

初等数学概要

Chudeng shuxue gaiyao

[苏]A.Γ.柴普金 著

关维贤 译

郝玉斌 校

黑龙江科学技术出版社

一九八三年·哈尔滨

责任编辑：张宪臣

封面设计：杨毓祺

初等数学概要

〔苏〕A.Γ.柴普金 著

关维贤 译 郝玉斌 校

黑龙江科学技术出版社出版

（哈尔滨市南岗区分部街28号）

长春新华印刷厂印刷·黑龙江省新华书店发行

开本787×1092毫米1/32·印张17 12/16·插页2·字数355千

1981年10月第一版·1983年10月第一次印刷

印数：1—10,000

书号：13217·081

定价：1.90元

1981/3/21

译者的话

《初等数学概要》系由苏联 A.Γ.柴普金编著，由莫斯科科学出版社于1979年出版。

本书以摘要的形式，概括地介绍了初等数学的古典部分（代数、几何、三角等基本知识）和集合论初步、数学分析基础、矢量代数等近代数学知识。

本书从严格的公理结构出发，清晰地阐述了数学的基本概念、定义、定理，并介绍了许多解题方法。书中列举了大量例题，以帮助读者掌握所学内容，书末附有常用公式表。

本书取材广泛，内容新颖，逻辑严紧，知识的系统性强；内容安排由浅入深；在阐述初等数学问题的同时，又渗透了高等数学的观点；在论述平面几何性质的同时，又提出了立体几何的相应的性质；在讨论一元函数问题之后，又提出了多元函数问题，等等。这有助于广大初等数学读者扩大视野和完整地掌握初等数学知识，并可为进一步学习高等数学打下良好的基础。因此，我们把它译成中文介绍给我国广大初等数学读者。

本书原文名为《中学数学手册》，鉴于本书所述内容，我们认为将原书名译为《初等数学概要》较为合适。

此外，书中节前加有“△”号的部分是原文用小号字印刷的，是属于苏联非现行中学教学大纲规定的内容。

译稿承蒙黑龙江大学副教授王景林同志审阅，并提出了

一些宝贵意见，又承蒙李世林和刘艳春二同志给予了热情的支持，在此一并表示诚挚的谢意。由于水平所限，书中缺点和错误在所难免，请读者批评指正。

译 者

编 辑 前 言

本书可供中学和中等专业学校的学生使用，内容包括了中学数学教材中的全部基本概念、定义、公式、定理和解题方法等。此外，为了更好地理解数学的基础理论，本书还补充了一些未列入现行中学数学教学大纲的内容（这部分内容用小号字印刷），这部分内容包括整式和多项式的整除性、欧几里得算法、复数、代数基本定理、二次曲线、集合的等价与同构的概念，以及集合的运算等。

本书有些章节的阐述仍采用较为传统的方法，这与现行中学数学教材的处理有所不同，特别是几何学部分，由于集合论概念的运用，在术语与意义上引起了一系列的变化，所以本书中几何内容仍从希尔伯特公理出发采用传统的术语加以阐述、此外，本书对矢量、数列和定积分的定义方法也与传统的方法有所不同。

本书对实数理论做了系统的叙述。在中学数学课本里关于实数的知识较为零碎，以致使学生对于实数的构造原则与结构不能得到一个完整的概念、本书中的实数理论是用统一的观点加以叙述的，也就是作为自然数的自然扩充依次来把整数、有理数和实数引入的。

作为与近似计算有关问题的扩充，本书除了一些初等数学知识外，还研究了连分数的渐近性质，同时还叙述了近似

计算的一个简单而著名的方法——牛顿切线法。

本书采用的符号，除个别的以外，都与中学数学课本中使用的符号相一致；其中开区间的记法与中学数学课本不同，本书采用圆括弧来表示，但这与多数的数学课本和数学书籍里所采用的记法相一致。

本书侧重于理论上的阐述。书中没有数学用表，也没有关于对数尺及目前日益广泛使用的袖珍计算器方面的知识，关于小数算术运算说的也比较少。这些知识可以从 M·Я·维格茨基的《初等数学手册》、Д·Ю·潘诺夫的《计算尺》等书籍中查到。

最后应当指出，本书在材料叙述方面的特点是逻辑的统一，并十分详尽。对被引入的数学概念和解题方法都列举了许多例题加以说明。因此本书可作为复习中学数学课程的参考。

C·A·斯切潘诺夫

作 者 的 话

本书主要是为中学九—十年级的学生编写的。他们从书中可以获得有关中学数学课本中的基本概念、定理、公式和常见的习题的解题方法等方面的简明知识。为了便于查找公式，书后附有公式汇编。

阅读本书时，用小号字印刷的内容可以省略不读，这无损于对基本内容的理解。如果希望对所感兴趣的某部分内容得到一个足够完整的概念，我们建议读者从头至尾读完相应的章节；用小号字分出的内容是希望得到没有列入中学数学大纲的知识及具有较高数学修养的读者提供的。

使用本书时请注意，它不可能完全代替教科书，因为大部分内容没有加以证明。有关部分更完备的知识，读者可以从下列书籍中获得：

И. С. 潘特里亚金：高等数学知识，坐标法，莫斯科科学出版社，1977。

И. С. 潘特里亚金：中学数学分析，（即将付印）

И. С. 潘特里亚金：高等数学知识，无穷小分析（即将付印）

A. B. 波哥列洛夫：初等几何。莫斯科科学出版社，1977。

A. H. 吉洪诺夫·И. И. 柯斯托马洛夫：应用数学浅论，

莫斯科科学出版社，1979。

А·И·马尔库舍维奇：复数和共轭映射。莫斯科科学出版社，1960、(准备再版)

И·И·耶若夫、А·В·斯柯洛赫特、М·И·雅得林柯：组合分析基础。莫斯科科学出版社，1977。

С·В·佛明：计算系统，莫斯科科学出版社，1975。

本书采用下列编排法：章、节、款；所有款的名称在目录里都予以列出；插图在每一章的范围内做连续编号；当在课文里引用同一章的材料时，只指出节和款次，而当引用其他章的材料时，同时还要指出章次。本书最后给出了常用公式表和符号表。书后还附有关于计数制的附录。

作者借此机会向对本书的内容和结构提出有益意见的Л·Д·库德里亚柴夫，向对“几何”和“坐标法”两章提出宝贵的建议的Е·В·希肯和向对本书内容提出评语的В·В·齐赫米罗夫表示感谢。作者还向参与本书原稿详细讨论，并不断给予帮助的Е·И·斯切契金娜和校正原稿并提出宝贵意见的Т·С·普列特涅娃致深切的谢意。

А·Г·柴普金

目 录

第一章 集合论基础	1
§1 集合及集合的运算	1
1.1 集合与子集合	1
1.2 集合的运算	2
§2 集合之间的对应与集合的映射	5
2.1 对应与映射	5
2.2 一一映射	6
2.3 集合的等价性	7
△2.4 集合的分类	7
§3 有序集合	12
3.1 有序集合的概念	12
3.2 全排列	13
△3.3 置换	16
3.4 排列	19
3.5 组合	20
3.6 牛顿二项式	22
§4 数学归纳法	23
§5 二元运算的集合	26
△5.1 集合的二元运算	26

△5.2	集合的同构	27
△5.3	群	28
△5.4	环	30
△5.5	域	31
§6	矩阵和行列式	32
第二章	实数	37
§1	自然数	38
1.1	自然数集合	38
△1.2	自然数集合的公理结构	41
1.3	质数 算术基本定理	43
1.4	自然数整除性的某些准则	45
1.5	最小公倍数、最大公因数△欧几里得算法	45
§2	整数	50
2.1	整数集合	50
2.2	整数的算术运算	52
§3	有理数	55
3.1	有理分数	55
3.2	有理数	60
3.3	整数和有理数	62
△3.4	有理数集合是整数集合的扩大	63
§4	实数	64
△4.1	实数集合是有理数集合的扩大	64
4.2	实数集合的公理结构	65
4.3	实数集合的十进小数表示法	69
4.4	实数集的几何表示	72

4.5	有理数与无理数的小数表示	73
4.6	证明无理数的几个方法	76
4.7	代数数与超越数	80
4.8	幂与根	82
4.9	对数	84
§5	小数	85
5.1	十进位计数制	85
5.2	小数的概念	87
5.3	有限小数的算术运算	90
5.4	化有限小数为有理分数	93
5.5	化无限循环小数为有理分数	93
△§6	连分数	96
§7	计算方法	101
7.1	数的近似值和误差	101
7.2	近似值的小数写法	103
7.3	数的舍入	105
△7.4	切线法	106
△7.5	自然数平方根的求法	108
第三章	复数	110
§1	复数集合	112
△1.1	复数集合的公理结构	112
△1.2	有序的实数对集合与复数集合	115
§2	复数的几何表示及三角形式写法	118
△2.1	复数的几何表示	118
△2.2	复数的和与差的几何表示	118

△2.3	复数的三角形式	119
§3	复数的幂	121
△3.1	复数的乘方	121
△3.2	复数的开方	122
第四章	代 数	124
§1	一元多项式	125
1.1	多项式的概念和多项式的算术运算	125
△1.2	多项式的因式	127
△1.3	多项式除法	129
△1.4	求两个多项式的最大公因式的欧几里得算法	132
1.5	多项式的根	134
1.6	乘法公式	135
1.7	韦达定理	136
△1.8	代数基本定理	137
△1.9	多项式的因式分解	137
△1.10	代数基本定理在实系数多项式的 情况下的某些推论	138
§2	多元多项式	139
△2.1	多元单项式和多项式	139
△2.2	多项式项的字汇排法	140
§3	有理代数分式	141
3.1	代数分式的算术运算	141
3.2	代数真分式	144
△3.3	最简分式	145
3.4	比 例	146

§4	无理代数式	147
§5	方程和代数方程	150
5.1	基本定义	150
5.2	线性方程	153
5.3	二次方程	153
5.4	二项式方程	156
5.5	双二次方程	158
5.6	可化为二次方程的某些四次方程	160
△5.7	整系数代数方程的解法	162
5.8	有理代数方程	164
5.9	无理方程	165
5.10	绝对值方程	169
△5.11	在复数集里解方程	171
△5.12	焦范托夫方程	175
§6	超越方程	175
6.1	指数方程	177
6.2	对数方程	177
§7	方程组和线性方程组	179
7.1	基本定义	179
7.2	线性方程组	180
7.3	消元法	181
△7.4	二元一次方程组	188
7.5	线性方程组解的几何解释	189
§8	非线性代数方程组	193
§9	不等式	198

9.1	不等式的定义及其基本性质	198
9.2	几个重要不等式	200
§10	不等式和不等式组的解法	202
10.1	基本定义	202
10.2	线性不等式与线性不等式组	203
10.3	二次不等式	204
10.4	区间法	206
10.5	无理不等式的解法	208
10.6	指数不等式	209
10.7	对数不等式	210
10.8	二元不等式解集的几何意义	212
§11	证明不等式的方法	219
11.1	利用等价不等式链证明不等式	219
11.2	利用不等式里的函数性质证明不等式	221
11.3	证明不等式的几种特殊方法	223
11.4	数值不等式的几种检验方法	224
第五章	坐标法	228
§1	坐标系	228
1.1	坐标轴	228
1.2	平面笛卡尔直角坐标系	230
△1.3	极坐标系、极坐标与直角坐标的关系	235
1.4	空间笛卡尔直角坐标系	236
1.5	平面方程	237
§2	向量	238
2.1	向量、基本概念	238

2.2	· 向量间的夹角、向量的数量积	245
2.3	平面矢量的坐标	246
2.4	空间矢量的坐标	248
△2.5	向量积	250
△2.6	矢量的混合积	251
§3	解析几何初步	252
3.1	直线	252
3.2	圆	255
△3.3	椭圆	256
△3.4	双曲线	258
△3.5	抛物线	261
第六章	几何	264
§1	射线、线段	265
1.1	射线	265
1.2	线段	267
§2	平面上的角	267
2.1	角的概念	267
2.2	角的度量制	239
2.3	角的弧度制	270
2.4	角的分类	270
2.5	方向间的角	270
§3	平面上的平行和垂直	271
3.1	平面上的平行线	271
3.2	平面上的垂直	273
3.3	点到直线的距离	273

§4 空间里的平行和垂直	274
4.1 直线与平面的平行	274
4.2 平行平面	275
4.3 直线与平面的垂直	275
4.4 点到平面的距离	276
4.5 平面的垂直	276
4.6 斜 线	277
4.7 交错直线	277
§5 在平面上的投影	277
5.1 平行投影	277
5.2 垂直投影	278
§6 空间里的角	279
6.1 斜线与平面间的夹角	279
6.2 二面角	279
6.3 二平面间的夹角	280
§7 折线和多边形	280
§8 三角形	283
8.1 基本性质	283
8.2 三角形的中线	285
8.3 三角形的高	286
8.4 三角形的角平分线	287
8.5 三角形的中位线	287
8.6 等腰三角形	288
8.7 等边三角形	288
8.8 直角三角形	288

§9 四边形	290
9.1 平行四边形	290
9.2 菱形	291
9.3 矩形	292
9.4 正方形	292
9.5 梯形	293
§10 相似多边形	294
10.1 多边形相似的判定定理	294
10.2 三角形相似的判定定理	295
§11 圆周和圆	296
11.1 圆周和圆	296
11.2 切线与割线	297
11.3 两圆的位置关系	298
11.4 圆心角和圆弧	300
11.5 圆弧和弦	301
11.6 圆周角	301
11.7 圆周长和圆面积	302
§12 多边形和圆	303
12.1 内接多边形和外切多边形	303
12.2 内接三角形	304
12.3 外切三角形	305
12.4 旁切圆	305
12.5 正三角形和直角三角形的边与内切圆和外接圆 的半径间的关系	306
12.6 内接四边形	306