何解决类似的简单的概率问题。列举苏珊上学路径问题提供了帕斯卡三角在概率问题中的应用。

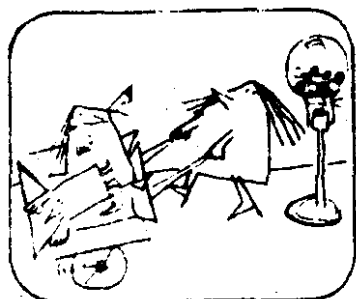
解决已知组合问题的排列可能没有,可能只有一种,也可能有几种或无数种。没有一种两个奇数的组合能使这两个奇数的和仍是奇数。只有一种两个质数的组合,使得这两个质数的积是 21,满足两个正整数的和是 7 的组合有三种,有无限多种两个偶数的组合使得它们的和仍是偶数。

在组合理论中更多的是很难找到“不可能事件的证明”,即没有满足要求的组合。例如,直到最近才证明地图的绘制需要五种颜色,这在组合拓扑中曾是一个著名的无解问题,这个不可能证明需要庞杂的计算机程序。

另一方面,许多最初很难证明其不可能性的组合问题,在具有了巧妙的想法后却很容易证明。在“恼人的花砖”问题中,我们看到简单的奇偶检验马上导致了用其它方式很难证明的组的不可能性。

关于小球的第二个问题把组合思想和不同数学体系的应用结合了起来。我们知道,可以依赖组合的规则,用数学做各个位置的记号,实际上,所有的推理,无论是数学的还是逻辑的,都能用一串组合符号来进行,不管这是不是合适的说法。所以 17 世纪组合学的创始人莱布尼茨称这种推论技巧为排列组合。

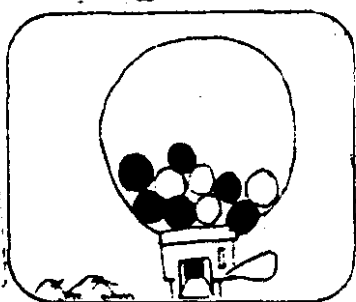
1 口香糖问题



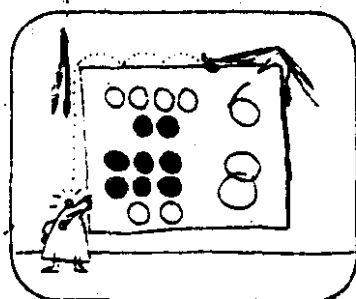
a. 琼斯太太竭力想快点走过那个口香糖售货机，以免她的双胞胎看到。

第一个孩子：妈，我想要口香糖。

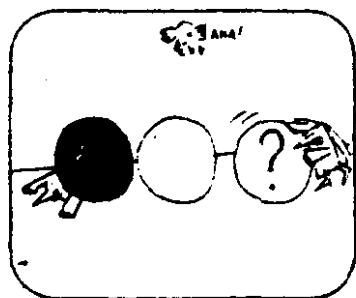
第二个孩子：妈，我也要，我要和比利一样的。



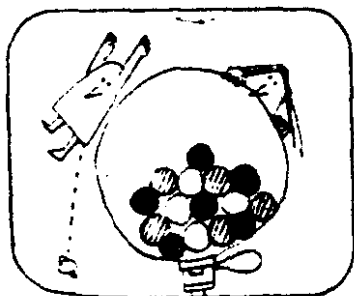
b. 口香糖售货机差不多空了，没法知道下一个糖球是什么颜色，琼斯太太要想得到两个同样的糖球，她必须准备花多少钱？



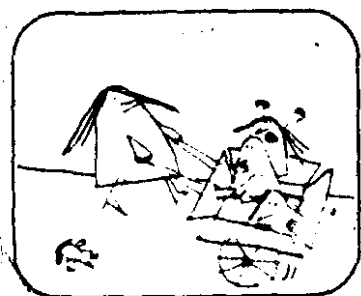
c. 琼斯太太可以花 6 便士买 2 个红球——其中 4 便士买所有白球，另 2 便士买一对红球；或者花 8 便士买 2 个白球。所以她必须准备 8 便士，对吗？



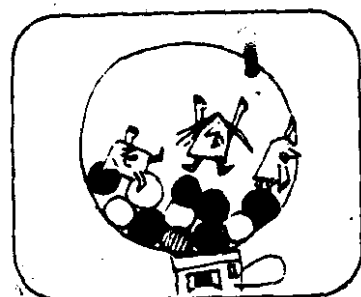
d. 错了。如果头两个球颜色不一样，那么第三个球必与其一相配，所以 3 便士就足够了。



e. 现在假设机器中有 6 个红球, 4 个白球, 5 个蓝球, 你能算出琼斯太太需花多少钱能买一对同样的球吗?



f. 如果史密斯太太带着她的三胞胎从同一个口香糖售货机旁过, 你仔细想想, 你认为 4 便士够吗?



g. 这次售货机中有 6 个红球, 4 个白球和一个蓝球, 史密斯太太要花多少钱能买三个一样的球?

需要多少钱?

第二个口香糖问题是第一个口香糖问题的简单变化, 可以用同样的思路来解决。在这个问题中, 取头三个球可能是不同颜色——红色、白色和蓝色。这是没有达到预想结果的最长排列, 第四个球一定与前三个球中的一个相同。所以只要买 4 个球必能得到相同的一对球, 琼斯太太要准备 4 便士。