

● 研究生用书 ●

THE FINITE ELEMENT
CALCULATION OF
NONLINEAR
STRUCTURES

华中理工大学出版社



宋天霞 等编著

非线性结构有限元计算

非线性结构 有限元计算

宋天霞 邹时智 杨文兵 编著

华中理工大学出版社

社

(鄂)新登字第 10 号

图书在版编目(CIP)数据

非线性结构有限元计算/宋天霞 编著
武汉:华中理工大学出版社,1996年4月

ISBN 7-5609-1262-1

I. 非…

II. ①宋… ②邹… ③杨…

III. 计算数学-数学模拟-有限元法

IV. O24

非线性结构有限元计算

宋天霞等编著

责任编辑 湛柏琼

*

华中理工大学出版社出版发行

(武昌·喻家山 邮编:430074)

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社印刷厂印刷

*

开本:850×1168 1/32 印张:10.375 插页:2 字数:253 000

1996年4月第1版 1996年4月第1次印刷

印数:1-1000

ISBN 7-5609-1262-1/O·147

定价:9.80元

(本书若有印装质量问题,请向承印厂调换)

521/40/10

内 容 简 介

本书对结构的非线性有限元计算理论及方法,结合各类具体问题进行了系统地论述.首先,介绍了在 Newton-Raphson 法基础上发展起来的四种方法及各种形式的初应力法和初应变法,并阐明了应用这些方法时应注意的问题以及尚待进一步研究的理论与计算问题;其次,就结构的几何非线性、物理非线性、稳定性、蠕变和粘弹性等问题的非线性有限元计算理论及过程作了较深入而适用的讨论,并列举了相应的实例分析.

本书可作工程力学、机械、船舶、海洋工程、建筑结构等专业的研究生教材,并可供从事各类结构非线性分析的工程技术人员参考.

Abstract

This book systematically discusses the nonlinear finite element calculation of various specific problems and we introduce several calculation methods.

Firstly, we discuss four kinds of methods on the basis of the Newton-Raphson method and various forms of initial stress and initial strain methods as well. At the same time, we point out the existing problems in the application of these calculation methods to which the reader pay attention. Secondly, we discuss the nonlinear finite element calculation of the geometrically nonlinear, physically nonlinear, stable, creep-deformation, and visco-elastic problems. We give out many practical examples.

This book is written for the postgraduates majored in engineering mechanics, mechanical engineering, naval engineering, ocean & offshore engineering, civil & structural engineering, etc. It can be also used as reference for engineers who are engaged in the nonlinear finite element analysis of various structures.

“研究生用书”总序

研究生教材建设是提高研究生教学质量的重要环节,是具有战略性的基本建设。各门课程必须有高质量的教材,才能使学生通过学习掌握各门学科的坚实的基础理论和系统的专门知识,为从事科学研究工作或独立担负专门技术工作打下良好的基础。

我校各专业自 1978 年招收研究生以来,组织了一批学术水平较高,教学经验丰富的教师,先后编写了公共课、学位课所需的多种教材和教学用书。有的教材和教学用书已正式出版发行,更多则采用讲义的形式逐年印发。这些讲义经过任课教师多年教学实践,不断修改、补充、完善,已达到出书的要求。因此,我校决定出版“研究生用书”,以满足本校各专业研究生教学需要,并与校外单位交流,征求有关专家学者和读者的意见,以促进我校研究生教材建设工作,提高教学质量。

“研究生用书”以公共课和若干门学位课教材为主,还有教学参考书和学术专著,涉及的面较广,数量较多,准备在今后数年内分批出版。编写“研究生用书”总的要求是从研究生的教学需要出发,根据各门课程在教学过程中的地位和作用,在内容上求新、求深、求精,每本教材均应包括本门课程的基本内容,使学生能掌握必需的基础理论和专门知识;学位课教材还应接触该学科的发展前沿,反映国内外的最新研究成果,以适应目前科学技术知识更新很快的形势;学术专著则应充分反映作者的科

研硕果和学术水平,阐述自己的学术见解。在结构和阐述方法上,应条理清楚,论证严谨,文字简炼,符合人们的认识规律。总之,要力求使“研究生用书”具有科学性、系统性和先进性。

我们的主观愿望虽然希望“研究生用书”的质量尽可能高一些,但由于研究生的培养工作为时尚短,水平和经验都不够,其中缺点、错误在所难免,尚望校内外专家学者及读者不吝指教,我们将非常感谢。

华中理工大学研究生院院长

陳 珽 黃樹槐

1989. 11.

写在 1995 年

在今天,国家之间的竞争是国家综合实力的竞争,国家综合实力的竞争关键是经济实力的竞争,而经济实力的竞争关键又在于科技(特别是高科技)的竞争,科技(特别是高科技)的竞争归根结底是人才(特别是高层次人才)的竞争,而人才(特别是高层次人才)的竞争基础又在于教育。“百年大计,教育为本;国家兴亡,人才为基。”十六个字、四句话,确是极其深刻的论断。

显然,作为高层次人才培养的研究生教育就在一个国家的方方面面的工作中,占有十分重要的战略地位。可以说,没有研究生教育,就没有伟威雄壮的科技局面,就没有国家的强大实力,就没有国家在国际上的位置,就会挨打,就会受压,就会被淘汰。

“工欲善其事,必先利其器。”教学用书是教学的重要基本工具与条件。这是所有从事教育的专家所熟知的事实。所以,正如许多专家所知,也正是原来的《“研究生用书”总序》中所指出,研究生教材建设是保证与提高研究生教学质量的重要环节,是一项具有战略性的基本建设。没有研究生的质量,就没有研究生教育的一切。

我校从 1978 年招收研究生以来,即着力从事于研究生教材与教学用书的建设。积十多年建设与实践经验,我校从 1989 年起,正式分批出版“研究生用书”。第一任

研究生院院长陈珽教授就为之写了《“研究生用书”总序》，表达了我校编写这套用书的指导思想与具体要求，“要力求‘研究生用书’具备科学性、系统性、先进性”。第二任研究生院院长，也就是当时我校的校长黄树槐教授完全赞同这一指导思想与具体要求，从多方面对这套用书加以关心与支持。

我是十分支持出版“研究生用书”的。早在1988年我在为列入这套书中的第一本，即《机械工程测试·信息·信号分析》写“代序”时就提出：一个研究生应该博览群书，博采百家，思路开阔，有所创见。但这不等于他在一切方面均能如此，有所不为才能有所为。如果一个研究生的主要兴趣与工作不在“这一特定方面”，他也可以选择一本有关的书作为了解与学习这方面专业知识的参考；如果一个研究生的主要兴趣在“这一特定方面”，他更应选择一本有关的书作为主要学习用书，寻觅主要学习线索，并缘此展开，博览群书。这就是我赞成为研究生编写系列教学用书的原因。

目前，这套用书已出版了6批共30种，初步形成规模，逐渐为更多读者所认可。在已出版的书中，有8种分获国家级、部省级图书奖，有13种一再重印，久销不衰，有的印刷总数已近万册。采用此套书的一些兄弟院校教师纷纷来信，赞誉此书为研究生培养与学科建设作出了贡献，解决了他们的“燃眉之急”。我们感谢这些赞誉与鼓励，并将这些作为对我们的鞭策与鼓励，“衷心藏之，何日忘之？！”

现在，正是江南初春，“最是一年春好处”。华工园内，

红梅怒放，迎春盛开，柳枝抽绿，梧叶含苞，松柏青翠，樟桂换新，如同我们的国家正在迅猛发展，欣欣向荣一样，一派盎然生机。尽管春天还有乍寒时候，我们国家在前进中还有种种困难与险阻，有的还很严峻，但是，潮流是不可阻挡的，春意会越来越浓，国家发展会越来越好。我们教师所编的、所著的、所编著的这套教学用书，也会在解决前进中的种种问题中继续发展。然而，我们十分明白，这套书尽管饱含了我们教师的辛勤的长期的教学与科研工作的劳动结晶，作为教学用书百花园中的一丛鲜花正在怒放，然而总会有这种或那种的不妥、错误与不足，我衷心希望在这美好的春日，广大的专家与读者，不吝拔冗相助，对这套教学用书提出批评建议，予以指教启迪，为这丛鲜花除害灭病，抗风防寒，以进一步提高质量，提高水平，更上一层楼，我们不胜感激。我们深知，“一个篱笆三个桩”，没有专家的指导与支持，没有读者的关心与帮助，也就没有这套教学用书的今天。

诗云：“嘤其鸣矣，求其友声。”这是我们的心声。

中國科學院院士
華中理工大學校長
兼研究生院院長

楊叔子

于華工園內

1995年3月7日

前 言

本书主要是为了对工程力学(包括工程结构)专业研究生讲授“非线性有限元理论与应用基础”课程而编写的。

本课程的目的,是要使研究生比较系统地掌握非线性有限元的基础理论及其计算过程和技术;了解它在非线性结构计算中的地位和作用以及已有的研究成果和当前值得研究的课题.在电算高度发展的今天,工程力学工作者和工程结构研究与设计人员较全面地掌握非线性有限元法的基础理论与应用技能,是运用力学与结构的非线性理论解决非线性结构的设计计算问题所必不可少的.研究生学习这门课程,不仅是开阔眼界、启迪思路,而更重要的是在提高非线性计算方法理论水平的同时,增强实际动手能力.因此,在全书编写过程中,始终注意到方法的实用性以及计算过程处理技巧性等方面的论述.这也是本书与其它各种有关非线性有限元法的论著所不同之处.事实上,仅从理论上讨论非线性有限元法是比较容易的,但要结合工程应用来讨论那就困难多了.因为结合实际,就必须具备较丰富的工程结构计算经验.积累这些经验,并非“一朝一夕”之事,而是一个较长期的计算实践过程.这也正是作者早想写这本书而又难以动笔的原因.这一次,其所以贸然动笔,一方面是教学上的迫切需要,另一方面,经过多年的计算实践,已初步积累了一些经验.

全书共六章,即引论、非线性有限元方程的解法、几何非线性问题的有限元计算、弹塑性问题的有限元计算、蠕变问题的有限元计算、粘弹性问题的有限元计算.

诚然,由于作者水平和条件的限制,错误与不妥之处在所难免,敬希读者批评指正.

作者

1994年10月

目 录

第一章 非线性有限元法引论	(1)
§ 1-1 非线性有限元法的发展	(1)
§ 1-2 非线性有限元方程	(4)
1. 非线性有限元的引入	(4)
2. 非线性有限元方程	(5)
3. 非线性问题的分类	(8)
§ 1-3 非线性有限元法	(11)
1. 建立非线性有限元方程	(11)
2. 求解方法	(13)
3. 收敛准则	(15)
第二章 非线性有限元方程的一般解法	(18)
§ 2-1 全量法	(18)
1. Newton-Raphson 法	(20)
2. 修正的 Newton-Raphson 法	(21)
3. 拟 Newton-Raphson 法	(23)
4. 三种方法比较	(27)
5. 迭代过程	(29)
§ 2-2 增量法	(30)
1. 增量加载法	(30)
2. 线性加载法	(31)
3. 联合求解	(35)
4. 极值点处理(一)	(36)
5. 极值点处理(二)	(39)
6. 直接迭代法	(42)
§ 2-3 初应力法	(43)
1. 全量迭代法	(44)

2. 增量迭代法	(46)
3. 增全混合迭代法	(48)
§ 2-4 初应变法	(48)
1. 全量迭代法	(49)
2. 增量迭代法	(51)
3. 增全混合迭代法	(52)
§ 2-5 步长选择	(53)
1. 刚度确定法	(53)
2. 导数确定法	(54)
§ 2-6 方法比较	(55)
1. 几种全量法比较	(56)
2. 几种增量法比较	(56)
3. 两种基本方法比较	(56)
第三章 几何非线性问题的有限元计算	(58)
§ 3-1 大变形的描述与分类	(58)
1. 小变形的适用性	(58)
2. 变形及其描述	(60)
3. 变形张量	(64)
4. 变形分类	(68)
§ 3-2 非线性几何方程	(69)
1. 两种应变	(69)
2. 主应变与应变不变量	(72)
3. 应变的几何含义	(72)
§ 3-3 大变形弹性本构方程	(77)
1. Cauchy 应力张量	(77)
2. Piola 应力张量	(78)
3. 两种应力张量之间的关系	(79)
4. 大变形弹性本构方程	(82)
§ 3-4 几何非线性有限元法	(84)
1. 全量非线性有限元方程	(85)
2. 增量非线性有限元方程	(88)
3. 几何非线性切线刚度矩阵	(96)

4. 几何非线性刚阵的计算方法	(97)
5. 简单桁架分析	(104)
6. 常用的杆梁切线单刚	(111)
§ 3-5 平板大挠度非线性有限元法	(118)
1. 应变与位移的关系	(118)
2. 应力与应变的关系	(122)
3. 曲边等参耦合板元	(123)
4. 直边耦合板元	(132)
§ 3-6 壳体大挠度有限元法	(136)
1. 单元及其描述	(137)
2. 坐标变换	(140)
3. 应变矩阵	(141)
§ 3-7 板壳稳定性有限元法	(146)
1. 平衡路径与屈曲	(146)
2. 能量判别准则	(151)
3. 临界载荷	(153)
4. 后屈曲路径	(154)
5. 数值算例	(162)
第四章 弹塑性问题的有限元计算	(166)
§ 4-1 单向应力与应变关系	(167)
§ 4-2 屈服条件	(171)
1. Tresca 屈服条件	(173)
2. Mises 屈服条件	(174)
§ 4-3 强化规律	(175)
1. 各向同性强化	(176)
2. 随动强化	(177)
§ 4-4 流动法则	(179)
1. Drucker 公设	(180)
2. 流动法则	(181)
3. 加载与卸载准则	(182)
§ 4-5 弹塑性增量本构关系	(183)
1. 弹塑性增量应变-应力关系	(184)

2. 弹塑性增量应力-应变关系(I)	(191)
3. 弹塑性增量应力-应变关系(II)	(196)
§ 4-6 弹塑性全量本构关系	(199)
§ 4-7 弹塑性问题的全量有限元计算	(201)
1. 有限元方程	(201)
2. 求解过程	(206)
3. 实例计算	(209)
§ 4-8 弹塑性问题的增量有限元计算	(217)
1. 有限元方程	(217)
2. 弹塑性矩阵的显式	(218)
3. 求解过程	(225)
4. 实例计算	(236)
5. 方法应用中的几个问题	(255)
第五章 蠕变问题的有限元计算	(259)
§ 5-1 高温对蠕变的影响	(259)
§ 5-2 蠕变本构关系	(262)
1. 蠕变的数学描述	(262)
2. 蠕变本构关系	(264)
§ 5-3 蠕变问题的有限元计算	(265)
1. 常温有限元方程	(266)
2. 变温有限元方程	(267)
3. 求解方法	(269)
4. 实例计算	(274)
第六章 粘弹性问题的有限元计算	(278)
§ 6-1 粘弹性本构关系	(278)
1. 线性粘弹本构关系	(280)
2. 实验拟合公式	(283)
3. 非线性粘弹本构关系	(285)
§ 6-2 粘弹性有限元法	(287)
1. 增量应力-应变关系	(287)
2. 有限元方程	(295)
3. 计算过程	(300)

§ 6-3 粘弹性结构的有限元计算	(302)
1. 单元修正矩阵 D_M	(302)
2. 单元相当初应力 σ_0^0	(303)
3. 单元应变矩阵 B	(305)
4. 单元形函数 N	(306)
5. 有限元计算	(307)
参考文献	(309)

第一章 非线性有限元法引论

从60年代中期开始,非线性有限元法是在线性有限元法的基础上,作为计算非线性结构问题的一种数值方法提出来的.大容量的电子计算机是运用和发展非线性有限元法的必备工具.在国外,由于电子计算机的高速发展,非线性有限元法在各个学科领域已被广泛地采用;在国内,从80年代初开始,逐步引起学术界和工程界的重视与应用.

因为非线性有限元法不受计算对象在几何上和物理上的限制,所以它发展快、应用广和效能好,是许多其它求解非线性问题的数值方法所无法比拟的.在工程结构设计中,充分发挥结构潜力和采用新材料与其应用非线性有限元法的深度和广度有着密切的关系.因此,大力研究并普及非线性有限元法的理论与应用,对实现我国工程结构设计技术现代化具有很大的实际意义.

§ 1-1 非线性有限元法的发展

在近代工程结构设计中,往往要进行非线性结构分析.这就必然涉及到遵循什么途径和采用什么方法的问题.从大的方面讲,历来存在解析分析和数值计算两类方法.在50年代以前,对工程界的大多数人来说,解析分析,只是意味着应用固体力学与结构力学的线性理论求解简单结构的线性问题,所得的解析解十分有限,远不能适应工程实际需要.因此,那时对实际结构的线性分析往往是通过以下途径实现的:或者对结构本身和加载方式进行大量简化;或者采用数值方法;或两者兼用.在40年代,数值计算(或离散化)方法主要是指差分法和变分法.前者是用差分表达式来逼近微分