物理第四冊目錄

第七講內容測驗

1. 所謂質量，我們指的是什麼？如何比較之？

2. 所謂重量，我們指的是什麼？

3. 質量與重量的單位是什麼？

4. 物體的質量與其重量之間，有何區別？

5. 力之效應，如何表示？所謂靜力的力之量度，指的是什麼？

6. 測力計是什麼？

7. 所謂外力與伸展度之間的比率，指的是什麼？

8. 力之圖解法是怎樣？

9. 何謂合力？何謂分力？

10. 玆設有二力作用於同一着力點上，試問在其具有共同着力線時及具有不同着力線時，如何求得該二力之合力？

11. 玆設有二力不作用於同一着力點上，試問當該二力彼此平行或不平行時，是否亦可有一合力？

12. 在某一平面內，如有數目不拘而彼此不平行之力，作用於某一共同點上，或不作用於某一共同點上之時，試問如何求得其合力？

13. 所謂數目不拘而彼此平行之力之平均值及中心點，指的是什麼？如何求得之？

14. 力臂是什麼？

15. 靜力矩或轉動力矩是什麼？

16. 力矩定律之內容如何？

17. 作用於某一共同着力點上的諸力，在何種情況下，彼此始能獲得平衡？

18. 在某一平面內，諸多不平行力之間，可於何時獲得平衡？又諸多平行力之間，可於何時獲得平衡？

19. 力之多邊形是什麼？當其開放或閉合時，其所顯示之意義為何？

第六講內容測驗解答

1. 吸水喞筒與壓水喞筒的區別是這樣：前者可將水從 10 米左右的深井中吸出，後者可將水輸送至任何高度或遙遠的蓄水池中。上述二種喞筒，均由一筒身組成，其底端有一活門，將筒身與一直立管連接起來。筒身中有一活塞，可以往返移動。由於活塞的向上抽移，筒身中的空氣乃變稀薄，於是外界空氣的超壓，遂將水驅入直立管與筒身之內。此時，直立管中的活門，即被推開。當活塞向下推動時，我們就可以看出，此二種喞筒的操作方式，乃係彼此互異。就吸水喞筒的情況而言，水乃由下移活塞中之活門通過，而進入於活塞上方之空間，並於次一上移活塞之過程中，將水一直提舉至出水口。就壓水喞筒的情況而言，當其無孔活塞向下移動時，水由筒身底部上之另一活門通過，而被壓至高壓水管中。在此水管中我們可以裝上一個赫隆氏球，使水壓之推擊力，有如受到彈簧之緩衝而抵銷(如救火喞筒)。

2. 吸管是一根底端抽成尖銳形的圓管。將此管之一部份浸入某一種液體中之後，我們即將其上端用拇指壓住，然後提起此管。這樣，所吸取的液體，便會留存於管中，而且可以依照此種方式，將液體從一個容器移放到另外一個容器中去。小型的吸管叫做移液管。至於虹吸管則是一種膝形的彎管，其較短的一臂，係浸沒在容器的液體內。倘若我們在較長的一端抽吸一下，則我們便可很容易地使液體不斷從一個位置較高的容器，流至另一位置較低的容器中去，直至雙方的水平平面彼此相等時為止。這種彎管也可以用一種軟管來代替。

3. 每一被氣體或空氣所包圍的物體，其所失去的重量，即等於該物體所排除之氣體或空氣之重量。

4. 密度計的設備，主要是由一個大的空心玻璃球、一架天秤、以及一個用來平衡空心玻璃球的小砝碼所組成。倘若我們將這一套密度計放在一個眞空的容器中，則大的空心玻璃球隨即顯得重些，此點證明了如下的事實，那就是體積較大的物體，在空氣中失重較多，所以在眞空中也就獲重較多。

5. 所謂物體的眞空重量，指的乃是它在無空氣空間中的重量，

而此重量要比它在大氣中的重量大些。

6. 爲着要使氣球能够懸空或上昇，它的全部重量，必須等於或小於被它所排除的空氣的重量才行。要達成這個目的，它的內部殆非灌以比重較空氣爲小的氣體不可。

7. 氣球的上昇力量，叫做浮升力，這也就是被排除的空氣重量減去氣球全部重量所得之差。隨着高度的上昇而使浮升力減少的原因，乃是由於空氣比重變小所致。

8. 力之平行四邊形定律告訴我們說，任何一種力均可將其分解成作用於指定方向之二分力，而且原有的力即成爲該二分力所造成之平行四邊形的對角線。

9. 氣球的上昇，是由於空氣中的浮力所致；一架飛機的上昇，是由於吹向傾斜機翼的風，在翼上形成了壓力和吸力作用的緣故，此風則是由於螺旋槳的牽引，而使飛機獲得前進運動所造成。

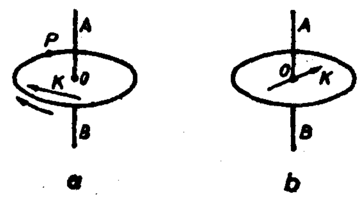
此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第十三章（續）

力和運動（續）

A. 課　程

〔117〕 **可轉體上之力之平衡**　倘使有一剛體迴繞着一固定軸 AB 而轉動，則剛體上每一點 P 之軌跡，必成一圓形，且此圓必位於一垂直於軸線之平面內。現在我們不妨設想，在這樣的一個平面上，有一力 K 作用於剛體上。除了此力之作用方向，係通過 AB 軸線的 O 點而外，在其它的情況下，該剛體卽順着此力之作用方向而轉動（第211圖a）。當力之作用方向通過O點時，則該力祇能在軸線上，發生壓力或拉力作用，而不能轉動該剛體（第211圖b）。這種現象，我們可以在一架上下倒置的脚踏車上觀察得到。倘使我們將一件重物懸掛在輪子的最低一點上，則輪子仍舊保持平衡而不轉動。

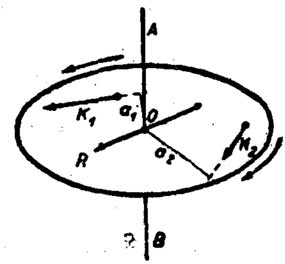


第211圖　如果力之作用方向，在軸線之側通過，則發生轉動。如果正好通過軸線，則形成平衡。

反之，如果我們將重物加在輪子側面的一點上，則輪子卽自行轉動。在前一情形下，力之作用方向剛好通過位於其上的軸線；在後一情形下，力之作用方向却在軸線的側面通過。祇有當作用於可轉體上的力之方向，剛好通過其轉軸的時候，平衡狀態才會成立。如果我們將這句話反過來說，顯然也是正確的。

我們現在要立刻將這條定律，應用到下面這一個例子上去，那就是在一個垂直於轉軸的平面上而能使可轉體轉動的二力的例子。在一般情形下，位於一個平面上的二力，其對於一個自由運動的剛體所發生的效果，是要使整個剛體，依循其合力之方向前進，因而也就使剛體上的各點，作平行的直線運動。但由於剛體受制於轉軸，僅能作旋轉運動的關係，故其前進運動顯然會受到阻礙。

如果 K_1 與 K_2 二力之合力 R，在轉軸的一旁通過，那末，結果便可使物體發生轉動。其效果就好像是祇有一個合力 R，在使物體轉動似的。反之，如果合力R剛好是通過軸心 O 點（第212圖），則其效果（也就是等於 K_1 與 K_2 的共同效果）就會被轉軸的反作用所抵銷。於是，物體就歸於靜止。根據這一點，我們可以作成這樣的結論：當 K_1 及 K_2 二力具有促使物體朝着相對方向旋轉之傾向時，則該二力之轉動能力殆非彼此形成平衡不可。



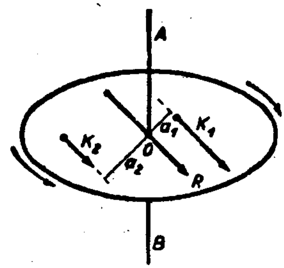
第 212 圖　彼此不平行的二轉動力 K_1 及 K_2，須在該二力的轉動力矩方向相反，而大小相等，也就是在 $K_1 \times a_1 = K_2 \times a_2$ 這一條件下，始能形成平衡。

關於上述可轉物體上二力形成平衡這一重要情形，我們現在可以替它建立起一條定律了。請各位回憶一下第七講第 114 節中述及之力矩定律，因為它在這裡，可供我們作為參考之用。物體的轉動軸心O點，既然是在合力的作用線上，那末，依照力矩定律，以該點為中心的 K_1 及 K_2 二力，必定是具有同一轉矩的，換言之，$K_1 \times a_1 = K_2 \times a_2$ 這一方程式必定是能够成立的，其中 a_1 及 a_2 所代表者為 K_1 及 K_2 二力與 O 點所造成之距離。因此，我們可以將我們的分析，歸納成如下的定理：

作用於具有轉軸之可轉體上之二力，當其位於與轉軸互成垂直之平面內，而且彼此取得平衡時，則該二力便各具有使物體朝着相對方向轉動之傾向，且其以轉軸為中心之二力矩必係彼此相等。如果我們將上述定理反過來說，亦屬同樣正確：當二力位於與轉軸互成垂直之平面內，且其以轉軸為中心之轉矩大小相等，而方向相反時，則該物體必定是處於平衡狀態之下。

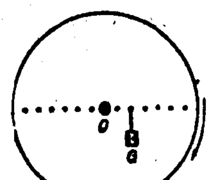
由於力矩定律，亦可適用於彼此平行之各力（第114節），所以上述之定理，亦可適用於彼此平行之各力（第 213 圖）。倘使二平行力 K_1 及 K_2 之中力R，在轉軸之一邊通過，則該物體便會被迫轉動；倘使該中力 R剛好通過轉軸，則該二平行力便會彼此形成平衡，於是，$K_1 \times a_1 = K_2 \times a_2$ 這一個方程式就得以成立。

根據此一達成平衡所需之條件，我們可以知道，每當有一力作用於一可轉動物體上面之時，該力所生效果之大小，並非僅由力之大小，而是由該力及該力與轉軸所造成之距離二者之乘積（也就是該力之轉矩）所規定。我們在這裏還必須提醒各位一下，那就是，此處所謂之距離，並不是力之作用點與轉軸中心間之距離，而是從轉軸中心引至力之作用方向線上所造成之垂直線之距離。這一距離，我們也名之爲力臂。



第213圖 彼此平行的二轉動力 K_1 及 K_2，須在該二力的轉動力矩方向相反，而大小相等，也就是在 $K_1 \times a_1 = K_2 \times a_2$ 這一條件下，始能形成平衡。

〔118〕 **轉矩之特性及轉矩之合成** 凡是一力作用於一可轉動物體上所產生之轉動傾向，均可以該力之轉矩，也就是以力×力臂之乘積來加以量度。此一轉矩之代表一種迴轉運動的原動力，正如力是前進運動的原動力一樣。在舉行力之量度時，我們是用力仟克（kg*）等等爲單位，所以在量度轉矩時，我們就可以用米力仟克爲單位。 18kg* 之力，如具有 2m 的作用力臂，則其所產生的轉矩爲 $18 \times 2 = 36$ 力仟克米。同樣大小的力，如具有 5m 的作用力臂，則產生較大的轉矩 $18 \times 5 = 90$ 力仟克米，所以能造成一種較大的轉動效果。同樣大小的力，如其與轉軸之距離愈遠，則其轉動效果也愈大。我們用第214圖中的實驗，就可以很容易地來證明這一點。在一個繞着O點而旋轉的圓板上，我們沿着直徑，設置了一連串的掛鈎。倘使我們在其中一個掛鈎上，懸掛上一個重量G，則圓板就會轉動。懸掛重量的掛鈎離開O點愈遠，換言之，就是力臂愈大，則轉動之能力亦愈大，而使圓板轉動的速度也就愈快。如果我們在同一個掛鈎上，依序每次將一個較大的重量掛上去，則我們恒可獲得有如上述的同樣結果。根據此種結果，我們可



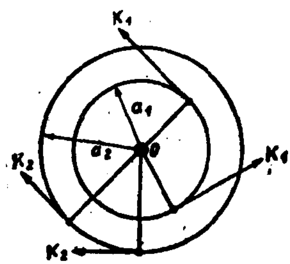
第214圖 同樣大小的力，距離轉軸愈遠，則其轉動效果也愈大。

如今也有人以 kp（Kilopond）代替 kg（有星記號的仟克），或以 p（Pond）代替 g*（有星記號的克），來作爲力之單位。1 kp＝1,000p。

以知道，一個轉矩的效果，乃隨着力與力臂之變大而增强。

不論我們將轉動力改變得較小或較大，但祇要我們同時將其力臂相反地改變得較大或較小，使其力與力臂之乘積前後始終相等，則我們仍可使轉矩的大小保持不變。譬如8kg*之力，其作用力臂爲3dm，6kg* 之力，其作用力臂爲 4dm，2kg* 之力，其作用力臂爲 12dm，則其轉動效果均屬相同，因爲它們都是具有同樣大小轉矩的（2.4力仟克米）。這可以從下面這一個事實來證明，那就是：上述各轉矩中之每一力矩，都可以用大小相等，但方向相反的一種轉矩，譬如說，以 24kg* 之力作用於力臂爲 1dm 處之力矩（2.4力仟克米），來使其取得平衡。就同一轉軸而言，只要以此軸爲基準的各力，其轉矩的大小相等和方向相同，則各力之間卽可互相代替，而仍使該物體朝着原有方向轉動。

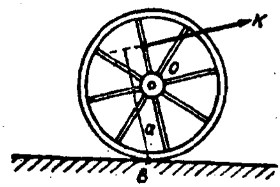
又我們倘能使力之作用線與軸心間之垂直距離，不因力之作用於物體上的另一點上而異，則各力所產生之轉矩亦可保持不變。設有 K_1 及 K_2 二力，其力臂各爲 a_1 及 a_2，使可轉之圓板取得一種平衡之狀態。於此，我們如以軸心 O 爲圓心，以 a_1 及 a_2 爲半徑，在力之平面圖上，各畫一圓圈（第 215 圖），並在各該圓圈上任何一處，畫出圓之切線，作爲 K_1 及 K_2 各力之代表，則我們旣未改變各力與軸心間之距離，亦未改變各力之大小及其轉動之方向，因此也就並未改變其平衡之狀態。依照這種方式，我們可使 K_1 及 K_2 二力，作用於各種不同之處，譬如說，我們旣可使其彼此平行，也可以使O點變得不再如同以往那樣位於該二力之間。由此可知，轉矩是與各力之方向無關的。



第 215 圖　轉矩之大小，與力之方向無關。

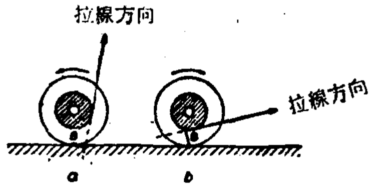
爲着區分轉矩之轉動方向起見，我們恒在轉矩的前面加上一個符號。質言之，就是給予右轉（順時鐘方向）的力矩以一正號，給予左轉（反時鐘方向）的力矩以一負號。倘使涉及者爲一固定性之軸，那末，關於轉軸的位置及其轉動方向，就不可能發生不清楚的觀念。另

外還有一種情形，那就是有關一種正在滾動中的物體的情形，其轉軸在空間中的位置，經常是在變動的。舉例言之，一個在路面上滾動着的車輪（第216圖），其轉軸並非是輪子的中心軸O，而是輪子與路面不斷相遇而造成的接觸線B。對於外行人來說，這一個觀念，最初似乎有些難以接受，因爲這一根接觸線在路面上繼續不斷地改變其位置，祇不過是一種瞬時的轉軸而已。如果有一力K作用於這樣一個滾動着的輪子上，則該力的力臂，並不是O點，而是B點和力之作用線二者之間的那根垂直線a。



第216圖 一個輪子的瞬時轉軸，乃由輪子與路面的接觸線所形成。

我們可以用波爾氏線團（第217圖）做一個巧妙的實驗，就很容易將這一事實加以證明。我們將一個通常的線團放在地板上，抓住線頭，試着向上拉動。在一般情況之下，線會繼續被拉出，而線團則因此繼續向着遠離觀察者的一方滾去。如果我們將拉線的方向，維持在足够的水平位置，那我們便可有一驚人的發現，那就是，線團能順着拉線的方向，朝觀察者這一邊滾過來。這究竟應該如何加以解釋呢？線團的瞬時軸心，是線團與地板時時相遇的接觸點B。當拉線方向斜着向上的時候，其所產生之以B爲軸心的力矩，就具有向左轉動的傾向，因此而使線團向着遠離觀察者的一方滾去，並使線不斷地拉出（第217圖a）。倘使我們將拉線的方向，維持在足够的水平位置，則結果便會產生出一種以B點爲軸心的力矩，而使線團倒滾過來（第217圖b）。



第217圖 不順從與順從的線團

通常總有許多力，以其所產生的彼此迥異的轉矩，同時作用在一個可轉體上。於是，我們所得到的，恒爲一種可以代替各該單獨轉矩之全部效果的合成轉矩。如第218圖a所示，設有K、K_2、K_3三力，作用於一可轉動的圓板上。其着力點各爲S_1、S_2、S_3。K_1與K_3之作用方向，由於經過滑輪而確定，K_2之作用方向則係垂直向下。各力之力臂，依照順序，各爲2、1.5及3。於是，在圓板上發生作用之右

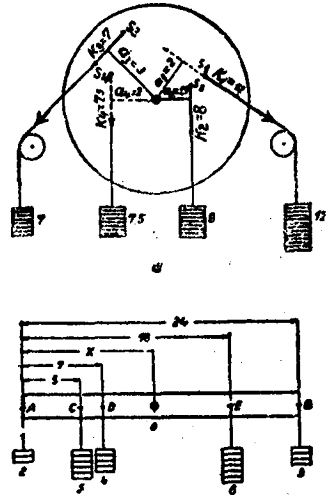
轉的轉矩。便有：$K_1=12$ 的一力，作用於力臂 $a_1=2$ 之處，以及 $K_2=8$ 的一力，作用於力臂 $a_2=1.5$ 之處；至於左轉的轉矩則有 $K_3=7$ 的一力，作用於力臂 $a_3=3$ 之處。根據以往的討論，我們可以將每一單獨的轉矩，用大小相等而方向相同的任何其他一個轉矩來代替。我們選擇代替轉矩時，是要使其力臂爲1，而且要使其中之力，每次都作用於同一A點上（在第218圖中未註明）。因此，我們就得依照順序，將 12×2 由 24×1，將 8×1.5 由 12×1，以及將 7×3 由 21×1 來代替。由於這些作用於A點的替代力24、12和21，有些方向是相同，有的則係方向相反的，故可依照第七講第112節中的方法，求得其代數和。結果，此一合力 $R=24+12-21=15$。又因該合力R的力臂爲1，故其轉矩爲 $15\times1=15$。這就是可以代替所有單獨轉矩之全部效果的一種合成轉矩。於此，很容易看出，這一個合成力矩15，我們一開始時，就可根據所有已知的轉矩，用代數和求得之，那就是把右轉的力矩當作正號，把左轉的力矩當作負號來計算；於是，$(12\times2)+(8\times1.5)-(7\times3)=15$。此一合成的右轉力矩15，現在又可以再由大小相等及方向相同的其他任何一個力矩來代替，例如 7.5×2 或 5×3 等等。我們可以將上述的結果，歸納成如下的定理：**如將諸力之力矩，以代數方法相加，則我們就可以求得各該轉力之合成力矩。**

現在，我們如使 $K_1=7.5$ 的一力，作用於力臂 $a_4=2$ 之處，亦即作用於圓板上的 S_1 那一點，那末，此一等於 $7.5\times2=15$ 之左轉的轉矩，便正好能平衡那三個已知的轉矩。於是，所有四個轉矩的總和就等於零。我們因此可以這樣說，如果合成的轉矩等於零，亦即 $\Sigma(K\times a)=0$，則平衡狀態即告成立，亦即並無轉動可以產生。$\Sigma(K\times a)$ 這一個式子，乃代表所有轉矩的總和，並且把它們的符號也顧到了。

如果合成力矩等於零，則我們便可因此推測，或是其力爲零，或是其力臂爲零。在第一種情況下，所有已知各力彼此抵銷，因此亦不發生作用；在第二種情況下，各力雖不一定彼此抵銷，但其所形成之合力恰好通過轉軸，故不可能具有力臂。在此二種情況下，力×力臂之乘積，都是等於零；因爲在一個式子中，如有一個因子等於零，其乘積亦即等於零。

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

$\Sigma(K\times a)=0$ 這一式子，乃欲使各轉力形成平衡不可或缺之條件，類似第七講第 115 節提到過的那一定理。根據那條定理，欲使位於同一作用線上之諸力達成平衡，亦非具備 $\Sigma K=0$ 這一條件不可。當時我們就已經指出，在後一情形下，所有向右作用各力之和，必定等於所有向左作用各力之和。顯然地，我們也可以替各轉力歸納出相似的結論。倘使 $\Sigma(K\times a)=0$，則所有右轉力矩之和 $(12\times2+8\times1.5=36)$，就等於所有左轉力矩之和 $(7\times3+7.5\times2=36)$。這樣一個結論，無異於將第117節所敍述之原理予以普遍化，把轉力形成平衡這種情形也包括進去了。現在，我們可以這樣概括地說：



第 218 圖　轉矩之合成：將各轉矩用代數的方法相加。如果其代數和等於零，則平衡狀態即告成立。

當有數目不拘之位於與轉軸相垂直的平面內之諸力，作用於一個具有固定轉軸的可轉物體上，而彼此取得平衡時，則 Σ 右轉力矩 $=\Sigma$ 左轉力矩，或 $\Sigma(K\times a)=0$（其中必須顧及各轉矩之符號）。

最簡單的例子是這樣：所有轉力，都是同一方向而彼此平行，且其作用各點，都是位於同一條線上的。這一種情形，我們可以在第 214 圖所示的圓板上，使其實現。在該圓板的左右掛鈎上，我們掛以各種重量。當其形成平衡時，所有各平行力之中點，即落於圓板之軸心 O 點，這也就是中力經過的地方，於是，中點以左各作用力之轉矩之和，就等於中點以右各作用力之轉矩之和。

我們現在也可以把這個問題倒過來問，那就是，我們應將何處選爲一物體的軸心，才能使數目不拘之作用於該物體上的諸力，彼此取得平衡，這也就是說，不致引起轉動。這一個問題的答案顯然是：該物體的軸心，應該位於所有各力的合力作用線上，因爲只有這樣，此一合力的運動效果，才會被轉軸的阻力相抵銷。爲了計算方便起見，

讓我們來選取一種最簡單的情形，那就是，所有轉力都是彼此平行，且其作用各點，都是位於同一直線上的。下面是這樣的一個實例。在一根24厘米長的固定直線 AB（第218圖b）上的左端，有一重量 2g* 掛在 A 處，離開 A 點 5 厘米，有一重量 5g* 掛在 C 處，離開 A 點 7 厘米，有一重量 4g* 掛在 D 處，離開 A 點 18 厘米，有一重量 6g* 掛在 E 處，最後，有一重量 3g* 掛在右端 B 處。我們猜想軸心 O 是位於 D 與 E 之間，並假設其與 A 之距離爲 x。於是形成平衡時，則下式必可成立：

$$2\cdot x+5\cdot(x-5)+4\cdot(x-7)=6\cdot(18-x)+3\cdot(24-x)$$

$$2x+5x-25+4x-28=108-6x+72-3x$$

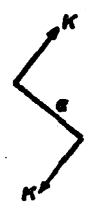
$$20x=233$$

$$x=11\frac{13}{20}$$

準此，我們可以知道，此軸心是位於離開A點 $11\frac{13}{20}$ 厘米的地方。

要使各轉力達成平衡狀態所需具備之條件，業已歸納成上述各定理，這些定理，都是和早就被阿基米德所發現的槓桿原理相符合的。所謂槓桿，就是一種能迴繞着一固定軸而轉動的物體，在此物體上則有各轉力在作用着。當所有右轉力矩之和，等於所有左轉力矩之和的時候，這一槓桿就能獲得平衡。我們在第二講第 23 節中，已經談到過有關二力作用下的這一種槓桿定律了。對於這一個問題，我們不久還要更詳細地再加討論。

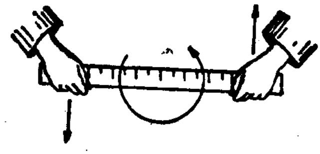
〔119〕 **力偶** 直到現在爲止，我們還沒有討論到一個特殊的例子，那就是有關彼此平行、大小相等而方向相反之二力，作用於一個剛固物體上的情形。這些力量，既無中力又無中點，我們也就無法求出一個單獨的力，來代替它們的效應（第219圖）。在這種情形之下，我們很容易看出，如果仍舊依照第七講第 113 節的方法，來試求合力，那就不再生效了；因爲在此情形下，合力 R_1 和 R_2（第201圖）會彼此平行，而使交點 O 無法產生。那麼，難道這些力量眞的會完全不發生作用嗎？如果我們抓住一支放在桌上的規尺的兩端，用同樣大



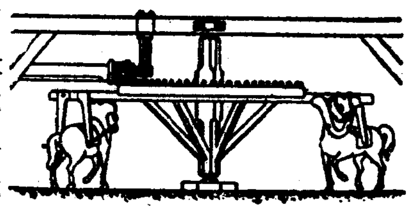
第219圖 力偶的標示方法

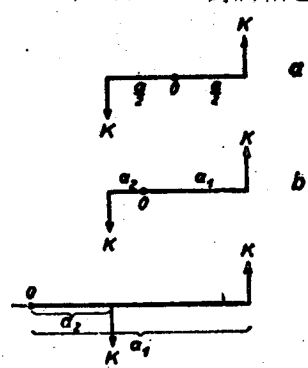
小的力量，各朝相反的方向推動，那末，我們就可很容易看出，上項問題的答案乃是一個否字，因爲我們會立刻看出，該規尺是會發生轉動的（第220圖）。

這種大小相等、彼此平行以及方向相反的二力的組合，我們稱之爲**力偶**。這種力偶作用，和所有其他各種力之組合，根本是不相同的。由於其並無合力，所以也就無法達成平衡狀態，它們經常會在被作用的物體上，引起一種轉動，至於有無固定轉軸存在，並無影響。力偶之最佳示範，可以由二匹用同等力量拖動轉盤的馬，使轉盤能經常轉動的這種情形來代表（第221圖）。


第 220 圖　規尺由於力偶之作用而發生轉動。

力偶之二力 K 之間的垂直距離 a（第 219 圖），被稱爲力偶臂；其中一力與力偶臂之乘積 $K \times a$，則被稱爲力偶之轉矩。這是用來度量力偶的轉動效果的，而與以何一轉軸爲中心一事，完全無關；因爲事實上並不一定需要有任何固定轉軸存在的。在上述轉盤的例子中，則有一個固定的轉軸，位於力偶的二根作用方向線的正中。根據第 222 圖 a 所示，每一力 K，對於軸心 O，會產生 $K \times \frac{a}{2}$ 的轉矩。因爲二力所造成的二種這樣的轉矩，都是屬於同一轉動方向，所以二者合成的轉矩，即爲 $K \times \frac{a}{2} + K \times \frac{a}{2} = K \times a$。倘使軸心 O 位於二力之間的任何一處（第222圖b），則二力所造成的朝着同方向轉動的轉矩 $K \times a_1$ 與 $K \times a_2$，其所產生的合成轉矩，一定仍舊是 $K \times a_1 + K \times a_2 = K \times (a_1 + a_2) = K \times a$（因 $a_1 + a_2 = a$）。再以另一種情形


第 221 圖　二匹拖動轉盤的馬，成爲力偶的示範。



第 222 圖　軸心的位置，對於力偶的作用，並無任何影響。

爲例，如果軸心 O 位於力偶的二根作用方向線之外（第222圖c），那末，我們便可獲得二種方向相反的轉矩，那就是左轉的$K \times a_1$轉矩以及右轉的$K \times a_2$轉矩。於是，所產生的合成轉矩，爲$K \times a_1 - K \times a_2 = K \times (a_1 - a_2) = K \times a$，仍與以前的結果相同（因 $a_1 - a_2 = a$）。在上述各例中，我們一直未能使其達到一種平衡狀態，而是始終只獲得一種同樣大小的 $K \times a$ 的左轉合成轉矩，其中 K 是力偶中的一力，a 是力偶臂。因此，我們可以看出一個顯明的結果，那就是在力偶造成轉矩的情形下，軸心的位置是可以任意安排而無關重要的。在力偶平面內，不論我們將何處當作轉軸的軸心，力偶所造成的總是同一轉矩；換句話說，力偶所造成的轉矩，祇與力之大小及力偶臂有關。

因此，我們可在力偶平面內，任意移動力偶，亦不致改變其作用。

許多有關力偶之進一步的定理，我們在此處不擬再去證明；但不妨將其列舉在下面，因爲這些定理所陳述的，均與力偶的各種特性有關，而此種特性，在每一方面，又都是和第 118 節中所討論之轉矩的各種特性相當的：

力偶之作用效果，係隨力與力偶臂之大小而增減。

二對力偶，雖然其力與力偶臂之大小彼此並不相等，但如其所造成之轉矩彼此相等，則該二對力偶便具有同樣的作用，而且它們所生產的轉動效果也就一樣。

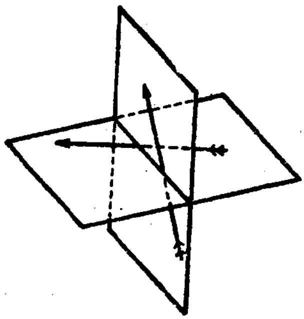
數對具有不同轉矩以及不同轉動方向的力偶，如果作用在同一平面之內，就可以由一對合成的力偶來代替；這對合成力偶乃等於所有已知力偶的代數和，而右轉力偶係按正號，左轉力偶係按負號計算。

倘使合成的力偶等於零，那便是表示平衡狀態，而無轉動情形發生。在這種情形之下，所有右轉的力偶，乃與所有左轉的力偶相等。

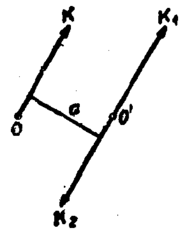
二對力偶，當其具有同樣大小的力矩，作用在同一平面之內，而其轉動方向相反時，則互相抵銷。

〔120〕 **力之平行移置** 力偶對於解答某些力學上的問題，例如對于許多不在同一平面上之各力的合成，頗爲重要。這一類力量的方向，通常稱爲歪斜的，故不可能得到交點（第 223 圖），這和我們到目

前爲止所假定的情形是不一樣的。在這一類的情形之下，我們又該如何去求得合力呢？爲了解答此一問題，我們得先把力之平行移置的原理，介紹給各位認識。設有一力 K，作用於一物體上的 O 點（第 224 圖）。在不改變此力之作用效果下，我們可以在這物體上的其他任何一點 O′，增添一對平行於 K 力的二力 K_1 及 K_2，兩者之方向



第223圖　二歪斜力之方向



第224圖　力之平行移置，引起一對力偶之產生。

相反，其大小則與 K 相等（$K=K_1=K_2$）。我們在第七講第 113 節中，曾經應用過此種彼此抵消的力。關于目前這一例中所發生的力之組合情形，我們可加以如次的解釋：K 及 K_2 組成一力偶，其力臂爲 a；至于 K_1 則很明顯的就是K，其作用點則已由 O 點移置到 O′ 點。這表示，作用於 O 點之力可以從該處撤離，平行移置另一點 O′上，只要同時在該物體上增添一對力偶卽可。此力偶之力臂則等于經過 O 點及 O′ 點的二個力之方向線間的距離 a。在第七講第 111 節中我們曾經講到過，一個力可以沿着其着力之方向而展移。此處所述的力之平行移置，實爲力之展移的一個旁論而已。

我們可以做一個簡單的實驗，來證實此種力偶之存在。當我們將一只拉開了的抽屜，在其正中之處推動時，則抽屜只會單純地向前滑進；但如使同一推動的力，作用在正中稍偏之處時，我們就等於是將力之方向，作了一番平行的移置，在此情形下，抽屜除了前進的運動外，另外還會發生一種旋轉的運動，於是乃受阻而不動。

我們在本節開始時，曾經提出一個問題，那就是當兩個或數目不

拘之諸多歪斜的力，位於各不相同的平面上，而相互之間不能得到交點時，應該如何去合成它們呢？現在我們只要借助於力之平行移置，即可獲得解答了。答案是這樣：我們只要在增添適當的力偶之下，將所有的力各自平行的移置到一共同之着力點上，于是，所有原先分別着力于物體各點上的力，就會全部合成爲一合力，並着力在某一單獨點上。我們很容易看出，雖然這些力位於各不相同之平面上，但對合成工作並無妨礙。除此以外，另有如此之多的力偶亦作用在這物體上，其數量和原先作用在這物體上的個別力之數量一樣。這些力偶，雖和那些力一樣，位於各不相同的平面之內，但同樣可以合成爲一個單獨的合力偶，祇不過此處不準備特別提供證明了。總之，結果是化爲一單獨的力和一單獨的力偶。前者可使這物體整個的向前移動，後者可使這物體發生旋轉。我們向各位所介紹之最普遍的力之合成情形，即以此告一段落。

B. 教材問答

師：如果用一根手杖承擔一負荷放置在肩上，另以手來保持平衡，問此時肩頭上所受壓力，比直接承擔此負荷時是大還是小？

生：所受壓力較大，因爲負荷和手上保持負荷平衡的壓力，兩者均爲平行而垂直向下的力量，因此肩頭上所受壓力爲兩者之合力，而此合力乃等于負荷加手壓之和。

師：然則用手杖承擔一負荷放置在肩頭上有何益處呢？

生：如果能够使手上所用的力之力臂大于負荷之力臂時，就可以用一個小于負荷之力使其保持平衡。

師：那末，要使其形成平衡狀態，又需合乎何種定律呢？

生：力之轉矩必須與負荷之轉矩彼此相等才行（力×力臂＝負荷×負荷臂）。

師：就一定的負荷而言，在何種情形下，手壓力和肩上壓力始爲最小？

生：負荷力臂應儘量的使其縮短，力臂則應儘可能的加長。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com