气体动力学

〔美〕M.J. 左克罗 J.D. 霍夫曼 著

上 册

国防工業出版社

气体动力学

上册

〔美〕 M.J.左克罗 J.D.霍夫曼 著

王汝涌 吴宗真 吴宗善 魏叔如 庄峰青 李廷林 林治楷 译

国防工业出版社

内容简介

本书（上、下册）完整而系统地介绍了气体动力学这门学科。上册共十三章。从综述基本原理开始，详尽地推导了流动控制方程，并广泛地论述了经典的定常一维气体动力学问题以及定常多维绝热流的一般特征。介绍了小扰动流动、特征线法及特征线法在定常二维超声速流和非定常一维流动中的应用。附录简要介绍了本书所用的数值分析概念并给出了大量的数值表。

本书与现有的其它气体动力学书籍相比的一个显著特点是强调用数值计算来解实际气体动力学问题，对很多有用的课题给出了 FORTRAN 计算程序，并有很多计算例题。

本书可作为高等院校气体动力学教科书，也可供与气体动力学有关的教师、工程技术人员和科研人员参考。

Gas Dynamics
Volume I
Maurice J. Zucrow
Joe D. Hoffman

*

气体动力学
上册
〔美〕M. J. 左克罗 J. D. 霍夫曼 著
王汝涌 吴宗真 吴宗善 魏叔如 庄峰青 李廷林 林治楷 译

*

国防工业出版社出版
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092 1/16 印张39 1/2 928千字
1984年1月第一版 1984年1月第一次印刷 印数：0,001—4,000册
统一书号：15034·2542 定价：4.80元

前　言

本书是气体动力学这门学科的入门书，计划作为大学高年级或研究生水平的初期课程使用。它也是为从事实际工作的工程师和科学家写的。

为便于学生能在没有教师辅导的条件下理解书中内容，阐述尽量清晰。为此，书中综述了一些基本原理，对方程的推导详细给出，许多说明例题均有完整的解答。习题放在每章之后，解例题和习题所需的各种函数表均包括在附录里。

学习气体动力学需要有流体力学和热力学的基础。关于这些学科的大学初级教科书是足够的了。

本书内容太多，不能在一学期的课程中完全讲完。在普度大学，我们对每章阐述的基本概念及其对理想气体流动的应用进行详细讨论。在时间允许的时候，也讨论了真实气体效应，并阐述喷管、扩压器等的应用。

本书自成一个完整的系统：第一章综述了基本原理；第二章详尽地推导了流体流动的控制方程；第三至第九章广泛地论述经典的定常一维气体动力学问题；第十章讨论非粘性流体定常多维流的一般特征；第十一章介绍线性流动的概念；第十二章介绍特征线法和定常二维超声速流动；第十三章介绍特征线法在非定常一维流动中的应用。附录简要介绍本书所用的数值分析的概念，为便于解题还包括大量的表格。

本书内容非常类似于现已出版的气体动力学的一些著作，如左克罗著的《飞机和导弹推进器（上册）：流体流动的热力学及其在发动机中的应用》与夏皮罗著的《可压缩流的动力学和热力学》。本书与这些书籍的主要区别在于，本书着重于应用数值法来解实际气体动力学问题。

我们相信通过练习有助于学习。因此，每一章都有许多解答非常详细的计算例题，用以说明如何运用理论分析来解决实际问题。

由于采用国际单位制（即 SI 制）是必然的趋势，书中的说明例题和习题均采用该单位制。

为帮助解题所包括的表格有：常用气体动力学流动函数表、标准大气物理性质表、空气热力学性质表。也给出了编制各个表格所用的计算程序，因而使用者在需要时可自己编制额外的表格。

数值分析的概念作了简要的介绍。内容包括了本书所用的全部数值方法：逼近法和内插法、线性代数方程和非线性代数方程的求解、积分以及常微分方程的求解。并用计算例题说明这些方法。

本书上册综合了左克罗《飞机和导弹推进器（上册）：流体流动的热力学及其在发动机中的应用》一书与霍夫曼十二年来在普度大学讲授气体动力学课程时所用的讲稿的内容。本书很多图和一些说明例题均选自左克罗的书。学习过左克罗的书和讲稿的普度大学学生提出的意见对本书的准备很有帮助。特别需要感谢普度大学两位同事慷慨的协助，汤

普森教授在本书写作过程中提出了有益的想法、评论和批评，利莱教授在热力学参数的数据方面给予了非常宝贵的协助。对他们慷慨的协助作者深为感谢。

J. D. 霍夫曼

印地安那州，西拉斐特市，1976。

目　　录

第一章　基本原理综述

1-1　本章主要符号
1-2　引言
1-3　量纲和单位
　（a）量纲
　（b）单位制
　（c）量纲统一原则
1-4　连续介质假设
　（a）作用在一团流体上的力的分类
　（b）连续介质中一点处的密度
　（c）流体中一点处的速度
　（d）一点处的应力
　（e）气体的连续介质假设
　（f）克努森数
1-5　理想物质
　（a）理想固体
　（b）理想流体
　（c）理想液体
　（d）理想气体
1-6　真实流体
　（a）理想流体和真实流体的一般介绍
　（b）粘性
　（c）气体粘度数据
1-7　简单热力学体系
　（a）简单热力学体系的性质
　（b）简单热力学体系的状态变化
1-8　可逆过程和不可逆过程
1-9　功
1-10　热
1-11　热力学第一定律
　（a）热力学第一定律的数学描述
　（b）贮能
　（c）内能
　（d）流动功
　（e）焓
　（f）比热
1-12　热力学第二定律和熵
1-13　牛顿运动定律
　（a）牛顿运动定律的数学表达
　（b）质点的动量
　（c）质点系的动量
1-14　分子运动论和理想气体
　（a）分子运动论的基本考虑
　（b）压强
　（c）温度
　（d）阿伏伽德罗数和玻耳兹曼常数
　（e）比热
　（f）粘性
　（g）导热率
　（h）扩散
1-15　理想气体的热力学性质
　（a）热状态方程
　（b）量热状态方程
　（c）比热关系式
　（d）焓的变化
　（e）熵的变化
　（f）过程方程
　（g）熵-焓图
　（h）热理想气体混合物
1-16　非理想气体和气体表
　（a）比热数据
　（b）气体表
1-17　声速和马赫数
　（a）声速
　（b）马赫数
1-18　大气性质

1-1 本章主要符号

a 声速

$\boldsymbol{a}$ 加速度

A 面积

c_p 定压比热

$\bar{c}_p$ $=\bar{m}c_p$，摩尔定压比热

c_v 定容比热

$\bar{c}_v$ $=\bar{m}c_v$，摩尔定容比热

C_i $=m_i/m$，i 组分的质量份数

e 比贮能

E 贮能

$\boldsymbol{F}$ 力

F 力量纲

g 当地重力加速度

g_c 由牛顿第二定律确定的比例系数

g_0 标准重力加速度（纬度45°、海平面、真空中）$=9.80665$米/秒^2（32.1740英尺/秒^2）

h 比焓

k 玻耳兹曼常数，1.38054×10^{-23}焦耳/K

K $=-v\,(dp/dv)$，体积模量

Kn $=L/\lambda$，克努森数

L 特征长度，或长度量纲

m 质量

$\bar{m}$ 分子量

M $=V/a$，马赫数；或者质量量纲

$\boldsymbol{M}$ 动量

$\boldsymbol{n}$ 单位法向量

N 摩尔数

N_A 阿伏伽德罗数，6.02252×10^{23}分子/摩尔

N_i i 组分摩尔数

p 静压

Q 热

R $=\bar{R}/\bar{m}$，指定气体的气体常数

$\bar{R}$ 通用气体常数，8314.3焦耳/千摩尔·K

Re $=LV\rho/\mu$，雷诺数

s 比熵

S 熵

t 绝对温度，或时间

$\boldsymbol{t}$ 单位切向量

T 时间量纲

u 比内能

U 内能

v 比容

$\mathscr{V}$ 容积

V 速度值

$\boldsymbol{V}$ 速度

W 功

X_i $=N_i/N$，i 组分的摩尔份数

希腊字母

γ $=c_p/c_v$，比热比

Θ 温度量纲

κ 导热率

λ 气体分子平均自由程

μ 绝对粘度或动力粘度

ν $=\mu/\rho$，运动粘度

ρ 密度

σ 应力

τ 剪切应力

ϕ $=\int_{t_0}^{t} c_p \frac{dt}{t}$

下标

i 组分标志

其它

— 单位摩尔量标志

1-2 引　言

气体动力学是更一般的学科——流体动力学的一个分支学科，它研究可压缩流体，特别

是气体运动的起因和作用。气体动力学综合了好几门学科，包括力学、热力学、空气动力学和化学动力学的一些概念和原理。原子核效应、电效应和磁效应一般不属于气体动力学的考虑范围。

本章综述了气体动力学分析方法的理论基础所需要的基本概念和原理。同流体动力学一样，气体动力学问题的分析基于下述四个基本物理定律之间的相互联系。

1．质量守恒定律。

2．牛顿第二运动定律。

3．热力学第一定律。

4．热力学第二定律。

这些定律既不以所讨论的流体性质为转移，也与所考虑的具体流动过程无关。质量守恒定律不言自明。其它三个定律，当用于有一定质量的体系时，其基本概念将在本章作一简要叙述。

在把上述定律用于流动流体时，必须考虑流体的性质。因此，本章简要回顾了连续介质的概念和理想物质的弹性与热力学性质。此外，由于理想气体● 在气体动力学中占有重要地位，因而对它的性质做了颇为详细的讨论。

1-3 量纲和单位[1～4]

量纲是对特征物理量所使用的名称。气体动力学中的这种物理量有力F、质量M、长度L、时间T和温度Θ。单位是对选作测量标准的某个量纲值的称呼。例如，长度量纲可以用米为单位进行测量。基本测量单位是任意的，但是一经选定，使用时就必须一致。本节将述及量纲和单位的几个固有特性。

1-3(a) 量纲

一般用于工程测量的量有两类：有量纲量和无量纲量。有量纲量的大小是以一个或几个基本测量单位表示的，例如，长度多少米、速度每秒多少米、加速度每秒每秒多少米等。而无量纲量则没有任何量纲可言，它只是一个纯粹的数。无量纲量可以是一个系数，比如孔板流量系数，也可以是两个同量纲量之比，或者是几个有量纲量经过运算处理而得到的无量纲结果。只要所使用的那几个单位是一致的，则无量纲量的数值与计算它时所采用的基本单位的大小无关。

为表示物理测量值的大小而选取的主量纲和基本单位的大小可以是任意的。这完全取决于方便。一般说来，主量纲可以选取使用方便的任何一组相互独立的量。但经验表明，在流体力学范围内有四个主量纲就足够了。它们是长度L、时间T、质量M或力F以及温度Θ。在流体力学范围内，任何一个物理测量值的大小都可以由上述主量纲的单位来表示。

● “perfect gas”在物理学、化学和热力学中一般译为“理想气体”。然而在大多数气体动力学书籍中，“理想”(ideal) 一词一般系指无粘性，所以通常把“perfect gas”译为“完全气体”。本书不仅从物质的热力学性质，而且也从物质的弹性性质出发，定义了“理想物质”(perfect substances)。作为它的特例，进一步又定义了“理想固体”(perfect solid) 和“理想流体”(perfect fluid)。最后又把理想流体区分为“理想液体”(perfect liquid) 和“理想气体”(perfect gas) (见1～5节)。由此可见，本书若再把“perfect gas”译为“完全气体”就不合适了。此外，本书作者对无粘性概念用的是“inviscid”，可以直译为“无粘性”，因而也不会与“理想”一词发生概念混淆。所以本书对“perfect gas”统译为“理想气体”。——译者

质量和力由牛顿第二运动定律相联系，即力∝质量×加速度。牛顿第二定律写成量纲形式是$F \propto ML/T^2$。假如选取质量M是主量纲，则力F的量纲是ML/T^2。如果选择力F为主量纲，那末质量M的量纲就是FT^2/L。因此，在任何量纲系中，质量M和力F只能选择一个作为主量纲；而另一个则为二次量纲或导出量纲。

1-3(b) 单位制

象主量纲的选取一样，基本测量单位（以下简称基本单位）的选取也是任意的，并完全从方便出发。这一点可以从工程上和物理学中对M、L、T和F四个量纲用了大量不同的单位得到证明。不过，牛顿第二运动定律对基本单位制有一个限制，称为一致性条件。一致性条件要求基本单位在数值上必须满足下列关系式：1单位力＝1单位质量×1单位加速度。

1971年以前，美国广泛使用几种单位制。计有：(1)英工程制(EE)，(2)英绝对制(EA)，(3)英重力制(EG)，(4)公制。1971年美国标准局建议采用修订的公制，称为国际标准制(SI制)。表1.1列出了上述五种单位制的基本单位和对每个单位所推荐的符号。

表1.1 各种单位制的基本单位

量	单位制				
	英工程制 (EE)	英绝对制 (EA)	英重力制 (EG)	公制 (M)	国际制 (SI)
长度	英尺(ft)	英尺(ft)	英尺(ft)	厘米(cm)	米(m)
质量	磅(lbm)	磅(lbm)	斯勒格(slug)	克(g)	公斤(kg)
时间	秒(sec)	秒(sec)	秒(sec)	秒(s)	秒(s)
力	磅力(lbf)	磅达(pdl)	磅力(lbf)	达因(dyne)	牛顿(N)
温度	朗金(R)	朗金(R)	朗金(R)	凯尔文(K)	凯尔文(K)

参考文献〔4〕介绍了包括新的SI制在内的各测量制简史。SI制各测量单位的标准是在1960年国际计量大会上制订的。质量单位的标准是公斤(kg)，它是一块保存在巴黎国际计量局的圆柱形铂-铱合金。在所有标准单位中，质量单位是唯一仍由人工制造品来定义的基本单位。长度单位的标准是米(m)，它定义为真空中氪-86原子$2p_{10}$和$5d_5$能级间跃迁辐射波长的1650763.73倍。时间单位的标准，秒(s)，规定为铯-133原子两超精细基态能级之间跃迁辐射周期的9192631770倍。凯尔文(K)是温度单位的标准，它规定为水三相点的热力学温度的1/273.16。SI制力的单位标准是牛顿(N)，它的大小规定为以1米/秒^{2}的加速度加速1公斤质量所需要的力。摩尔(mol)是体系物质量的标准。一摩尔包含的基元体数目等于0.012公斤碳-12所含的原子数。在使用摩尔时，必须指定基元体，它可以是原子、分子、离子、电子、其它粒子或者是这些粒子的特定组合。平面角测量单位的标准是弧度(rad)，它定义为长度等于半径的弧所对的圆心角。

美国在采用SI制过程中，至少会有五种不同的基本单位制并行。它们之间（以及与其它单位制之间）的关系利用一致性条件是容易确定的。

1. EE制

$$1\text{磅力} = 1\text{磅质量} \times 32.1740\,\text{英尺}/\text{秒}^2$$

2. EA 制

$$1\text{ 磅达力} = 1\text{ 磅质量} \times 1\text{ 英尺/秒}^2$$

3. EG 制

$$1\text{ 磅力} = 1\text{ 斯勒格质量} \times 1\text{ 英尺/秒}^2$$

4. 公制

$$1\text{ 达因力} = 1\text{ 克质量} \times 1\text{ 厘米/秒}^2$$

5. SI 制

$$1\text{ 牛顿力} = 1\text{ 公斤质量} \times 1\text{ 米/秒}^2$$

表 C.1● 给出了气体动力学中的若干物理量的量纲公式。表 C.1 还给出这些物理量在英工程单位制（EE）、英绝对单位制（EA）、英重力单位制（EG）和国际标准单位制（SI）中的单位。

表C.2 给出了流体力学中的某些通用物理常数的数值。

1-3(a) 节指出牛顿第二运动定律的形式是

$$F \propto ma$$

为把比例式变为等式，在式中加一比例系数，用 $\dfrac{1}{g_c}$ 表示，于是

$$F = \frac{1}{g_c} ma \tag{1.1}$$

根据方程（1.1），$g_c = ma/F$。g_c 的大小和单位取决于 m、a 和 F 所采用的单位。表 1.2 给出在气体动力学常用的几种单位制中 g_c 的值。

表1.2　几种单位制中的比例系数 g_c

单位制	长度	时间	质量	力	比例系数 g_c
EE	英尺	秒	磅	磅力	32.1740磅·英尺/磅力·秒^2
EA	英尺	秒	磅	磅达	1.0磅·英尺/磅达·秒^2
EG	英尺	秒	斯勒格	磅力	1.0斯勒格·英尺/磅力·秒^2
SI	米	秒	公斤	牛顿	1.0公斤·米/牛顿·秒^2
公制	厘米	秒	克	达因	1.0克·厘米/达因·秒^2

系数 g_c 不是一个物理量，而仅仅是一个有如 1 米＝100 厘米、1 牛顿·米＝1 焦耳、1 公斤＝1000 克等等那样的转换系数。对于一个一致的单位系来说，$g_c = 1$ 这个数值就可在方程（1.1）中省去，从而得到

$$F = ma \tag{1.2}$$

因为 g_c 不是一个物理量，所以在本书的方程式中都省掉它。但应记住，在进行数值计算时，必须确定和使用适当的 g_c 值以及其它比例系数。

本书（上册）最后介绍了许多与气体动力学有关的物理参数的单位转换系数。

例题 1.1　一个质量 5 公斤的物体，得到 10米/秒^2 的加速度。使用下列单位计算作用在该物体上的外力。（a）牛顿、（b）达因、（c）磅力、（d）磅达。

● C.1、C.2等表在附录C中。

解

(a) $F=ma=(5\text{公斤})\left(10\dfrac{\text{米}}{\text{秒}^2}\right)\left(\dfrac{\text{牛顿}\cdot\text{秒}^2}{\text{米}\cdot\text{公斤}}\right)=50\text{牛顿}$

(b) $F=ma=(5\text{公斤})\left(10\dfrac{\text{米}}{\text{秒}^2}\right)\left(\dfrac{\text{牛顿}\cdot\text{秒}^2}{\text{米}\cdot\text{公斤}}\right)\left(\dfrac{10^5\text{达因}}{\text{牛顿}}\right)=5\times10^6\text{达因}$

(c) $F=ma=(5\text{公斤})\left(10\dfrac{\text{米}}{\text{秒}^2}\right)\left(\dfrac{\text{牛顿}\cdot\text{秒}^2}{\text{米}\cdot\text{公斤}}\right)\left(0.224809\dfrac{\text{磅力}}{\text{牛顿}}\right)=1.124\text{磅力}$

(d) $F=ma=(5\text{公斤})\left(10\dfrac{\text{米}}{\text{秒}^2}\right)\left(\dfrac{\text{牛顿}\cdot\text{秒}^2}{\text{米}\cdot\text{公斤}}\right)\left(0.224809\dfrac{\text{磅力}}{\text{牛顿}}\right)\left(32.174\dfrac{\text{磅达}}{\text{磅力}}\right)$

$=36.165\text{磅达}$

这个例题中，每个物理量的单位都同它的数值一起写在式内。这样做，所得量的单位显而易见，而且究竟是否使用 g_c 这样的转换系数是一目了然的。在进行数值计算时，方程中包含单位的方法很值得推荐。这样做，如果有所需要的转换系数，它们就会自动地以初始物理量的单位和计算物理量所要求的单位表示出来。然而，由于篇幅的限制，虽然我们极力推荐这种做法，但实际上本书的例题并未这样做。不过，所有例题最初都是按所推荐的办法做的，从而保证在答案中能得到所要求的单位。

1-3(c) 量纲统一原则

量纲统一原则是物理量之间数学关系的一个重要原则。它要求，在表示物理变量之间真实物理关系的方程式中，所有各项必须具有相同的量纲。这样，只要各项的量纲相同，那么计算方程每一项时所使用的单位尽可以不同。但当一个量纲统一的方程各项合并时，每项都必须用相同的单位来表示。这时在数值计算中就引入了转换系数。

1-4 连续介质假设[5,6]

从微观观点来看，物质是由不连续的粒子，即分子或原子组成的。在处理流体，即液体或气体时，最常用的假设是认为流体细致的分子结构可以用一连续介质来代替，这就使得在宏观尺度上处理流体成为可能。连续介质假设假定每个流体微元都含有极大量的分子，一个微元体积内所包含的分子的统计平均性质代表了该微元体积范围内流体的宏观性质。因此，只有所考虑的一团流体或者流体中物体的特征尺寸同组成流体的分子之间的平均距离相比非常大时，连续介质模型才能成立。换句话说，假如流体内一个无限小的变化能够影响很大量的分子，这时连续介质假设成立。

在由连续介质假设出发定义某些流体性质之前，先简单回顾一下可能作用在一团流体上的力。这些力使流体发生变形或应变。假如力确实不随时间变化，则称为静力；相反，随时间变化的力称为动力。

1-4(a) 作用在一团流体上的力的分类

作用在一团流体上的外力可以分为两种：（1）表面力，（2）彻体力。表面力相对于这团流体表面可以有任何方向，并能分解为垂直于表面的法向力和平行于表面的切向力或剪切力。彻体力是一种分布在物体整个体积上的力，比如万有引力、磁场和静电场产生的力等等。

作用在物体每单位面积上的力(量纲为 F/L^2) 称为应力。垂直作用于面积的应力称为法向应力。如果法向应力的作用方向是使组成流体的粒子互相靠近，则称之为压应力。如果作用方向是使粒子互相分离，则称为拉应力。

1-4(b) 连续介质中一点处的密度

包含一个流体微元质量，其中含有足够多的分子以使连续介质假设得以成立的最小微元体积 $\delta\mathscr{V}$，称为流体微团；令 $\delta\mathscr{V}'$ 表示这个极限体积。

图 1.1 表示由体积$\mathscr{V}$包围着的一团大的流体质量。令 $P(x, y, z)$ 为$\mathscr{V}$边界内任意一点。假设 P 点由包含着流体微元质量 δm的微元体积 $\delta\mathscr{V}$环绕。令 $\bar{\rho}$ 为 $\delta\mathscr{V}$所包围质量的平均密度，则

$$\bar{\rho} \equiv \frac{\delta m}{\delta\mathscr{V}} \tag{1:3}$$

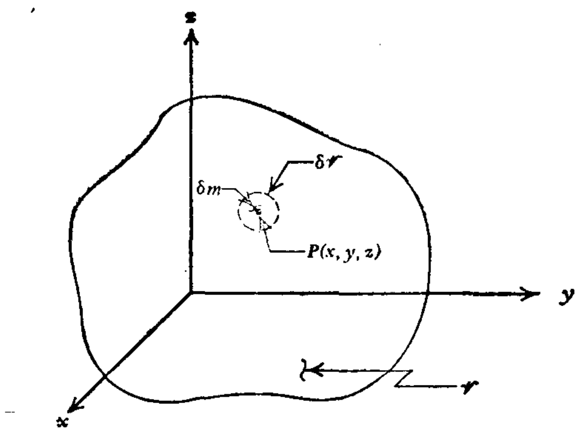

图1.1　连续介质中的微元体积

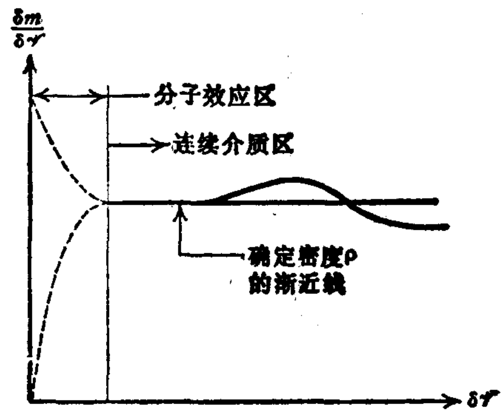

图1.2　连续介质中一点处密度的确定

现在让 $\delta\mathscr{V}$向 $P(x, y, z)$ 缩小，并绘出比值$\delta m/\delta\mathscr{V}$的曲线，定性地如图 1.2 所示。该图表明，随着 $\delta\mathscr{V}$的缩小，表征 $\delta m/\delta\mathscr{V}$ 作为 $\delta\mathscr{V}$ 函数的曲线呈现出如下特性。

1. $\delta m/\delta\mathscr{V}$趋近于一个渐近值；这说明物质变得越来越均匀。

2. 当 $\delta\mathscr{V}$变到小于某一最小值(它仅包含几个分子)后，在一个或几个分子进、出 $\delta\mathscr{V}$时，$\delta m/\delta\mathscr{V}$的值大幅度起伏。因而 $\delta m/\delta\mathscr{V}$ 的大小成为不确定的。

引入极限体积 $\delta\mathscr{V}'$，在点 P 处流 体的密度就由下式定义：

$$\rho \equiv \lim_{\delta\mathscr{V} \to \delta\mathscr{V}'} \frac{\delta m}{\delta\mathscr{V}} \tag{1.4}$$

1-4(c) 流体中一点处的速度

令$\boldsymbol{V}$表示流体中任意一点 $P(x, y, z)$ 周围极限体积 $\delta\mathscr{V}'$ 内瞬时包含的流体速度的平均值。一般来说

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}(x, y, z, t) \tag{1.5}$$

参看图 1.3，令 $\boldsymbol{r}$ 表示任一瞬时 t 指向 P 点的向径，则$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{r}, t)$　(1.6)

$\boldsymbol{V}$ 随时间 t 变化的流动称为非定常流，$\boldsymbol{V}$不随 t 变化称为定常流。对于定常流

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{V}(x, y, z) \tag{1.7}$$

须注意，点$P(x,y,z)$处的速度与该点处的流体微团内的分子瞬时速度无关。$\boldsymbol{V}$是指由$\delta\mathscr{V}'$包围的、在此瞬时与P点重合的流体微团的质心速度。它定义为

$$\boldsymbol{V}\equiv\frac{\sum_{i=1}^{N}m_i\boldsymbol{V}_i}{\sum_{i=1}^{N}m_i}=\frac{\delta\mathscr{V}'\text{中包含的总动量}}{\delta\mathscr{V}'\text{内的总质量}} \tag{1.8}$$

其中N表示$\delta\mathscr{V}'$内的粒子数，$\boldsymbol{V}_i$表示第i个粒子的速度，m_i表示它的质量，$m_i\boldsymbol{V}_i$表示它的动量。

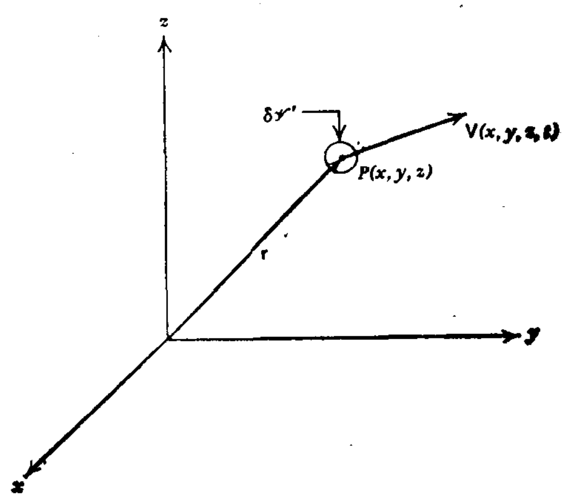

图1.3　流动流体一点处的速度

1-4(d)　一点处的应力

图1.4(a)表示一个固体，假设它是一个在若干外力F_1、F_2、F_3、F_4、F_5和F_6作用下处于平衡的连续介质。由于这些外力的作用，在构成物体的物质中就有内力在传递。这里说的内力不是指分子间的个别作用力，而是指它们的综合效应。

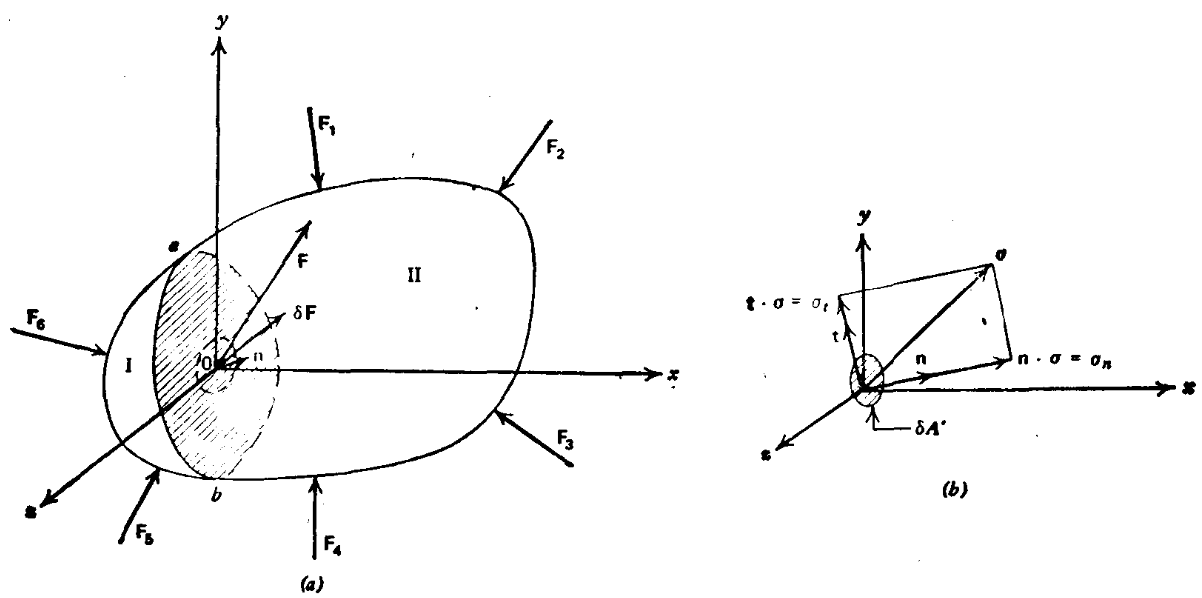

图1.4　连续介质中一点处的应力

(a)作用在物体上的力；(b)一点处的应力

假设物体被通过O点的假想平面ab分为两部分，并标以Ⅰ和Ⅱ，同时令O为笛卡尔坐标x、y、z轴的原点。假定物体第Ⅰ部分在外力F_5和F_6以及ab平面的面积A上由Ⅱ施于Ⅰ的内力的联合作用下处于平衡。内力的大小用力作用面积上的应力（每单位面积上的力）表示。令σ表示应力。一般情况下，应力在平面ab的面积A〔见图1.4(a)〕上不是均匀分布的。令$\boldsymbol{F}$表示作用在面积A上的合力，则平面ab内任一点O处的应力$\boldsymbol{\sigma}$定义为

$$\boldsymbol{\sigma}=\lim_{\delta A\to\delta A'}\frac{\delta\boldsymbol{F}}{\delta A} \tag{1.9}$$

其中 $\delta A'$ 是尺度可与体积 $\delta\mathscr{V}'$ 相比拟的一块面积。

图 1.4(*b*) 所示的应力 σ 是一个与合力 δF 同方向的向量，通常它与表示表面 δA 方向的单位法向量 n 有一定倾角。习惯规定向外法向为正，反之为负。应力 σ 可以分解为两个互相垂直的分量，一个是平行于 n 的法向应力，一个是垂直于 n 的切向应力或剪切力；就是说切向应力的方向即单位切向量 t 的方向。因此，应力 σ 由下列向量方程确定：

$$\sigma = n\sigma_n + t\sigma_t \tag{1.10}$$

1-4(e) 气体的连续介质假设

当气体处于低压（如高空大气）时，其密度可以低到如此程度，以致连续介质假设是否适用都成了问题。因而需要有一个确定连续介质假设应用限度的分析判据。为此这里简单考虑一下由气体结构的微观观点得到的某些结果（另见 1-14 节）。

根据分子运动论，气体可以设想是由非常大量的分子组成的(比如阿伏伽德罗数 $N_A = 6.02252\times10^{23}$分子/摩尔)。气体分子以极快的速度进行着随机运动，每个分子的运动又由于同大量邻近分子和容器壁的碰撞而大受阻碍。假定碰撞过程为弹性碰撞、时间很短，而且能量和动量是守恒的。这种碰撞可能引起两个极端状况。一些分子把它们的动能传给其它分子而使自己的速度变为 0；那些获得能量的分子则达到很高的速度。其余分子将具有介于上述两极端状况之间的速度（动能)。描述分子平衡时速度分布的函数已由麦克斯韦和玻耳兹曼应用统计力学的方法导出[7~10]。

在正常的压力和温度条件下，气体分子在与其它分子碰撞之前仅能运动一个很短的距离，称为分子自由程。因而相邻两次碰撞之间的时间间隔也同样是很短的。对一个分子集合来说，其自由程的平均值称为平均自由程，用 λ 表示；气体的几个输运性质都与 λ 有关，例如粘度、导热率和扩散系数。一般地说，在每单位体积内的分子数给定后，小分子比大分子有更大的 λ；碰撞几率随着分子尺度（直径）的减小而减少。

对于具有麦克斯韦速度分布[10]的分子弹性碰撞，其平均自由程 λ 由下式给出：

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}(\pi N d^2)} \quad (\text{米}) \tag{1.11}$$

其中 N 为每立方米内的分子数，d 为以米表示的分子有效直径。若用 m 表示分子质量，ρ 表示气体连续介质密度，则

$$\lambda = \frac{m}{\sqrt{2}(\rho\pi d^2)} \tag{1.12}$$

一般地说，除分子直径外，计算平均自由程的所有量都容易得到。分子直径通常在用分子运动论计算气体输运性质时求得，诸如粘度、导热率和自扩散等的计算。

表1.3　在标准温度压力下几种气体的分子直径 d 和平均自由程 λ

气体	d，米$\times10^{-10}$	λ，米$\times10^{-8}$	气体	d，米$\times10^{-10}$	λ，米$\times10^{-8}$
氩(A)	2.90	10.9	氧(O_2)	2.95	10.6
氦(He)	2.00	22.9	二氧化碳(CO_2)	3.30	8.39
氮(N_2)	3.50	7.46	氨(NH_3)	3.00	10.2

表 1.3 列出了标准温度、压力（STP）下，即 $p=1$ 大气压、$t=298.15\,K$，几种气体分子直径典型的近似值。从表 1.3 明显看出，在标准温度、压力下，λ是个非常小的距离。

1-4(f) 克努森数

对于连续介质假设成立的气体，其分子平均自由程必须小于流场的一个重要的特征线度 L。定义克努森数为 λ/L 之比，并用 Kn 表示，即[11]

$$\mathrm{Kn}=\lambda/L \tag{1.13}$$

克努森数可以与雷诺数 $\mathrm{Re}=LV\rho/\mu$ 及马赫数 $\mathrm{M}=V/a$ 联系起来，式中 a 为气体中的声速。利用气体的比热比 $\gamma=c_p/c_v$，可以指出[11]

$$\mathrm{Kn}=1.26\sqrt{\gamma}\ (\mathrm{M}/\mathrm{Re}) \tag{1.14}$$

在雷诺数较小时，特征长度 L 通常可以取气体中的物体尺度，或者是流动通道的尺度。对于大雷诺数（即 $\mathrm{Re}\gg 1$）情况，更重要的特征长度是邻近固壁，粘性效应明显的流体层的厚度 δ；这层流体称为附面层（见 5-10 节）。变量 L、Re 和 δ 的一般关系如下式所示[11]：

$$\delta/L\approx\sqrt{1/\mathrm{Re}} \qquad \mathrm{Re}\gg 1 \tag{1.15}$$

方程（1.15）不适用于高超声速流动（大约 $\mathrm{M}>7$）。因此，对于大雷诺数，Kn 给出为

$$\mathrm{Kn}\approx\mathrm{M}/\sqrt{\mathrm{Re}} \tag{1.16}$$

连续介质假设适用于克努森数小于0.01左右的流动。因此，气体被假定为连续介质时必须

$$\mathrm{Kn}\approx\mathrm{M}/\mathrm{Re}<0.01 \quad 和 \quad \mathrm{Re}\approx 1 \tag{1.17 a}$$

$$\mathrm{Kn}\approx\mathrm{M}/\sqrt{\mathrm{Re}}<0.01 \quad 和 \quad \mathrm{Re}\gg 1 \tag{1.17 b}$$

当 $\mathrm{Kn}>0.01$ 时，气体应作为离散的粒子集合来处理。表 1.4 表示根据克努森数的大小进行分类的流动状态。

表1.4　根据克努森数划分的流动状态

$\mathrm{Kn}=\lambda/L$	流动状态
$\mathrm{Kn}<0.01$	连续介质
$0.01<\mathrm{Kn}<0.1$	滑流
$0.1<\mathrm{Kn}<3.0$	过渡状态
$3.0<\mathrm{Kn}$	自由分子流

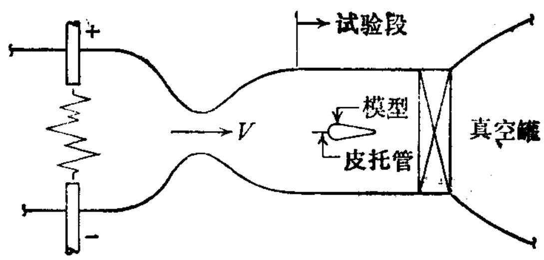

图1.5　例题1.2简图

例题1.2　图 1.5 是一个电弧加热风洞结构示意图。风洞中装一个高 0.0254 米，长 0.1524米的模型，并在马赫数 7 下进行试验。在这个马赫数下，$V=1743$ 米/秒，$\rho=0.0182$ 公斤/米^3，$t=154\,K$，$p=833$ 牛顿/米^2。模型前端装有一个用外径为7.62×10^{-5}米的注射器制成的皮托管，用以测量自由流滞止压力。试确定稀薄气体效应是否可能发生。

解

对模型本身，特征尺度是模型上的附面层厚度 δ。基于模型长度的雷诺数为

$$\mathrm{Re}=\frac{LV\rho}{\mu}=\frac{(0.1524)(1743)(0.0182)}{12.2\times10^{-6}}=3.963\times10^{5}$$

式中$\mu=12.2\times10^{-6}$公斤/米·秒是$t=154$K下之值。这样，对模型来说，克努森数为

$$\mathrm{Kn}=\frac{\mathrm{M}}{\sqrt{\mathrm{Re}}}=\frac{7}{(3.963\times10^{5})^{1/2}}=0.0111$$

对这样的Kn值，稀薄气体效应不甚重要。

对皮托管来说，合适的特征尺度是管直径，因为在管口处不存在附面层效应。于是

$$\mathrm{Re}=\frac{DV\rho}{\mu}=\frac{(7.62\times10^{-5})(1743)(0.0182)}{(12.2\times10^{-6})}=198.14$$

对皮托管Kn数为

$$\mathrm{Kn}=\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{Re}}=\frac{7}{198.14}=0.03533$$

对皮托管来说，稀薄气体效应应该考虑。

1-5 理想物质

一般说来，工程问题所关心的是那些处于一定物理和化学过程的物质。对这些物质和过程作精确的数学描述所导出的方程，不是无法解，就是很难解。为使问题变得能够进行数学分析，通常是用服从一定简单定律的理想物质代替实际物质，用一些数学描述比较简单的过程来代替实际过程。

当然，理想物质是一种假想的物质，但它的考虑至少可对真实物质的特性得到一些重要的初级近似。对理想物质推导出的方程，通过由实验确定的修正系数进行修正后，即可应用到真实物质。

理想物质是一种组成均匀、各向同性的物质。由于均匀性，所以它的化学成分和物理状态在全部质量范围内都保持一致。由于各向同性，所以它的弹性在一切方向和一切位置上都相同；在理想物质中产生的应力也只取决于应变的大小。理想物质常常被称为简单系统，并具有下列两个基本特性。

1. 它的弹性性质可由两个弹性模量完全决定：(a)剪切模量或刚性模量N，(b)体积模量K。

2. 它的热力学状态完全由它的宏观性质（也称热力学参数）决定，而这些宏观性质中只有两个是独立的。

在以后的所有讨论中，除明确指出相反的情况外，都假设理想物质在尺度上的任何无限小变化（如体积变化$d\mathscr{V}$）都包含着使连续介质假设得以成立的足够多的分子。

图 1.6 表示受到剪切力作用的一个单位立方体的理想物质。剪切模量N由下面的公式定义：

$$N\equiv\frac{\text{剪切应力}}{\text{剪切应变}}=\frac{\tau}{\Delta L/L}=\frac{\tau}{\mathrm{tg}\,\alpha}\approx\frac{\tau}{\alpha} \tag{1.18}$$

因为对于小的α角，$\mathrm{tg}\,\alpha\approx\alpha$。

为得到体积模量K的定义，我们考虑一个承受均匀流体静压力p的立方体物质，如图1.7所示。假如流体静压力从p增加到$p+\Delta p$，该立方体的体积由$\mathscr{V}$缩小到$\mathscr{V}-\Delta\mathscr{V}$。从而单位体积的应变为$-\Delta\mathscr{V}/\mathscr{V}$。负号表示体积随着压力的增加而减小。注意到$\Delta\mathscr{V}/\mathscr{V}=\Delta v/v$，