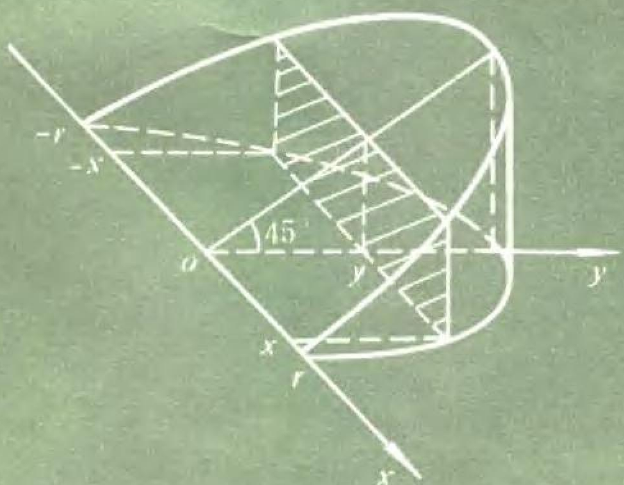
〔美〕 R·E·约翰逊　F·L·基奥克沫斯特　著

吴声钟　苏智贤　朱铉道编译　廖可人校

微积分与解析几何



微积分与解析几何

〔美〕R.E. 约翰逊
〔美〕F.L. 基奥克沫斯特 著

吴声钟
朱镕 译

廖可

電子工業出版社

内容简介

本书主要是根据美国大学教材《微积分与解析几何》（1978年第六版）的大部分内容编译而成的，内容包括解析几何、一元微积分、无穷级数、微分方程，并以微积分为主线，穿插讲述解析几何，使两者融为一体，突出数形结合。全书结构新颖，编排由浅入深，循序渐进，文字简明通俗易懂，最终达到大专水平。书中附有较多例题，每节有习题及答案与选解，每章末还有复习题及其答案与选解。

本书适用于各类干部大专班、职工大学、业余大学等作高等数学的试用教材或参考书，并可作为自学青年的学习用书，也可供专科院校中专师生及一般科技人员参考。

微积分与解析几何

〔美〕R.E. 约翰逊
〔美〕F.L. 基奥克沫斯特 著

吴声钟 苏智贤 朱铉道 编译 廖可人 审校

责任编辑：连潮东

*

电子工业出版社出版（北京市万寿路）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

山东电子工业印刷厂印刷

*

开本：850×1168 1/32 印张：18.375 字数：488千字

1985年11月第1版 1985年12月第1次印刷

印数：10000册 定价：4.00元

统一书号：13290·66

编 译 说 明

在职工教育、业余教育普遍开展的今天，为了适应广大读者学习高等数学的需要，通过初步调查研究，我们认为美国教材《微积分与解析几何》中的大部分内容：解析几何、一元微积分、无穷级数等，经适当改编后可供我国目前各类干部大专班、职工大学、业余大学等作为高等数学的试用教材或参考书；也可作为自学青年学习用书，并可供一般科技人员、中专师生参考。为此我们编译了原书的第 0 章至12章并另编了第13章微分方程写成本书。

在翻译、改编和试用的实践中，我们体会到原著有下列特色：

1. 以微积分为主线，穿插讲授解析几何，从而使二者融为一体，突出数形结合。

2. 适当地引入近代分析的一些讲法，例如，用去心邻域来定义函数极限，而将 ε-δ 说法作为去心邻域的一种表现形式。又如，在讨论函数的最大、最小值时，引进了临界数的概念和性质。

3. 内容编排由易到难，深入浅出，书中第 2 章至第 6 章介绍了微积分最基本的概念、运算与应用。但为了突出微积分的基本思想，分散初等数学的难点，运算方面仅涉及到代数函数，也就是先讲代数函数的微积分，接着在第 7 章用较高的观点重新讲授对数函数与指数函数及其微积分。第 8 章讲授三角与反三角函数及其微积分。这样的系统可使初等数学基础较差的读者也能掌握好微积分的基本知识。同时，由于导数与积分的概念、运算及应用可经过几次循环，所以读者就有反复巩固的机会。

4. 注重基本训练，配有较多的例题、习题。

我们在保留原著上述特色的基础上，结合我国的实际和习惯，对原著作了以下变动：对无穷大的概念作了补充，增加了微积分在经济方面应用的例题和习题；原书中定积分的定义及其应用是采用大和、小和的写法，本书改用黎曼和定义定积分以及用微元法讲述定积分应用；删去了少量要求较高的内容，如幂级数在其收敛区间内逐项求导的证明等；精选了例题和习题，并对部分较典型或较难的习题作了解答，帮助初学者掌握解微积分习题的基本方法。此外，叙述力求简要，文字通俗易懂。

本书对初等数学较差的读者，可在学习本书的过程中及时地补上学习微积分所必需的初等数学知识，节省了先补习高中数学的时间。书中12章和13章也可作为选学内容。本书习题较多，可供选做。当然，对初等数学基础较好的读者，可略读有关章节，此外读者还可再补充一些多元函数的微积分。

在编译本书的过程中，得到北京大学数学系函数论教研室廖可人副教授热忱的帮助，为本书提出了很多宝贵意见并认真、仔细地审校了全书，我们谨在此表示衷心的感谢。本书只是对干部大专班高等数学教学的一个初步尝试，很不成熟，因此书中定有很多不妥，甚至错误之处，恳请读者批评指正，以便今后修改和提高。

编 译 者

一九八四年一月

目　　录

第0章　解析几何初步

§0.1　数

初等微积分中的数系是实数系，实数中包含有理数与无理数。有理数是两整数之比，即它的一般形式是m/n，其中m与n是整数并且$n\neq 0$，非有理数的实数为无理数。例如，$\sqrt{2}$，$1+3\sqrt{7}$与π等是无理数。

每个非零数是正数或负数。两个不同的数a与b总能进行比较：若$a-b$是正的，就说a比b大，记作$a>b$；若$a-b$是负的，便说a比b小，记作$a<b$。当$a>0$时，意味着a是一正数，而$a<0$意味着a是一负数，除“$>$”与“$<$”外，还有“$\geqslant$”（大于或等于）和“$\leqslant$”（小于或等于）的关系，它们的定义是

$$\text{若}\quad a>b\quad\text{或}\quad a=b,\ \text{则}\quad a\geqslant b$$

$$\text{若}\quad a<b\quad\text{或}\quad a=b,\ \text{则}\quad a\leqslant b$$

包含“$>$”与“$\geqslant$”等的有意义的关系式称为不等式。

不等式的下列法则在微积分中经常用到：对任意数a，b，c有

（1）若$a>b$，并且$b>c$，则$a>c$（传递律）；

（2）当且仅当$a>b$时，$a\pm c>b\pm c$；

（3）若$c>0$，当且仅当$a>b$时，$ac>bc$；

（4）若$c<0$，当且仅当$a>b$时，$ac<bc$；

（5）若$a>b>0$，n是正整数，则$a^n>b^n$，$\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$．

如果用“$<$”代替“$>$”以及用“$>$”代替“$<$”，上述法则仍成立。

可用

$$a<b<c\quad\text{表示}\quad a<b\quad\text{且}\quad b<c$$

$$a<b\leqslant c \quad \text{表示} \quad a<b \quad \text{且} \quad b\leqslant c$$

等等。在 a 与 b（假设 $a<b$）之间且不等于 a 和 b 的所有数的集合用 (a,b) 表示。用集合的符号，有

$$(a,b)=\{x\,|\,a<x<b\}$$

我们称 (a,b) 为实数的一个开区间。包含 a 与 b 以及 a 与 b 之间的数集，称为一个闭区间，用 $[a,b]$ 表示，于是有

$$[a,b]=\{x\,|\,a\leqslant x\leqslant b\}$$

半开(或半闭)区间 $[a,b)$ 和 $(a,b]$ 可表示为

$$[a,b)=\{x\,|\,a\leqslant x<b\}$$
$$(a,b]=\{x\,|\,a<x\leqslant b\}$$

全体实数的集合表示为$(-\infty,\ +\infty)$，“$-\infty$”读作负无穷大，“$+\infty$”读作正无穷大，在使用符号$-\infty$，$+\infty$时，我们必须认识到，在通常意义下它们不是一个数。例如，不能用 3 加 $+\infty$ 或用 1 除 $-\infty$等等。

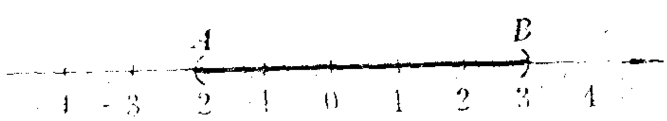
我们用记号$(a,+\infty)$来表示所有大于 a 的实数集：

$$(a,+\infty)=\{x\,|\,x>a\}$$

其它的无穷区间定义为：

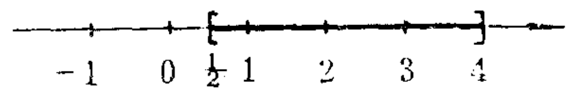
$$(-\infty,a)=\{x\,|\,x<a\}$$
$$[a,+\infty)=\{x\,|\,x\geqslant a\}$$
$$(-\infty,a]=\{x\,|\,x\leqslant a\}$$

在坐标轴上每个数集有一图形。下面是某些区间的图形。



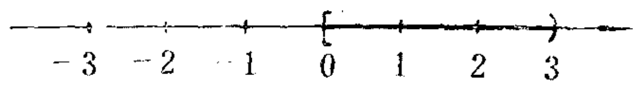
$(-2,\ 3)$ 的图形

A 与 B 之间所有的点组成$(-2,\ 3)$的图形。A 与 B 处的圆括号表示 A 与 B 不属于这个图形。

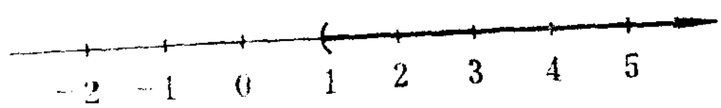


〔1/2，4〕的图形

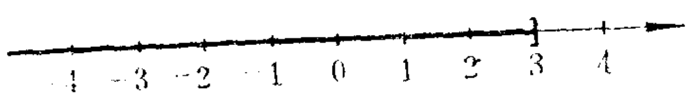
1/2 与 4 处的方括号表示坐标为 1/2 与 4 的点属于这个图形。



〔0，3）的图形



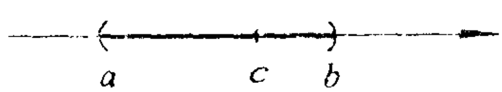
（1，+∞）的图形



（−∞，3〕的图形

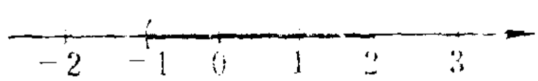
我们将要经常用到数的邻域概念。

包含 c 的任一开区间 (a,b)，称为 c 的一个邻域。



(a,b) 是 c 的一个邻域

例如：



（−1，2）是0的一个邻域

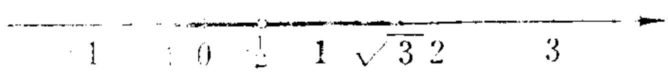
除去 c 的任一 c 的邻域，称为 c 的一个去心邻域。

除去 c 的 (a,b) 是 c 的一个去心邻域

如果 $a<c<b$，用集合的并的符号“$\cup$”，则 c 的一个去心邻域可写成

$$(a,c)\cup(c,b)^{①}$$

例如：

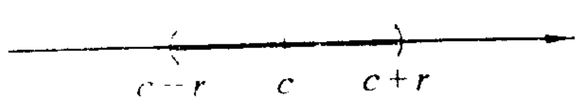


除去 $\frac{1}{2}$ 的 $\left(-\frac{1}{4},\sqrt{3}\right)$ 是 $\frac{1}{2}$ 的一个去心邻域

这个去心邻域可记作

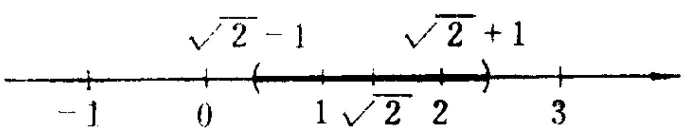
$$\left(-\frac{1}{4},\ \frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2},\ \sqrt{3}\right)$$

c 的对称邻域：对任意 $r>0$，区间 $(c-r,\ c+r)$。



c 的对称邻域

例如：



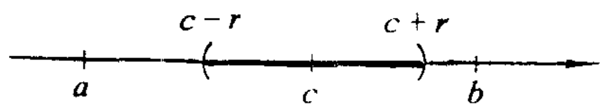
$(\sqrt{2}-1,\ \sqrt{2}+1)$ 是 $\sqrt{2}$ 的一个对称邻域

对于 c 的任一邻域 (a,b)，总可以找到 c 的一 个 对 称 邻 域

---

① $(a,c)\cup(c,b)=\{x\mid a<x<c$ 或 $c<x<b\}$

$(c-r,\ c+r)$，使其包含在 (a,b) 中。

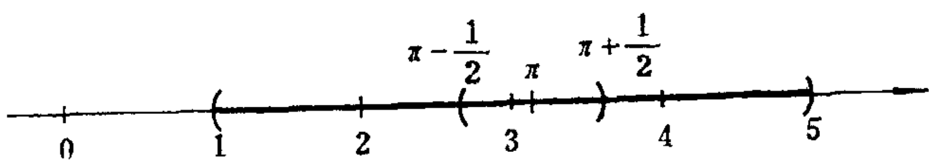


c 的对称邻域 $(c-r,\ c+r)$ 包含在 c 的邻域 (a,b) 中

例如：(1，5) 是 π ($\pi\approx3.1416$) 的一个邻域，它不是对称的，然而 $(\pi-\frac{1}{2},\ \pi+\frac{1}{2})$是包含在(1，5)中的 π 的一个对称邻域。下列区间：

$$(\pi-1,\pi+1),\ \left(\pi-\frac{3}{2},\ \pi+\frac{3}{2}\right),\ (\pi-0.1,\ \pi+0.1)$$

等等也是包含在(1，5)中的 π 的对称区间。



$\left(\pi-\frac{1}{2},\ \pi+\frac{1}{2}\right)$是包含在(1，5)中的 π 的一个对称邻域

每个实数 a 都有绝对值，用 $|a|$ 表示，并定义为：

$$|a|=\begin{cases}a, & a\geqslant0\\ -a, & a<0\end{cases}$$

因为当 a 为负数时，$-a$ 是正数，故 $|a|$ 永远是非负的。例如：

$$|7|=7$$

$$\left|-\frac{3}{2}\right|=-\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{2}$$

$$|1-\sqrt{3}|=-(1-\sqrt{3})=\sqrt{3}-1$$

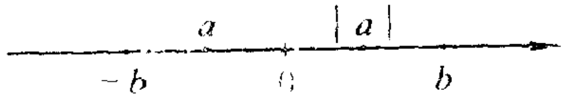
下面列出绝对值的一些有用的性质：对任意实数 a 与 b，有

(1) $|a\cdot b|=|a|\cdot|b|$；

(2) $|a+b|\leqslant|a|+|b|$；

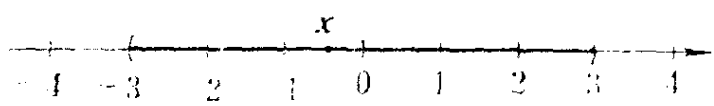
(3) $|a|=|-a|$；

(4) 设 $b>0$，则当而且仅当 $-b<a<b$ 时，$|a|<b$



从几何上看，$|a|$表示数轴上 a 点到原点的距离，$|a-b|$ 表示数轴上 a 与 b 两点之间的距离。

对于包含一个变量的不等式，它的解集合是使不等式成立的变量的所有值的集合。例如，根据上面的(4)可知，不等式 $|x|<3$ 的解集合是开区间 $(-3, 3)$。它表示与原点的距离小于 3 的所有数的集合是 $(-3, 3)$。



解不等式基本上与解方程一样。

例1　解不等式 $7x-5>3x+4$。

解　不等式　$7x-5>3x+4$

两边加 $-3x$，得

$$-3x+7x-5>-3x+3x+4$$

$$4x-5>4$$

两边再加 5，得

$$4x>9$$

用 1/4 乘两边，得

$$x>\frac{9}{4}$$

于是，解集合为 $(\frac{9}{4}, +\infty)$。

例2　若要 $\sqrt{1-2y}$ 为实数，问 y 的值是什么集合？

解　只有非负数才有实平方根。于是，当而且仅当 $1-2y\geqslant 0$ 时，$\sqrt{1-2y}$ 才是实数。

解不等式 $1-2y\geqslant 0$ 如下：

$$2y+1-2y\geqslant 2y$$

$$1\geqslant 2y$$

$$\frac{1}{2}\geqslant y$$

从而，解集合是 $\{y|y\leqslant\frac{1}{2}\}$，或 $(-\infty,\frac{1}{2}]$。

例3 解不等式 $|x-3|>1$。

解 不等式 $|x-3|\leqslant 1$

等价于 $-1\leqslant x-3\leqslant 1$

或 $2\leqslant x\leqslant 4$

于是 $|x-3|\leqslant 1$ 有解集 $[2,4]$。由此，不等式 $|x-3|>1$ 的解是区间 $[2,4]$ 外的全体实数，即不等式 $|x-3|>1$ 有解集

$$(-\infty,2)\cup(4,+\infty)$$

它表明，到数轴上的点3的距离大于1的所有数的集合为 $(-\infty,2)\cup(4,+\infty)$。

习题 0.1

1．解下列不等式：

(1) $3x+1<x+5$； (2) $3-2x>0$；

(3) $\frac{3x-5}{2}\leq 0$； (4) $-0.1<x-5<0.1$；

(5) $-0.03\leq\frac{3+2x}{5}\leq 0.03$； (6) $x<x+1$；

(7) $\frac{3}{x}-\frac{1}{4}>\frac{1}{x}+1$。

数
-2

2．求使下列各题所给的平方根为实数的所有数 x 的集合：

(1) $\sqrt{2x-8}$； (2) $\sqrt{b^2-4ax}$。