

13.119
高等學校教學用書



高等數學習題集

B. II. 明諾爾斯基著
胡維菁等譯

高等教育出版社

.....

本書係根據蘇聯國立技術理論出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 1953年出版的明諾爾斯基 (В. П. Минорский) 所著的“高等數學習題集” (Сборник задач по высшей математике) 修正第二版譯出。原書經蘇聯高等教育部審定為高等工業學校教材。參加本書翻譯工作的有雲南大學胡維菁、張福華、張燮等。

高等數學習題集

В. П. 明諾爾斯基著

胡維菁等譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

商務印書館上海廠印刷 新華書店總經售

書號 430(課401) 開本 850×1168 1/32 印張 10 字數 291,000

一九五五年十月上海第一版

一九五五年十月上海第一次印刷

印數：1—1,800

定價：(8) 洋 1.50

庫

序 言

在這本“習題集”中收集了解析幾何與數學分析方面的習題和例題，其編排是按照教學法的，同時這些例習題都屬於高等工業學校的高等數學教學大綱的範圍。

在“習題集”的每節之末，還附入了(橫線下面)複習用的習題，大約佔“習題集”全部材料的三分之一。這個特點，可以幫助教師選擇課堂作業與家庭作業的習題，或幫助他選擇測驗前的複習題。除此以外，既然習題這樣編排的，就容易規定使函授學校的學生掌握高等數學，或夜間專科學校的作業所必需的習題最少量。

對本書的第二版作了下列的修訂：

1. 每節開始處附入了公式、定義、以及對定理的其他簡單說明，這些對以後習題的解法都是所需要的。
2. 某些章節中的習題與例題有所補充：幾何軌跡的習題，空間解析幾何的習題，不定積分法，微分方程的形成與解法，具有實用內容的習題，正交軌線的習題等等。
3. 擴充了或重新引入某些最後的節：“直線的雜題”，“二次曲線的雜題”等等，這些可以用為個別的家庭作業。
4. 增加了圖形和例證，特別是在書末引入了一些常見的曲線的表。
5. 在第一版中所發現的印刷錯誤，不正確的習題陳述，及其他缺點都修正了。
6. 為了更系統化起見改變了某些章節的次序。

“習題集”可以作為在教師領導之下的作業，或作為高等工業學校

的高等數學教程的自習之用，因為幾乎所有的習題都有答案，有些習題還有解法，此外有許多習題在正文或答案中給了解法的提示。理論的簡單說明對這一點也是有幫助的。

作者對莫斯科鐵道運輸工業專科學校的教學教研組的全體同志深致謝意，感謝他們對於修訂本書所提的寶貴意見，我還感謝 М. А. Крейнс 教授，Н. М. Бескин, Р. М. Гейдельман, В. Б. Гуревич 和 С. Н. Соболев 諸講師，以及教員 Е. Б. Ваховский, Г. Н. Шоломов。
1953 年 3 月 12 日

В. Минорский

目 錄

序言

第一章 平面解析幾何9

- § 1. 直線上和平面上的點的坐標。兩點間的距離.....9
- § 2. 分線段爲已知比。三角形和多角形的面積11
- § 3. 作爲點的幾何軌跡的曲線方程13
- § 4. 直線的方程:(1)帶有角係數的,(2)一般的,(3)軸上的截距式.....15
- § 5. 兩直線間的角度。通過定點的直線束的方程。通過兩定點的直線的方程。
兩直線的交點17
- § 6. 直線的法式方程。點到直線的距離。分角線的方程。通過兩定直線的交點
的直線束方程20
- § 7. 直線的雜題23
- § 8. 圓24
- § 9. 橢圓26
- § 10. 雙曲線28
- § 11. 拋物線31
- § 12. 二次曲線的準線,直徑,和切線33
- § 13. 笛卡兒坐標的變換。拋物線 $y=ax^2+bx+c$ 和 $x=ay^2+by+c$ 。雙曲線
 $xy=k$37
- § 14. 二次曲線的雜題40
- § 15. 二次曲線的一般方程43
- § 16. 極坐標47
- § 17. 三次和高次的代數曲線50
- § 18. 超越曲線52

第二章 矢量代數.....53

- § 1. 矢量加法。矢量和標量的乘法53
- § 2. 點的直角坐標和空間矢量55
- § 3. 兩個矢量的標量積57
- § 4. 兩個矢量的矢量積60
- § 5. 三個矢量的混合積62

第三章 空間解析幾何64

- § 1. 平面的方程64
- § 2. 平面的基本問題66

§ 3. 直線的方程	68
§ 4. 直線和平面	71
§ 5. 球面和柱面	73
§ 6. 錐面和旋轉曲面	76
§ 7. 橢圓面, 雙曲面和拋物面	77
第四章 高等代數	81
§ 1. 行列式	81
§ 2. 線性方程組	84
§ 3. 複數	86
§ 4. 高次方程式與方程式的近似解法	90
第五章 分析引論	92
§ 1. 變量和函數	92
§ 2. 數列, 無限小與無限大, 變數的極限, 函數的極限	95
§ 3. 極限的性質, 不定形式 $\frac{0}{0}$ 和 $\frac{\infty}{\infty}$ 的顯示	100
§ 4. 當 $\alpha \rightarrow 0$ 時, 比值 $\frac{\sin \alpha}{\alpha}$ 的極限	101
§ 5. 不定形式 $\infty - \infty$ 和 $0 \cdot \infty$	102
§ 6. 極限計算雜題	103
§ 7. 無限小的比較	104
§ 8. 函數的連續性	105
§ 9. 漸近線	108
§ 10. 數 e	109
第六章 導數和微分	111
§ 1. 代數函數和三角函數的導數	111
§ 2. 合成函數的導數	113
§ 3. 平面曲線的切線和法線	114
§ 4. 連續函數不可微的情況	116
§ 5. 對數函數和指數函數的導數	117
§ 6. 反三角函數的導數	119
§ 7. 雙曲函數的導數	120
§ 8. 微分法雜題	121
§ 9. 高階導數	122
§ 10. 隱函數的導數	124
§ 11. 函數的微分	126
§ 12. 曲線的參數方程	127
第七章 導數的應用	130
§ 1. 速度與加速度	130
§ 2. 中值定理	131
§ 3. 不定值的顯示, 洛畢達規則	134

§ 4. 單增函數與單減函數, 極大極小	136
§ 5. 關於數量的最大值與最小值的問題	139
§ 6. 曲線的凸向及反彎點, 曲線的作法	142
第八章 不定積分	144
§ 1. 不定積分, 分解求積法	144
§ 2. 代換積分法與直接積分法	146
§ 3. 呈 $\int \frac{dx}{x^2+a^2}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+k}}$ 的形式及能化成此種形式的積分	148
§ 4. 部分積分法	150
§ 5. 三角函數的積分法	151
§ 6. 有理代數函數的積分法	153
§ 7. 某些無理代數函數的積分法	155
§ 8. 某些超越函數的積分法	157
§ 9. 雙曲函數的積分, 雙曲代換法	158
§ 10. 積分法雜題	160
第九章 定積分	162
§ 1. 定積分的計算	162
§ 2. 面積的計算	164
§ 3. 旋轉體的體積	166
§ 4. 平面曲線的弧長	168
§ 5. 旋轉曲面的面積	169
§ 6. 物理學的問題	170
§ 7. 旁義積分	173
§ 8. 函數的中值	175
§ 9. 梯形公式與辛浦森公式	176
第十章 平面及空間曲線的曲率	178
§ 1. 平面曲線的曲率, 曲率中心及半徑, 閉縮線	178
§ 2. 空間曲線的弧長	180
§ 3. 矢函數關於標量的導數及其力學與幾何的意義, 曲線的自然三面角	180
§ 4. 空間曲線的曲率與撓率	183
第十一章 偏導數, 全微分及其應用	185
§ 1. 含兩個變數的函數及其幾何表現法	185
§ 2. 一階偏導數	187
§ 3. 一階的全微分	189
§ 4. 合成函數的導數	190
§ 5. 隱函數的導數	192
§ 6. 高階的偏導數與全微分	194
§ 7. 全微分的積分法	197
§ 8. 平面曲線的奇點	198

§ 9. 平面曲線族的包絡	199
§ 10. 曲面的切面及法線	200
§ 11. 標量場, 等值線與等值面, 沿已知方向的導數, 梯度	202
§ 12. 兩元函數的極值	204
第十二章 微分方程	207
§ 1. 微分方程的概念	207
§ 2. 可分離變數的一階微分方程, 正交軌線	208
§ 3. 一階微分方程: (1) 齊次方程, (2) 線性方程, (3) 貝努利方程	211
§ 4. 微分方程, 其中包含積與商的微分式	212
§ 5. 一階微分方程, 全微分方程, 積分因子	213
§ 6. 未解出導數的一階微分方程, 拉格朗日方程與克萊洛方程	214
§ 7. 能降階的高階微分方程	216
§ 8. 常係數線性齊次微分方程	217
§ 9. 常係數線性非齊次微分方程	219
§ 10. 各種型式的微分方程的題	221
§ 11. 歐拉線性微分方程 $xy^{(n)} + a_1x^{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}xy' + a_ny = f(x)$	222
§ 12. 常係數線性微分方程組	222
§ 13. 二階線性偏微分方程(特徵線法)	223
第十三章 二重積分, 三重積分, 線積分	225
§ 1. 用二重積分計算面積	225
§ 2. 質量均勻分佈的面積的重心及轉動慣量(密度 $\mu=1$)	227
§ 3. 用二重積分計算體積	228
§ 4. 曲面的面積	230
§ 5. 三重積分及其應用	230
§ 6. 線積分, 奧斯特洛格拉得斯基-格林公式	232
§ 7. 面積分, 奧斯特洛格拉得斯基公式與斯托克斯公式	235
第十四章 級數	239
§ 1. 數字的級數	239
§ 2. 函數級數的一致收斂性	242
§ 3. 冪級數	243
§ 4. 泰勒級數與馬格勞林級數	245
§ 5. 級數在近似計算中的應用	248
§ 6. 二元函數的泰勒級數	250
§ 7. 福里哀級數, 福里哀積分	252
答案	256
附錄	309

13.119
高等學校教學用書



高等數學習題集

B. II. 明諾爾斯基著
胡維菁等譯

高等教育出版社

.....

本書係根據蘇聯國立技術理論出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 1953年出版的明諾爾斯基 (В. П. Минорский) 所著的“高等數學習題集” (Сборник задач по высшей математике) 修正第二版譯出。原書經蘇聯高等教育部審定為高等工業學校教材。參加本書翻譯工作的有雲南大學胡維菁、張福華、張燮等。

高等數學習題集

В. П. 明諾爾斯基著

胡維菁等譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

商務印書館上海廠印刷 新華書店總經售

書號 430(課401) 開本 850×1168 1/32 印張 10 字數 291,000

一九五五年十月上海第一版

一九五五年十月上海第一次印刷

印數：1—1,800

定價：(8) 洋 1.50

庫

目 錄

序言

第一章 平面解析幾何9

- § 1. 直線上和平面上的點的坐標。兩點間的距離.....9
- § 2. 分線段爲已知比。三角形和多角形的面積11
- § 3. 作爲點的幾何軌跡的曲線方程13
- § 4. 直線的方程:(1)帶有角係數的,(2)一般的,(3)軸上的截距式.....15
- § 5. 兩直線間的角度。通過定點的直線束的方程。通過兩定點的直線的方程。
兩直線的交點17
- § 6. 直線的法式方程。點到直線的距離。分角線的方程。通過兩定直線的交點
的直線束方程20
- § 7. 直線的雜題23
- § 8. 圓24
- § 9. 橢圓26
- § 10. 雙曲線28
- § 11. 拋物線31
- § 12. 二次曲線的準線,直徑,和切線33
- § 13. 笛卡兒坐標的變換。拋物線 $y=ax^2+bx+c$ 和 $x=ay^2+by+c$ 。雙曲線
 $xy=k$37
- § 14. 二次曲線的雜題40
- § 15. 二次曲線的一般方程43
- § 16. 極坐標47
- § 17. 三次和高次的代數曲線50
- § 18. 超越曲線52

第二章 矢量代數.....53

- § 1. 矢量加法。矢量和標量的乘法53
- § 2. 點的直角坐標和空間矢量55
- § 3. 兩個矢量的標量積57
- § 4. 兩個矢量的矢量積60
- § 5. 三個矢量的混合積62

第三章 空間解析幾何64

- § 1. 平面的方程64
- § 2. 平面的基本問題66

§ 3. 直線的方程	68
§ 4. 直線和平面	71
§ 5. 球面和柱面	73
§ 6. 錐面和旋轉曲面	76
§ 7. 橢圓面, 雙曲面和拋物面	77
第四章 高等代數	81
§ 1. 行列式	81
§ 2. 線性方程組	84
§ 3. 複數	86
§ 4. 高次方程式與方程式的近似解法	90
第五章 分析引論	92
§ 1. 變量和函數	92
§ 2. 數列, 無限小與無限大, 變數的極限, 函數的極限	95
§ 3. 極限的性質, 不定形式 $\frac{0}{0}$ 和 $\frac{\infty}{\infty}$ 的顯示	100
§ 4. 當 $\alpha \rightarrow 0$ 時, 比值 $\frac{\sin \alpha}{\alpha}$ 的極限	101
§ 5. 不定形式 $\infty - \infty$ 和 $0 \cdot \infty$	102
§ 6. 極限計算雜題	103
§ 7. 無限小的比較	104
§ 8. 函數的連續性	105
§ 9. 漸近線	108
§ 10. 數 e	109
第六章 導數和微分	111
§ 1. 代數函數和三角函數的導數	111
§ 2. 合成函數的導數	113
§ 3. 平面曲線的切線和法線	114
§ 4. 連續函數不可微的情況	116
§ 5. 對數函數和指數函數的導數	117
§ 6. 反三角函數的導數	119
§ 7. 雙曲函數的導數	120
§ 8. 微分法雜題	121
§ 9. 高階導數	122
§ 10. 隱函數的導數	124
§ 11. 函數的微分	126
§ 12. 曲線的參數方程	127
第七章 導數的應用	130
§ 1. 速度與加速度	130
§ 2. 中值定理	131
§ 3. 不定值的顯示, 洛畢達規則	134

§ 4. 單增函數與單減函數, 極大極小	136
§ 5. 關於數量的最大值與最小值的問題	139
§ 6. 曲線的凸向及反彎點, 曲線的作法	142
第八章 不定積分	144
§ 1. 不定積分, 分解求積法	144
§ 2. 代換積分法與直接積分法	146
§ 3. 呈 $\int \frac{dx}{x^2+a^2}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+k}}$ 的形式及能化成此種形式的積分	148
§ 4. 部分積分法	150
§ 5. 三角函數的積分法	151
§ 6. 有理代數函數的積分法	153
§ 7. 某些無理代數函數的積分法	155
§ 8. 某些超越函數的積分法	157
§ 9. 雙曲函數的積分, 雙曲代換法	158
§ 10. 積分法雜題	160
第九章 定積分	162
§ 1. 定積分的計算	162
§ 2. 面積的計算	164
§ 3. 旋轉體的體積	166
§ 4. 平面曲線的弧長	168
§ 5. 旋轉曲面的面積	169
§ 6. 物理學的問題	170
§ 7. 旁義積分	173
§ 8. 函數的中值	175
§ 9. 梯形公式與辛浦森公式	176
第十章 平面及空間曲線的曲率	178
§ 1. 平面曲線的曲率, 曲率中心及半徑, 閉縮線	178
§ 2. 空間曲線的弧長	180
§ 3. 矢函數關於標量的導數及其力學與幾何的意義, 曲線的自然三面角	180
§ 4. 空間曲線的曲率與撓率	183
第十一章 偏導數, 全微分及其應用	185
§ 1. 含兩個變數的函數及其幾何表現法	185
§ 2. 一階偏導數	187
§ 3. 一階的全微分	189
§ 4. 合成函數的導數	190
§ 5. 隱函數的導數	192
§ 6. 高階的偏導數與全微分	194
§ 7. 全微分的積分法	197
§ 8. 平面曲線的奇點	198

§ 9. 平面曲線族的包絡	199
§ 10. 曲面的切面及法線	200
§ 11. 標量場, 等值線與等值面, 沿已知方向的導數, 梯度	202
§ 12. 兩元函數的極值	204
第十二章 微分方程	207
§ 1. 微分方程的概念	207
§ 2. 可分離變數的一階微分方程, 正交軌線	208
§ 3. 一階微分方程: (1) 齊次方程, (2) 線性方程, (3) 貝努利方程	211
§ 4. 微分方程, 其中包含積與商的微分式	212
§ 5. 一階微分方程, 全微分方程, 積分因子	213
§ 6. 未解出導數的一階微分方程, 拉格朗日方程與克萊洛方程	214
§ 7. 能降階的高階微分方程	216
§ 8. 常係數線性齊次微分方程	217
§ 9. 常係數線性非齊次微分方程	219
§ 10. 各種型式的微分方程的題	221
§ 11. 歐拉線性微分方程 $xy^{(n)} + a_1x^{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}xy' + a_ny = f(x)$	222
§ 12. 常係數線性微分方程組	222
§ 13. 二階線性偏微分方程(特徵線法)	223
第十三章 二重積分, 三重積分, 線積分	225
§ 1. 用二重積分計算面積	225
§ 2. 質量均勻分佈的面積的重心及轉動慣量(密度 $\mu=1$)	227
§ 3. 用二重積分計算體積	228
§ 4. 曲面的面積	230
§ 5. 三重積分及其應用	230
§ 6. 線積分, 奧斯特洛格拉得斯基-格林公式	232
§ 7. 面積分, 奧斯特洛格拉得斯基公式與斯托克斯公式	235
第十四章 級數	239
§ 1. 數字的級數	239
§ 2. 函數級數的一致收斂性	242
§ 3. 冪級數	243
§ 4. 泰勒級數與馬格勞林級數	245
§ 5. 級數在近似計算中的應用	248
§ 6. 二元函數的泰勒級數	250
§ 7. 福里哀級數, 福里哀積分	252
答案	256
附錄	309

序 言

在這本“習題集”中收集了解析幾何與數學分析方面的習題和例題，其編排是按照教學法的，同時這些例習題都屬於高等工業學校的高等數學教學大綱的範圍。

在“習題集”的每節之末，還附入了(橫線下面)複習用的習題，大約佔“習題集”全部材料的三分之一。這個特點，可以幫助教師選擇課堂作業與家庭作業的習題，或幫助他選擇測驗前的複習題。除此以外，既然習題這樣編排的，就容易規定使函授學校的學生掌握高等數學，或夜間專科學校的作業所必需的習題最少量。

對本書的第二版作了下列的修訂：

1. 每節開始處附入了公式、定義、以及對定理的其他簡單說明，這些對以後習題的解法都是所需要的。
2. 某些章節中的習題與例題有所補充：幾何軌跡的習題，空間解析幾何的習題，不定積分法，微分方程的形成與解法，具有實用內容的習題，正交軌線的習題等等。
3. 擴充了或重新引入某些最後的節：“直線的雜題”，“二次曲線的雜題”等等，這些可以用為個別的家庭作業。
4. 增加了圖形和例證，特別是在書末引入了一些常見的曲線的表。
5. 在第一版中所發現的印刷錯誤，不正確的習題陳述，及其他缺點都修正了。
6. 為了更系統化起見改變了某些章節的次序。

“習題集”可以作為在教師領導之下的作業，或作為高等工業學校

的高等數學教程的自習之用，因為幾乎所有的習題都有答案，有些習題還有解法，此外有許多習題在正文或答案中給了解法的提示。理論的簡單說明對這一點也是有幫助的。

作者對莫斯科鐵道運輸工業專科學校的教學教研組的全體同志深致謝意，感謝他們對於修訂本書所提的寶貴意見，我還感謝 М. А. Крейнс 教授，Н. М. Бескин, Р. М. Гейдельман, В. Б. Гуревич 和 С. Н. Соболев 諸講師，以及教員 Е. Б. Ваховский, Г. Н. Шоломов。
1953 年 3 月 12 日

В. Минорский

第一章 平面解析幾何

§ 1. 直線上和平面上的點的坐標. 兩點間的距離

1°. 在軸上的兩點 $A(x_1)$ 和 $B(x_2)$ 之間的距離 d :

$$d = |x_2 - x_1| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2}. \quad (1)$$

2°. 在軸上的有向線段的代數值 AB :

$$AB = x_2 - x_1. \quad (2)$$

3°. 在平面上的兩點 $A(x_1; y_1)$ 和 $B(x_2; y_2)$ 之間的距離 d :

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \quad (3)$$

4°. 在平面上, 以 $A(x_1; y_1)$ 爲起點, $B(x_2; y_2)$ 爲終點的有向線段或向量 $\overline{AB}$ 在坐標軸上的射影是:

$$\text{mp}_x \overline{AB} = X = x_2 - x_1, \quad \text{mp}_y \overline{AB} = Y = y_2 - y_1. \quad (4)$$

1. 作出數軸上的點 $A(-5)$, $B(+4)$ 和 $C(-2)$, 並求有向線段 AB , BC 和 AC 的代數值。驗證 $AB + BC = AC$ 。

2. 對 $A(+1)$, $B(-4)$ 和 $C(+5)$ 三點, 照上題做出。

3. 作出以 $A(-4; 2)$, $B(0; -1)$ 和 $C(3; 3)$ 爲頂點的三角形, 並決定它的周長和角。

4. 證明以 $A(-3; -2)$, $B(0; -1)$ 和 $C(-2; 5)$ 爲頂點的三角形是直角三角形。

5. 作出 $A(-4; 0)$, $B(-1; 4)$ 兩點和它們對於 Oy 軸的對稱點 A_1 和 B_1 。計算梯形 ABB_1A_1 的周長。

6. 點 $A(4; -1)$ 對於第一坐標角分角線的對稱點是 B , 求從 B