土建结构程序设计

黄振国 编著

科学出版社

序流程、分块和分段调试及综合调试等一些实用而有效的方法.

为了便于读者掌握编写程序的要领，作者始终把有限元法和程序设计紧密联系起来. 书中没有给出平面桁架、连梁、井字梁及空间桁架等的程序，是为了把这些作为练习留给读者自己编写.

编写本书时得到清华大学龙驭球教授和郑州工学院寿楠椿教授的大力支持和帮助,特此表示衷心感谢.

程序设计是一门新学科,还处在发展之中. 限于作者水平,本书难免存在错误和不妥之处,希望读者批评指正.

（京）新登字 092 号

内 容 简 介

本书介绍如何应用有限元法原理编制土建结构设计程序，以及如何在计算机上调试程序. 内容包括有限元法基本原理、土建结构程序设计方法及程序调试技术.

本书阐述简明、清晰，便于读者自学，可作为大专院校土建专业的教材和教学参考书，也可供学习计算机应用、编制程序和调试程序的土建科技人员阅读.

土建结构程序设计

黄振国 编著

责任编辑 杨家福

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100707

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1991 年 12 月第 一 版 开本：850×1168 1/32

1991 年 12 月第一次印刷 印张：6 1/4

印数：0001—4 000 字数：159 000

ISBN 7-03-002561-X/TU.23

定价：5.10 元

序　言

微型计算机正在迅猛地发展，其运行速度在不断提高，而价格却逐渐下降. 现在个人使用微型计算机就相当于五六十年代人们使用计算尺或手动(或电动)台式计算机. 使用计算机和编制计算机程序已不仅是计算机专业人员的工作，各种工程技术人员都需要掌握它，以便能根据工程需要编写应用程序.

在我国，电子计算机在土建工程中的应用愈来愈广泛. 不少设计院和施工单位在结构设计、绘图、计算工程造价和施工管理等方面都逐渐采用计算机完成. 因此，土建工程技术人员急需掌握计算机技术. 本书着重讲述如何应用有限元法原理编写结构设计程序，以及如何在计算机上调试程序. 这将有助于广大土建科技人员较快地掌握编制程序的方法及程序调试技术.

本书共分八章，首先介绍有限元法概念和基本原理，并通过对平面刚架的矩阵分析，较完整地说明有限元位移法解题步骤，接着讨论空间桁架有限元位移法. 第四章介绍了程序设计的基本知识，其中包括程序设计步骤及程序框图作用和画法. 第五章较详细地讨论了平面框架的框图作法及程序编制. 书中给出的钢筋混凝土平面框架设计程序已在工程实际中使用多年，其配筋部分最近又根据 1989 年国家颁布的《混凝土结构设计规范》(GBJ10-89)进行了修改，具有很高的使用价值. 关于程序使用说明书的编写和输入数据的简化，本书也作了介绍. 第七章根据作者的研究成果导出了楔形变截面杆的单元刚度矩阵、固端内力公式，以及如何用有限元位移法进行整体分析，并给出用 BASIC 语言编写的钢筋混凝土变截面框架设计程序，该程序也在工程中使用了多年. 最后讲述如何在计算机上调试程序和查找程序中的错误，以确定其来源并排除之，并介绍了模仿计算机工作、插入打印语句、强制程

目　　录

第一章　有限元法的概念

§1-1　有限元法原理

有限元法也称有限单元法，是把分析的结构物假想地看作有限个单元的组合体来考虑．杆系结构是由有限个梁、柱杆件结合成的平面结构或空间结构，因此把每个梁和柱取作一个单元是很自然的．如图 1-1 所示平面刚架，它是由两根梁（①，②）和四根柱（③—⑥）通过节点刚性连接所组成的，因此该刚架是由 6 个有限单元所组成．当结构受外力作用产生变形时，杆件也产生变形．在有限元法中用连接各单元的节点位移来确定各有限单元的变形状态．也就是说，根据这些节点的位移来确定结构的变形状态．

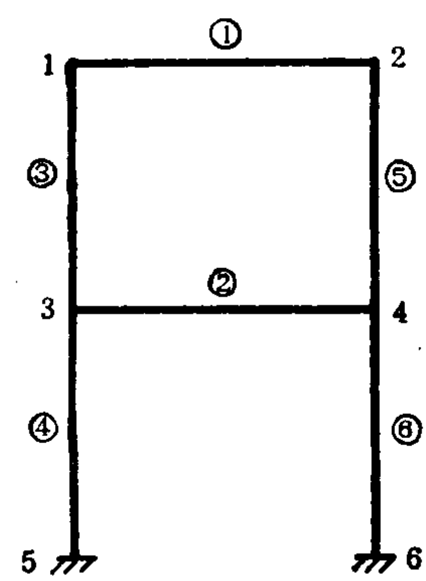

图　1-1

用有限元法分析杆件结构时必须做到：

（1）首先取出各杆，建立杆端位移与杆端力之间的关系．

（2）然后利用节点平衡条件，建立一组描述整个结构受力状态的代数方程组．

（3）解方程组，求得节点位移．

（4）由节点位移可知杆端位移，再由杆端位移求得杆端力．

杆端力（剪力和弯矩）已知后，该杆件（单元）的整个内力分布也就可以算出．这实际上是结构力学中用位移法计算刚架的思路，但过去由于求解大型方程组很困难，所以许多研究者致力于简化

计算,研究出了力矩分配法、迭代法等. 随着电子计算机的出现和发展,克服了求解大型线性方程组的困难,这种方法便得以用于实际工程结构计算.

有限元法也可用于板、壳和块体等连续体. 如对于平面弹性连续体,即假想把实际的连续体分割成为有限个仅在节点上相连接的单元. 如图 1-2 所示的悬臂高梁(深梁),可被看做弹性力学平面问题,分割成有限个三角形单元,这些单元仅在节点处以铰连接. 由此可以看出,有限元法是一开始就在计算简图上进行简化,用有限个单元组成的理想化结构来代替实际结构,这是"物理"上的近似处理,是用一个有限自由度体系代替一个无限自由度体系(如悬臂深梁). 根据结构物的实际情况,单元也可采用平面矩形单元、矩形板单元、四面体单元和六面体单元等等.

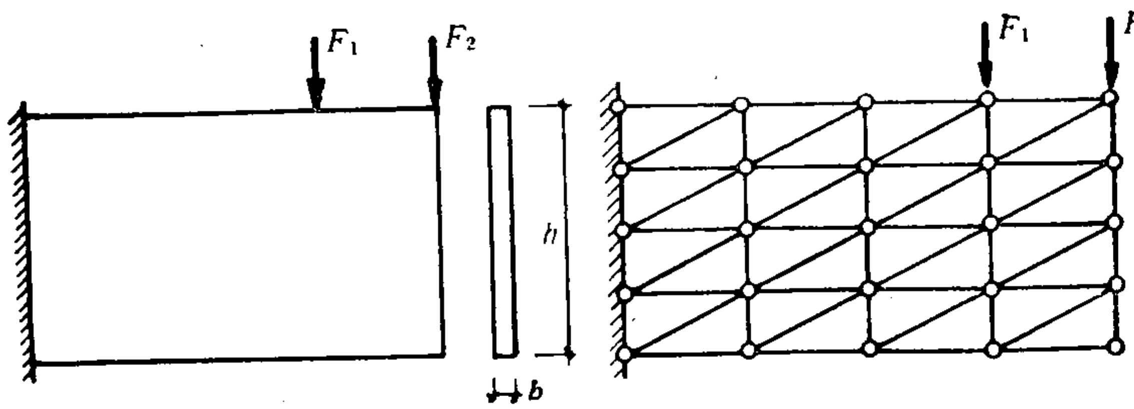

图 1-2

连续体分割成为有限个单元,显然存在着一定的近似性,但分割的单元数越多就越接近实际情况,结构的计算精度也就越高. 在杆系结构中,一根杆就是一个单元,杆件数本来是有限的,因此不存在这方面的这种近似性.

应用有限元法进行结构分析时,都要用到矩阵分析的方法,这是由于用矩阵表示公式简明,并提供有效的组织手段,便于在计算机上自动形成和求解大型代数方程组. 有限元法常用矩阵分析手段,因此也称为结构矩阵分析;又由于这些计算都是在计算机上完成的,因此也叫做结构力学的计算机方法或结构分析的计算机方法,亦称计算结构力学.

§1-2 有限元位移法解题思路

有限单元方法可以采用力法(柔度法)、位移法(即刚度法)和混合法。由于柔度法要选择基本体系与多余约束，需要较多地结合结构物的具体情况，不易实现计算自动化。位移法单元类型少、便于自动化、通用性强，因此目前结构分析多采用刚度法。

我们先用一个连续梁为例说明有限元位移法解题思路。图1-3的两跨连续梁共有两个单元(杆件)，编号为①，②；三个节点，其编码为1，2，3。各跨线刚度 $i=\frac{EI}{L}$ 可以不同，分别为 i_1, i_2。连续梁上只作用节点外力矩 M_1，M_2，M_3。图中 $m_1^{ⓔ}$，$m_2^{ⓔ}$ 及 $\theta_1^{ⓔ}$，

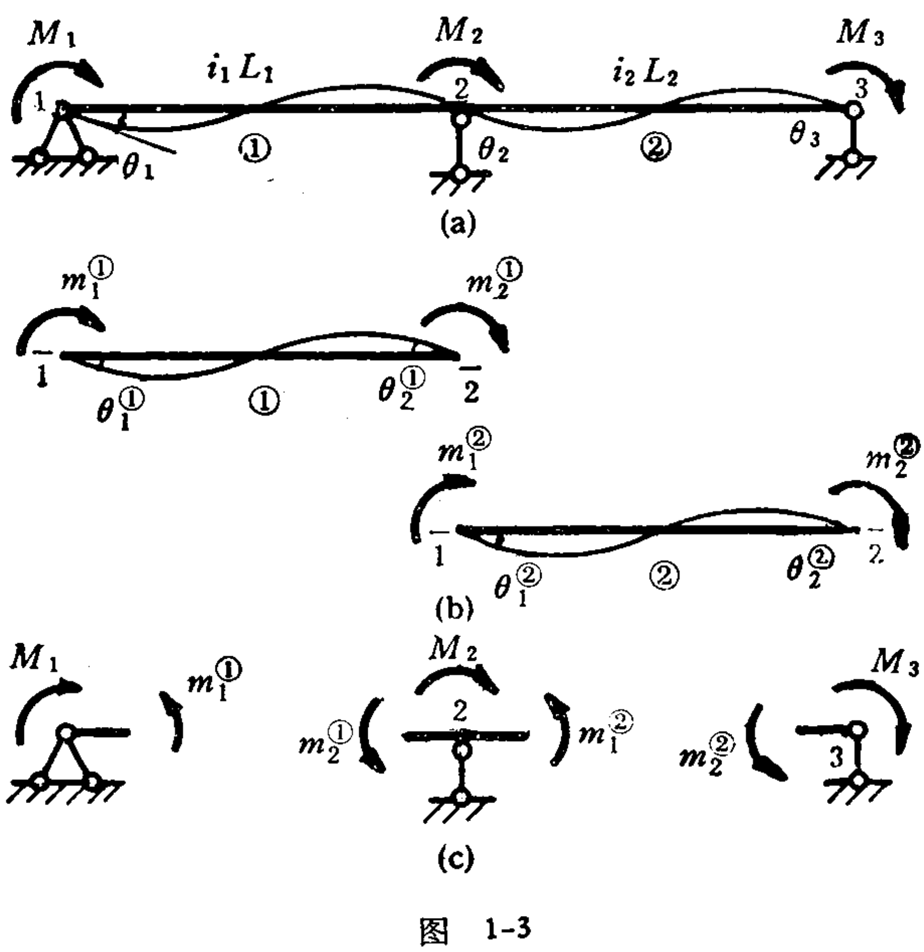

图 1-3

$\theta_2^{ⓔ}$ 分别为单元ⓔ的左端和右端杆端弯矩及转角，如 $m_1^{②}$ 为②单元左端杆端弯矩。

先进行单元分析，由结构力学位移法得出转角位移方程为

$$
\text{单元①}\quad\begin{cases} m_1^{①} = 4i_1\theta_1^{①} + 2i_1\theta_2^{①} \\ m_2^{①} = 2i_1\theta_1^{①} + 4i_1\theta_2^{①} \end{cases} \tag{1-1}
$$

$$
\text{单元②}\quad\begin{cases} m_1^{②} = 4i_2\theta_1^{②} + 2i_2\theta_2^{②} \\ m_2^{②} = 2i_2\theta_1^{②} + 4i_2\theta_2^{②} \end{cases} \tag{1-2}
$$

第二步将各单元再合成结构进行整体分析，使之满足整体变形协调条件和平衡条件。首先使其满足变形协调条件，由图 1-3 (a, b) 的比较可得

$$
\left.\begin{aligned} \theta_1^{①} &= \theta_1 \\ \theta_2^{①} &= \theta_1^{②} = \theta_2 \\ \theta_2^{②} &= \theta_3 \end{aligned}\right\} \tag{1-3}
$$

然后分析节点处的平衡条件，我们只研究节点荷载情况，非节点荷载情况以后再讨论。图 1-3(c) 为各节点隔离体图，则节点应满足平衡条件：

$$
\left.\begin{aligned} m_1^{①} &= M_1 \\ m_2^{①} + m_1^{②} &= M_2 \\ m_2^{②} &= M_3 \end{aligned}\right\} \tag{1-4}
$$

将式 (1-1)，(1-2) 代入上式，得

$$
\left.\begin{aligned} &4i_1\theta_1^{①} + 2i_1\theta_2^{①} = M_1 \\ &(2i_1\theta_1^{①} + 4i_1\theta_2^{①}) + (4i_2\theta_1^{②} + 2i_2\theta_2^{②}) = M_2 \\ &2i_2\theta_1^{②} + 4i_2\theta_2^{②} = M_3 \end{aligned}\right\} \tag{1-5}
$$

将变形条件 (1-3) 代入上式，得

$$
\left.\begin{aligned} &4i_1\theta_1 + 2i_1\theta_2 = M_1 \\ &2i_1\theta_1 + (4i_1 + 4i_2)\theta_2 + 2i_2\theta_3 = M_2 \\ &2i_2\theta_2 + 4i_2\theta_3 = M_3 \end{aligned}\right\} \tag{1-6}
$$

这就是连续梁的位移法基本方程，也就是连续梁节点的力矩平衡方程，用矩阵形式表示为

$$
\begin{bmatrix} 4i_1 & 2i_1 & 0 \\ 2i_1 & 4i_1 + 4i_2 & 2i_2 \\ 0 & 2i_2 & 4i_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{Bmatrix} \tag{1-7}
$$

或简写为

$$[K]\{\Delta\}=\{P\} \tag{1-8}$$

式中

$$\{\Delta\}=\begin{Bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\\ \theta_3\end{Bmatrix}$$

称为结构节点位移向量(或列阵).

$$\{P\}=\begin{Bmatrix}M_1\\ M_2\\ M_3\end{Bmatrix}$$

称为结构节点荷载向量(或列阵).

$$[K]=\begin{bmatrix}4i_1 & 2i_1 & 0\\ 2i_1 & 4i_1+4i_2 & 2i_2\\ 0 & 2i_2 & 4i_2\end{bmatrix}$$

称为结构整体刚度矩阵.

解位移方程 (1-6) 或 (1-7), 可求得节点转角和杆端转角,由式 (1-1), (1-2) 求得杆端弯矩.

§1-3 单元刚度矩阵

现在讨论用有限元位移法解连续梁的一般情况，并用矩阵表示.

单元分析的目的在于建立杆端力与杆端位移的关系. 对于连续梁来说,如果忽略轴向变形,则各单元在杆端只有角位移，没有线位移. 图 1-4 所示为连续梁中任一跨梁，称为ⓔ单元. 规定转

图 1-4

角和弯矩以顺时针方向为正. 单元两端编码用 $\bar{1}$, $\bar{2}$ 来表示.

由结构力学位移法可知,转角位移方程为

$$m_1 = 4i\theta_1 + 2i\theta_2$$
$$m_2 = 2i\theta_1 + 4i\theta_2$$

写成矩阵形式，即

$$\begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{Bmatrix}^{(e)} = \begin{bmatrix} 4i & 2i \\ 2i & 4i \end{bmatrix}^{(e)} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}^{(e)} \tag{1-9}$$

分别用 $\{F\}^{(e)}$ 和 $\{\Delta\}^{(e)}$ 表示单元ⓔ的杆端力向量和杆端位移向量，即

$$\{F\}^{(e)} = \begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{Bmatrix}^{(e)}$$

$$\{\Delta\}^{(e)} = \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}^{(e)}$$

则转换矩阵

$$[k]^{(e)} = \begin{bmatrix} 4i & 2i \\ 2i & 4i \end{bmatrix}^{(e)} \tag{1-10}$$

$[k]^{(e)}$ 称为单元ⓔ的单元刚度矩阵，也就是 $\{\Delta\}$ 与 $\{F\}$ 的转换矩阵。

式(1-9)可简写为

$$\{F\}^{e} = [k]^{(e)}\{\Delta\}^{(e)} \tag{1-11}$$

式(1-9)和(1-11)为用矩阵形式表示的单元刚度方程。

单元分析的目的就是求出单元刚度矩阵 $[k]^{(e)}$。 $[k]^{(e)}$ 可写成更一般的形式，即

$$[k]^{(e)} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}^{(e)} \tag{1-12}$$

其元素 k_{ij} 称为刚度系数。$k_{11}^{(e)}$ 表示当 $\theta_1 = 1$，$\theta_2 = 0$ 时(另端无位移)，在 1 点需施加的力矩。$k_{21}^{(e)}$ 表示 $\theta_1 = 1$，$\theta_2 = 0$ 时，在 2 点需施加的力矩，这里 $k_{21}^{(e)} = 2i$。

§1-4 整体刚度矩阵

整体分析的目的是建立整体结构节点位移与节点力的位移法

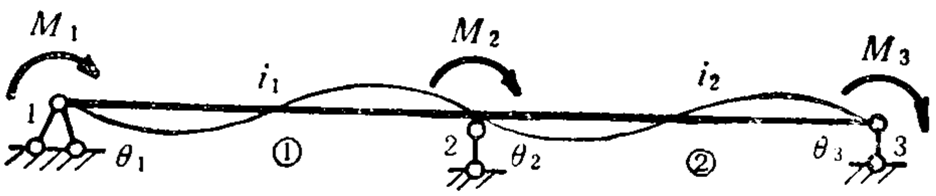

图 1-5

方程，即刚度方程.

图 1-5 为两跨连续梁. 现由转角 $\{\theta\}$ 来推算力偶 $\{M\}$，它们之间的转换关系为

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{Bmatrix} \tag{1-13}$$

简写为

$$[K]\{\theta\} = \{M\} \tag{1-14}$$

写成更一般的形式为

$$[K]\{\Delta\} = \{P\} \tag{1-8}$$

整体刚度矩阵 $[K]$ 中的元素 K_{ij} 称为整体刚度系数，它表示当节点 j 产生单位转角 $\theta=1$（其他节点均无转角）时，在节点 i 需加的力偶矩.

§ 1-2 节的分析说明，形成整体刚度矩阵 $[K]$ 的过程，就是使单元集合时（单元合成为结构），满足变形协调条件和平衡条件. 在实际计算中，形成整体刚度矩阵常用刚度集成法，即所谓“对号入座”的手段，叠加集成整体刚度矩阵. 如图 1-5 所示，两跨连续梁包括①，②两个单元，由变形协调条件列出整体节点码与单元两端局部码的对应关系，如表 1-1 所示.

表 1-1

单　元	局部编码	节点总码
①	$\bar{1}$	1
	$\bar{2}$	2
②	$\bar{1}$	2
	$\bar{2}$	3

根据对应关系，将单元刚度矩阵系数加到总刚度矩阵的对应位置上，得到

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} \quad 1 \quad & \quad 2 \quad & \quad 3 \quad \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{bmatrix} 4i_1 & 2i_1 & 0 \\ 2i_1 & 4i_1+4i_2 & 2i_2 \\ 0 & 2i_2 & 4i_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{Bmatrix} \\
\text{单元①} & \begin{array}{ccc} \quad \bar{1} \quad & \quad \bar{2} \quad & \quad \quad \end{array} \\
\text{单元②} & \begin{array}{ccc} \quad \quad & \quad \bar{1} \quad & \quad \bar{2} \quad \end{array}
\end{array}
\tag{1-15}
$$

可见，式(1-15)和§1-2求得的位移法基本方程(1-7)是完全相同的。整体刚度矩阵为

$$
[K]=\begin{bmatrix} 4i_1 & 2i_2 & 0 \\ 2i_1 & 4i_1+4i_2 & 2i_2 \\ 0 & 2i_2 & 4i_2 \end{bmatrix}
$$

对于 $n-1$ 跨连续梁，有 n 个节点，$n-1$ 个单元，利用刚度集成法，可得到 $n\times n$ 阶的如下整体刚度矩阵 $[K]$：

$$
[K]=\begin{bmatrix} 4i_1 & 2i_1 & & & & \\ 2i_1 & 4i_1+4i_2 & 2i_2 & & \text{0} & \\ & 2i_2 & 4i_2+4i_3 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & \text{0} & & & 4i_{n-2}+4i_{n-1} & 2i_{n-1} \\ & & & & 2i_{n-1} & 4i_{n-1} \end{bmatrix}
\tag{1-16}
$$

此矩阵有大量的零元素，是个三对角线矩阵。

主对角线上各元素为

$$\left.\begin{aligned}&\text{头一个元素}\quad K_{11}=4i_1\\&\text{最后一个元素}\quad K_{nn}=4i_{n-1}\\&\text{中间各元素}\quad K_{jj}=4i_{j-1}+4i_j\\&\qquad (j=2,3,\cdots,n-1)\end{aligned}\right\}\tag{1-17}$$

两条副对角线上各元素为

$$K_{j-1,j}=K_{j,j-1}=2i_{j-1}\qquad (j=2,3,\cdots,n)\tag{1-18}$$

其余各元素均为零。

§1-5 非节点荷载

如果结构受非节点荷载作用时，则可通过下述步骤将非节点荷载化为等效节点荷载。如对图 1-6(a) 所示的承受非节点荷载作用的连续梁，首先在各节点上加约束阻止节点转动[图1-6(b)]，这时各单元产生固端力矩为

$$\begin{Bmatrix}m_{01}\\m_{02}\end{Bmatrix}^{①}\quad\begin{Bmatrix}m_{01}\\m_{02}\end{Bmatrix}^{②}$$

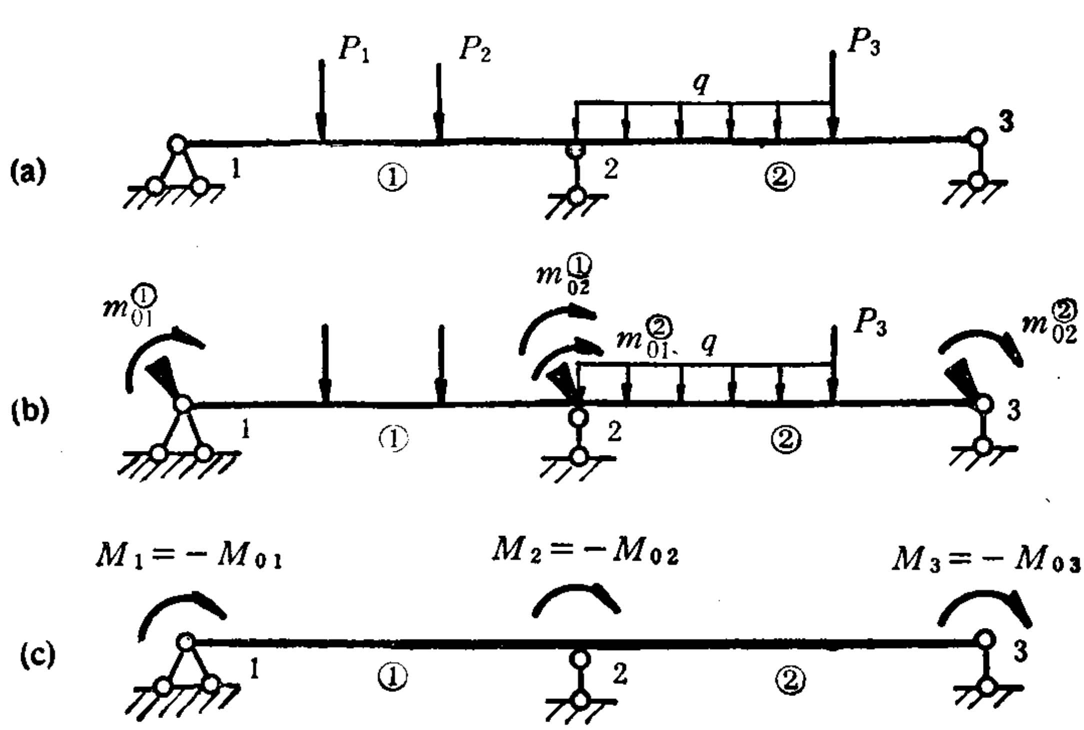

图 1-6

各节点的约束力矩为该节点相关单元固端力矩之和，即

$$\begin{Bmatrix} M_{01} \\ M_{02} \\ M_{03} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_{01}^{①} \\ m_{02}^{①} + m_{01}^{②} \\ m_{02}^{②} \end{Bmatrix}$$

第二步去掉各节点的约束，使结构仍恢复原状，这相当于在各节点施加外力矩 $\{M\}$，其大小与约束力矩相等，方向相反[图1-6(c)]．显然，叠加图 1-6 (b 和 c) 两种情况，就得到图 1-6(a) 的情况．图 1-6(c) 的节点荷载称为原结构中非节点荷载的等效节点荷载，即

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -m_{01}^{①} \\ -m_{02}^{①} - m_{01}^{②} \\ -m_{02}^{②} \end{Bmatrix} \tag{1-19}$$

连续梁在非节点荷载作用下的杆端弯矩由两部分组成，一部分是节点约束条件下的固端弯矩，另一部分是在等效节点荷载作用下的杆端弯矩[可由式(1-9)求得]．将这两部分叠加，即得出非节点荷载作用下各杆的杆端弯矩，即

$$\begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{Bmatrix}^{(e)} = \begin{bmatrix} 4i & 2i \\ 2i & 4i \end{bmatrix}^{(e)} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}^{(e)} + \begin{Bmatrix} m_{01} \\ m_{02} \end{Bmatrix}^{(e)} \tag{1-20}$$

§1-6 支承条件处理

用有限元位移法解连续梁时，未知量是节点转角 θ，连续梁的两端如存在固定端支座时，则该端 θ 等于零，这时要对刚度方程加以修正、以图 1-7 为例，在未引入支承条件之前，两跨连续梁的

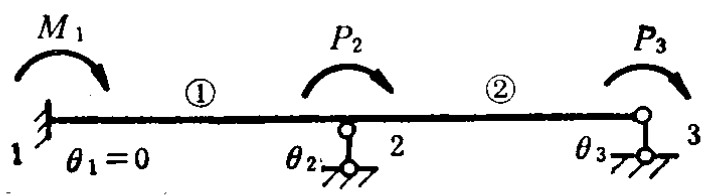

图 1-7