

高等学校教学参考书

# 数理统计例题与习题

沈恒范 赵忠柏 编

吉林科学技术出版社

高等学校教学参考书  
**数学统计例题与习题**  
沈恒范 赵忠栢 编

吉林科学技术出版社出版 吉林省新华书店发行  
洮安县印刷厂印刷

787 × 1092毫米32开本 5.875印张 128,000字  
1986年 2月第 1版 1986年 2月第 1次印刷印  
印数：1—4,540册  
统一书号：13376·31 定价：1.40元

# 前 言

随着我国社会主义现代化建设事业的发展，概率论与数理统计越来越广泛地应用于自然科学、技术科学、国民经济以及工农业生产中。编写本书的目的就在于帮助读者深入理解数理统计的理论和方法及其在各种实际问题中的应用。

在本书的每节中，都有数理统计的基本内容（包括定义、定理、方法等）的简要叙述，例题及解法示范，以及一定数量的习题。本书选编的习题都附有答案，以便读者检查自己的学习效果。

本书主要是为高等工科院校的教师和学生编写的教学参考书，也可以作为高等理科及师范院校的师生、工程技术人员、中等专业学校教师的参考书籍。

编写本书的过程中，曾得到吉林工业大学数学教研室的同志们的支持和帮助，谨致以诚挚的谢意。

限于编者的水平，本书一定存在不少缺点和错误，希望读者批评和指正。

编 者

# 目 录

第一章	数理统计的基本概念	1
§ 1	统计分布 (经验分布)	1
§ 2	样本平均值与样本方差	9
§ 3	样本原点矩与样本中心矩	15
§ 4	正态总体统计量的分布	21
第二章	参数估计	27
§ 5	点估计——数字特征法	27
§ 6	点估计——顺序统计量法	33
§ 7	点估计——极大似然法	36
§ 8	正态总体数学期望与方差的区间估计	41
§ 9	两个正态总体数学期望之差与方差之比的 区间估计	50
第三章	假设检验	56
§ 10	关于正态总体参数的假设检验	56
§ 11	关于两个正态总体参数的假设检验	64
§ 12	关于分布律的假设检验 (皮尔逊 $\chi^2$ 准则)	73
第四章	方差分析	84
§ 13	单因素的方差分析	84
§ 14	双因素无重复试验的方差分析	94
§ 15	双因素等重复试验的方差分析	110
第五章	回归分析	122
§ 16	一元线性回归分析	122
§ 17	非线性回归问题	139
§ 18	多元线性回归分析	150
	习题答案	158
	附 录	169

# 第一章 数理统计的基本概念

## §1 统计分布(经验分布)

### 基本内容

数理统计中,被研究的对象的全体叫做总体;组成总体的每个单元叫做个体.

从总体中抽取的一部分个体叫做样本;样本中所包含的个体的数目叫做样本容量.

从总体中随机地、独立地抽取样本叫做简单随机抽样;这样得到的样本叫做简单随机样本.今后凡是提到抽样及样本,都是指简单随机抽样及简单随机样本而言.

在试验(观测)之前,各次试验将要取得的数据 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ 都是随机的,即 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ 都是随机变量,它们相互独立,并且与总体 $\xi$ 服从相同的分布.试验结果得到的一组具体的、确定的数值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ,就不再是随机的了.由此可见,样本具有两重性.为了方便起见,我们把 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 既看作是随机变量 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ 的观测值,又看作是这些随机变量本身.

把抽样得到的数据进行整理,可以得到随机变量的统计分布(经验分布).

对于离散随机变量,我们有如下的频率分布表:

观测值	$x_1$	$x_2$	...	$x_l$	总计
频数	$m_1$	$m_2$	...	$m_l$	$n$
频率	$w_1$	$w_2$	...	$w_l$	1

上表中

$$x_1 < x_2 < \dots < x_l,$$

$$\sum_{i=1}^l m_i = n,$$

$$w_i = \frac{m_i}{n},$$

$$\sum_{i=1}^l w_i = 1.$$

用横轴上的点表示离散随机变量 $\xi$ 的观测值 $x_1, x_2, \dots, x_l$ , 而用对应的纵坐标表示取得这些值的频率 $w_1, w_2, \dots, w_l$ , 再用折线顺次地把这些点 $(x_i, w_i)$ 联结起来, 就得到离散随机变量的频率分布图——多边形图。

对于连续随机变量, 通常是把随机变量观测值所分布的区间分为10~15个相互邻接的小区间, 各小区间的长度可以相等, 也可以不相等, 然后按这些区间把随机变量的一切观测值分组, 就得到随机变量的观测值落在各个区间内的频率分布表,

区 间	$a_0 \sim a_1$	$a_1 \sim a_2$	...	$a_{l-1} \sim a_l$	总计
频 数	$m_1$	$m_2$	...	$m_l$	$n$
频 率	$w_1$	$w_2$	...	$w_l$	1

在横轴上截取各个区间，以各区间为底作矩形，使矩形的面积等于随机变量观测值落在该区间内的频率（如果各区间的长度相等，则矩形的高与落在该区间内的频率成比例）。这样，就得到连续随机变量的统计分布图——直方图。

## 例 题

**例1.1** 在一小时内观测电话用户对电话站的呼唤次数按每分钟统计得到数据如下：

0	0	1	2	1	2	2	3	4	1
1	2	0	2	3	1	3	1	4	1
0	1	2	5	3	1	2	2	2	4
1	2	0	2	3	4	2	5	0	2
2	4	3	1	1	3	2	3	4	6
1	1	0	3	2	1	3	1	2	0

写出一分钟内电话呼唤次数的频率分布表并画出频率分布图。

**解** 我们有频率分布表如下：

一分钟内呼 唤次数 $x_i$	0	1	2	3	4	5	6	总计
频数 $m_i$	8	16	17	10	6	2	1	60
频率 $w_i$	0.133	0.267	0.283	0.167	0.100	0.033	0.017	1.000

频率分布图如图 1 所示。

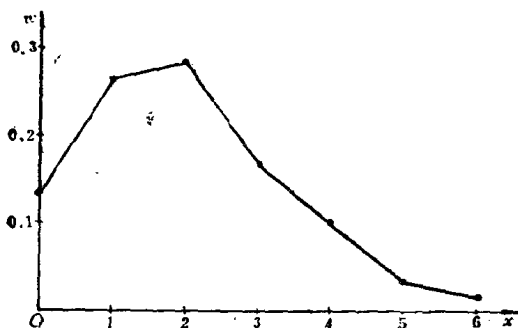


图 1

**例1.2** 测量100个某种机械零件的重量(克), 得到样本观测值如下:

246	251	259	254	246	253	237	252	250	251
249	244	249	244	243	246	256	247	252	252
250	247	255	249	247	252	252	242	245	240
260	263	254	240	255	250	256	246	249	253
246	255	244	245	257	252	250	249	255	248
258	242	252	259	249	244	251	250	241	253
250	265	247	249	253	247	248	251	251	249
246	250	252	256	245	254	258	248	255	251
249	252	254	246	250	251	247	253	252	255
254	247	252	257	258	247	252	264	248	244

写出零件重量的频率分布表并画出频率分布图。

**解** 因为零件重量是连续随机变量, 样本观测值的最小值是237克, 最大值是265克, 所以我们把数据的取值区间取为(236.5, 266.5), 并把此区间等分为10个小区间:

(236.5, 239.5), (239.5, 242.5), ..., (263.5, 266.5),



由此得到零件重量的频率分布表:

零件重量 (克)	频 数 $m_i$	频 率 $w_i$
236.5~239.5	—	0.01
239.5~242.5	正	0.05
242.5~245.5	正正	0.09
245.5~248.5	正正正正	0.19
248.5~251.5	正正正正正	0.24
251.5~254.5	正正正正正	0.22
254.5~257.5	正正—	0.11
257.5~260.5	正—	0.06
260.5~263.5	—	0.01
263.5~266.5	丁	0.02
总 计	100	1.00

频率分布图如图 2 所示。

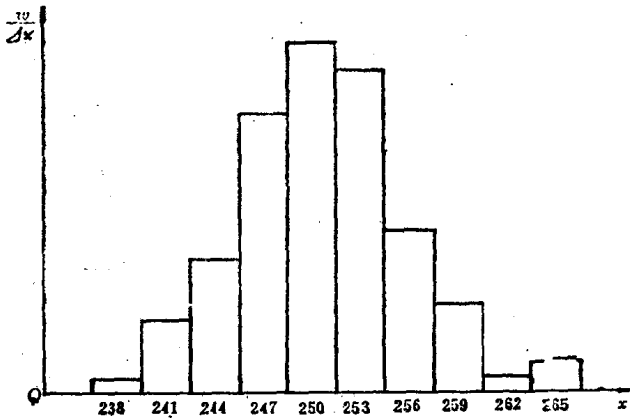


图 2

**例1.3** 在自动精密旋床加工过程中任意抽取200个小轴，测得轴的直径与规定尺寸的偏差统计如下表：

偏 差 (微米)	频 数
-20~-15	7
-15~-10	11
-10~-5	15
-5~0	24
0~+5	49
+5~+10	41
+10~+15	26
+15~+20	17
+20~+25	7
+25~+30	3
总 计	200

写出频率分布表并画出频率分布图。

**解** 我们有频率分布表如下：

偏 差 (微米)	频 率
-20~-15	0.035
-15~-10	0.055
-10~-5	0.075
-5~0	0.120
0~+5	0.245
+5~+10	0.205
+10~+15	0.130
+15~+20	0.085
+20~+25	0.035
+25~+30	0.015
总 计	1.000

频率分布图如图 3 所示。

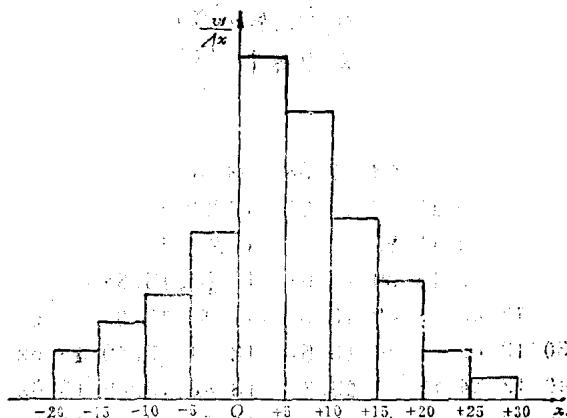


图 3

### 习 题

1.1 某食品厂为加强质量管理，对某天生产的罐头抽查 100 个，测得各个罐头的净重（克）如下：

342	340	348	346	343	342	346	341	344	348
346	346	340	344	342	344	345	340	344	344
343	344	342	343	345	339	350	337	345	349
336	348	344	345	332	342	342	340	350	343
347	340	344	353	340	340	356	346	345	346
340	339	342	352	342	350	348	344	350	335
340	338	345	345	340	336	342	333	343	343
341	347	341	347	344	339	347	348	343	347
346	344	345	350	341	338	343	339	343	346
342	339	343	350	341	346	341	345	344	342

写出罐头净重的频率分布表并画出频率分布图。

1.2 为研究某车间生产的铆钉头的质量，从该车间所产铆钉头中抽取 200 个，测得各个铆钉头的直径（毫米）如下：

13.39	13.43	13.54	13.64	13.40	13.55	13.40	13.26
13.42	13.50	13.32	13.31	13.28	13.52	13.46	13.63
13.38	13.44	13.52	13.53	13.37	13.33	13.24	13.13
13.53	13.53	13.39	13.57	13.51	13.34	13.39	13.47
13.51	13.48	13.62	13.58	13.57	13.33	13.51	13.40
13.30	13.48	13.40	13.57	13.51	13.40	13.52	13.56
13.40	13.34	13.23	13.37	13.48	13.48	13.62	13.35
13.28	13.59	13.47	13.46	13.62	13.54	13.20	13.38
13.43	13.35	13.56	13.51	13.47	13.40	13.29	13.20
13.46	13.44	13.42	13.29	13.41	13.39	13.50	13.48
13.53	13.34	13.45	13.42	13.29	13.38	13.45	13.50
13.55	13.33	13.32	13.69	13.46	13.32	13.32	13.48
13.29	13.25	13.44	13.60	13.43	13.51	13.43	13.38
13.24	13.28	13.58	13.31	13.31	13.45	13.43	13.44
13.34	13.49	13.50	13.38	13.48	13.43	13.37	13.29
13.54	13.33	13.36	13.46	13.23	13.44	13.38	13.27
13.66	13.26	13.40	13.52	13.59	13.48	13.46	13.40
13.43	13.26	13.50	13.38	13.43	13.34	13.41	13.24
13.42	13.55	13.37	13.41	13.38	13.14	13.42	13.52
13.38	13.54	13.30	13.18	13.32	13.46	13.39	13.35
13.34	13.37	13.50	13.61	13.42	13.32	13.35	13.40
13.57	13.31	13.40	13.36	13.28	13.58	13.58	13.38
13.26	13.37	13.28	13.39	13.32	13.20	13.43	13.34
13.33	13.33	13.31	13.45	13.39	13.45	13.41	13.45
13.40	13.36	13.45	13.48	13.29	13.58	13.44	13.56

写出铆钉头直径的频率分布表并画出频率分布图。

## §2 样本平均值与样本方差

### 基本内容

样本 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的函数叫做统计量。数理统计中最常用的统计量是样本平均值与样本方差。

**定义1** 设在 $n$ 次试验中，第 $i$ 次试验时出现的观测值记作 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ ，则样本平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

样本方差

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2,$$

样本标准差

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

为了简化样本方差 $s^2$ 的计算，可以利用下面的公式：

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2.$$

**定义2** 设在 $n$ 次试验中，样本观测值经过整理后得到如下的频数分布表：

观测值	$x_1$	$x_2$	...	$x_l$	总计
频数	$m_1$	$m_2$	...	$m_l$	$n$

则样本平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^l x_i m_i,$$

样本方差

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^l (x_i - \bar{x})^2 m_i,$$

样本标准差

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^l (x_i - \bar{x})^2 m_i},$$

为了简化样本方差 $s^2$ 的计算，可以利用下面的公式：

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^l x_i^2 m_i - \bar{x}^2.$$

## 例 题

例2.1 进行10次试验，得到观测值如下：

13 20 19 22 20 21 19 19 20 21.

计算样本平均值及样本方差。

解 按定义1计算得样本平均值

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{10} (13 + 20 + 19 + 22 + 20 + 21 + 19 + 19 + 20 + 21) \\ &= 19.9. \end{aligned}$$

样本方差

$$s^2 = \frac{1}{10}(18^2 + 20^2 + 19^2 + 22^2 + 20^2 + 21^2 + 19^2 + 19^2 + 20^2 + 21^2) - 19.9^2$$
$$= 1.29.$$

又按定义 2 计算也得样本平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{10}(18 \times 1 + 19 \times 3 + 20 \times 3 + 21 \times 2 + 22 \times 1)$$
$$= 19.9.$$

样本方差

$$s^2 = \frac{1}{10}(18^2 \times 1 + 19^2 \times 3 + 20^2 \times 3 + 21^2 \times 2 + 22^2 \times 1) - 19.9^2$$
$$= 1.29.$$

**例 2.2** 在例 1.1 中, 计算一分钟内电话呼唤次数的样本平均值及样本标准差.

**解** 按定义 2 计算得样本平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{60}(0 \times 8 + 1 \times 16 + 2 \times 17 + 3 \times 10 + 4 \times 6 + 5 \times 2 + 6 \times 1)$$
$$= 2.$$

样本方差

$$s^2 = \frac{1}{60}(0^2 \times 8 + 1^2 \times 16 + 2^2 \times 17 + 3^2 \times 10 + 4^2 \times 6 + 5^2 \times 2 + 6^2 \times 1) - 2^2$$
$$= 1.93.$$

由此得样本标准差

$$s = \sqrt{1.93} = 1.39.$$

**例2.3** 在例1.2中, 计算零件重量的样本平均值及样本标准差.

**解** 按例1.2得到的频率分布表, 把各个区间的中点值取作 $x_i$ , 按定义2计算得样本平均值

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{100} (238 \times 1 + 241 \times 5 + 244 \times 9 + 247 \times 19 + \\ &\quad 250 \times 24 + 253 \times 22 + 256 \times 11 + 259 \times 6 \\ &\quad + 262 \times 1 + 265 \times 2) \\ &= 250.6(\text{克}).\end{aligned}$$

样本方差

$$\begin{aligned}s^2 &= \frac{1}{100} (238^2 \times 1 + 241^2 \times 5 + 244^2 \times 9 + 247^2 \times 19 \\ &\quad + 250^2 \times 24 + 253^2 \times 22 + 256^2 \times 11 \\ &\quad + 259^2 \times 6 + 262^2 \times 1 + 265^2 \times 2) - 250.6^2 \\ &= 26.82(\text{克}^2).\end{aligned}$$

样本标准差

$$s = \sqrt{26.82} = 5.18(\text{克})$$

**例2.4** 在例1.3中, 计算小轴直径与规定尺寸偏差的样本平均值及样本标准差.

**解** 把各个区间的中点值取作 $x_i$ , 按定义2计算得样本平均值

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{200} (-17.5 \times 7 - 12.5 \times 11 - 7.5 \times 15 \\ &\quad - 2.5 \times 21 + 2.5 \times 49 + 7.5 \times 41 + 12.5 \times 26 \\ &\quad + 17.5 \times 17 + 22.5 \times 7 + 27.5 \times 3) \\ &= 4.3(\text{微米}).\end{aligned}$$



## 样本方差

$$\begin{aligned}s^2 &= \frac{1}{200} [(-17.5)^2 \times 7 + (-12.5)^2 \times 11 \\ &\quad + (-7.5)^2 \times 15 + (-2.5)^2 \times 24 + 25^2 \times 49 \\ &\quad + 7.5^2 \times 41 + 12.5^2 \times 26 + 17.5^2 \times 17 \\ &\quad + 22.5^2 \times 7 + 27.5^2 \times 3] - 4.3^2 \\ &= 94.26 \text{ (微米}^2\text{)}.\end{aligned}$$

## 样本标准差

$$s = \sqrt{94.26} = 9.71 \text{ (微米)}.$$

## 习 题

2.1 求下列各组样本的样本平均值及样本方差:

(1) 11.20 11.28 11.12 11.20 11.40;

(2) 51 67 68 78 70 66 67 70 65 69;

(3) 99.3 98.7 100.5 101.2 98.4 99.7

99.3 100.5.

2.2 对100个靶进行射击,各打10发子弹,只计录击中与否,射击结果如下:

每靶击中数 $x_i$ :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
频数 $m_i$ :	0	0	1	5	10	23	24	20	11	4	2

求每靶击中数的样本平均值及样本标准差。

2.3 抽样测量100名学生的身高,得到如下数据: