

前　　言

在市场经济体制下，企业的经济活动集中在两个方面，即：

(一)延续一段时间的经济过程(债务过程、投资过程可行性分析、基建过程以及投产后的多年生产过程等)。

(二)按年、按季、按月的年度生产与经营。

这两方面经济活动的展开，就导致了对企业经济活动的研究集中在三个问题上，即：

(1)企业的筹资；

(2)企业的投资；

(3)企业的竞争。

为了系统研究企业经济，在此之前，我曾为我国企业界写过一套系列书，即：《企业经营经济学》、《企业投资经济学》与《企业竞争经济学》，这一套书系统地论述了市场经济指导下企业的经营理论，包括投资理论与竞争。

本书也是属于这套系列书，而内容则是讨论市场经济体制下企业筹资的理论、方法与策略。

在市场经济社会中，企业若要进行投资首先必须自己筹集资金。在我国现行经济体制下，企业筹集资金的主要方式为：

(1)向银行借贷(包括拨改贷)；

(2)向社会或企业内部发行债券；

(3)股份有限公司可以发行股票；

(4)使用自有资金(主要是积累的折旧费用、税后利润提成、新产品开发基金、持有的有价证券等)；

《企业经营经济学》1986年6月由湖南科学技术出版社出版；

《企业投资经济学》1988年8月由湖北科学技术出版社出版；

《企业竞争经济学》1992年1月由新华出版社出版。

- (5)预收订货款及缓付购货款(商业信用);
- (6)合资;
- (7)争取减免税;
- (8)利用融资租赁。

这些问题都牵涉到一系列的金融知识、外贸知识与资金运用策略,必须系统地进行学习才能掌握并熟练地运用这些集资方式。

这其中尤以债务过程最具有代表性,这不但是由于很多集资方式本身就是债务过程,而且因为债务过程的一些分析方法也可以用在很多其他的场合。在市场经济社会中,企业(包括金融机构)既可能是债务人也可能是债权人。因此,借贷双方都必须深刻懂得市场经济规律下债务过程的各种处理方式、债务过程特性及借贷经营对企业的必要性。

作者相信,本书所介绍的经济与金融知识,对我国企业界与金融界都是有益的。由于我国金融市场过去很不活跃,因此人们自然对债务过程及其他一些国际上常见的金融活动也就很少研究,所以一些在银行界工作过很长时间的业务人员,对于市场经济社会中资金市场上各种金融关系的处理,也不很熟悉,就更不用说企业的经济人员了。本书所讲的方法都是国际资金市场上认可的可以实际采用的方法,而某些只适宜于理论研究,但在资金市场上实际上不采用的方法,如连续复利法,就没有讨论,所以本书的内容是很实用的。书中所用的数学知识都不是很深,对于具有高中水平的读者,绝大部分都能读懂。书后附有极为详细的复利表,可供实用。

本书中用到的一些有关投资过程的概念与知识,读者可参阅作者《企业投资经济学》一书。若读者能读完前述一套书及本书,那他对市场经济规律下的企业经济分析,就会很在行了。

刘晨晖

1993年3月于武汉水利电力大学
自动控制研究室

本书作者已出版著作一览表

- (1)《多变量过程控制系统解耦理论》英文版,1983年柏林,斯普林格出版公司出版
- (2)《多变量过程控制系统解耦理论》修订中文版,1984年水利电力出版社出版
- (3)《投资的经济决策与盈亏分析》1985年湖北科学技术出版社出版
- (4)《企业经营经济学》1986年湖南科学技术出版社出版
- (5)《电力系统负荷预报理论与方法》1987年哈尔滨工业大学出版社出版
- (6)《应用工程控制论——蓝光导弹设计研究》1988年湖南科学技术出版社出版
- (7)《企业投资经济学》1989年湖北科学技术出版社出版
- (8)《企业竞争经济学》1992年新华出版社出版
- (9)《发供电运行经济学》1992年武汉测绘科技大学出版社出版
- (10)《电力系统功率与能量传输损耗计算》1992年北京科学技术出版社出版
- (11)《电力系统无功功率分布与电压调节》1993年中国地质大学出版社出版
- (12)《企业集资经济学》1993年武汉测绘科技大学出版社出版

目 录

第一章 单利制债务

| | |
|-------------------------------|------|
| § 1-1 利息的含义 | (1) |
| § 1-2 单利制 | (4) |
| § 1-3 单利计算中的两类典型问题与银行法则 | (13) |
| § 1-4 单利债务偿还安排的改变 | (20) |
| § 1-5 债务的现值 | (23) |
| § 1-6 贴现与银行折扣 | (26) |
| § 1-7 债务的分期偿还安排 | (32) |
| § 1-8 单利下的分期付款与商人公式 | (35) |
| § 1-9 确定分期付款利率的其他公式 | (38) |

第二章 整付本利和与债务折现

| | |
|----------------------------|------|
| § 2-1 复利制 | (43) |
| § 2-2 具有非整数计息周期的复利计算 | (48) |
| § 2-3 名义年利率与有效年利率 | (50) |
| § 2-4 尝试法与内插法的应用 | (57) |
| § 2-5 复利制下的债务现值 | (63) |
| § 2-6 具有非整数计息周期的折现计算 | (67) |
| § 2-7 复利债务的等值换算 | (69) |
| § 2-8 等值债务期 | (75) |

第三章 同期均匀支付

| | |
|---------------------------|-------|
| § 3-1 均匀支付 | (80) |
| § 3-2 按年均匀支付金额的确定 | (87) |
| § 3-3 按年均匀支付利率的确定 | (94) |
| § 3-4 非按年均匀支付金额的确定 | (99) |
| § 3-5 非按年均匀支付利率的确定 | (108) |
| § 3-6 均匀偿还债务时的本金与利息 | (113) |

| | | |
|--------|-------------|-------|
| § 3-7 | 偿还基金的确定 | (116) |
| § 3-8 | 债券的均匀偿还 | (125) |
| § 3-9 | 均匀支付的其他关系 | (127) |
| § 3-10 | 组合均匀支付 | (133) |
| § 3-11 | 永久均匀支付的资本化值 | (138) |

第四章 非同期均匀支付

| | | |
|-------|---------------------|-------|
| § 4-1 | 支付周期与计息周期的不一致 | (144) |
| § 4-2 | 支付周期大于计息周期的均匀支付过程计算 | (148) |
| § 4-3 | 计息周期大于支付周期的均匀支付过程计算 | (151) |
| § 4-4 | 计息周期数为非整数时的债务过程计算 | (155) |
| § 4-5 | 非同期均匀支付金额的决定 | (159) |
| § 4-6 | 非同期均匀支付债务清偿时间的确定 | (163) |
| § 4-7 | 非同期均匀支付过程利率的确定 | (168) |
| § 4-8 | 非同期永久均匀支付过程的资本化值 | (173) |
| § 4-9 | 非同期永久均匀支付金额的确定 | (177) |

第五章 逐期递增支付

| | | |
|-------|----------------------|-------|
| § 5-1 | 等额逐期递增支付 | (181) |
| § 5-2 | 等额逐期递增支付的等值均匀支付 | (187) |
| § 5-3 | 非同期等额逐期递增支付 | (193) |
| § 5-4 | 非同期永久等额逐期递增支付过程的资本化值 | (195) |
| § 5-5 | 同期等比逐期递增支付 | (197) |
| § 5-6 | 非同期等比逐期递增支付 | (204) |
| § 5-7 | 无限延续的等比逐期递增支付 | (208) |

第六章 若干典型的债务过程

| | | |
|-------|---------------|-------|
| § 6-1 | 最常用的几种债务偿还方式 | (211) |
| § 6-2 | 基建贷款的偿还 | (217) |
| § 6-3 | 分期均匀还本的几种方式 | (221) |
| § 6-4 | 按平均贷款期限计算债务利息 | (229) |

| | | |
|--------|-------------|-------|
| § 6-5 | 抵押贷款的偿还 | (231) |
| § 6-6 | 引进外资的偿还 | (233) |
| § 6-7 | 具有变动利率的债务过程 | (241) |
| § 6-8 | 出口信贷的偿还 | (246) |
| § 6-9 | 信托债务的偿还 | (251) |
| § 6-10 | 通货膨胀与保值储蓄 | (258) |
| § 6-11 | 贷款的成本 | (264) |
| § 6-12 | 商品房购置费用的支付 | (267) |

第七章 债券的发行与购买

| | | |
|--------|-----------------------|-------|
| § 7-1 | 定期债券的市场估价 | (280) |
| § 7-2 | 决定债券市场估价的一般公式 | (292) |
| § 7-3 | 购买债券时投资利率的确定 | (299) |
| § 7-4 | 债券利息具有不同再投资利率时的购买债券利率 | (305) |
| § 7-5 | 考虑债券收入应交所得税时的情况 | (311) |
| § 7-6 | 考虑通货膨胀时的债券购买 | (314) |
| § 7-7 | 债券投资活动中两种互相矛盾的风险 | (317) |
| § 7-8 | 可以转换为股票的债券 | (320) |
| § 7-9 | 债券资本的成本 | (325) |
| § 7-10 | 分期还本债券的成本近似计算 | (329) |
| § 7-11 | 关于国内债券 | (332) |
| § 7-12 | 购买债券获益的几个因素 | (338) |

第八章 股票业务

| | | |
|-------|-------------------|-------|
| § 8-1 | 股票与股份有限公司 | (340) |
| § 8-2 | 股票边际 | (357) |
| § 8-3 | 短期借用股票进行投资活动的股票边际 | (362) |
| § 8-4 | 股票的市场估价 | (366) |
| § 8-5 | 股票估价的一般形式 | (370) |
| § 8-6 | 公司分红增长率的确定 | (377) |
| § 8-7 | 股份公司的股票资本成本 | (382) |
| § 8-8 | 股票投资过程利率的确定 | (388) |
| § 8-9 | 股票投资过程利率的预测 | (394) |

| | |
|----------------------|-------|
| § 8-10 认股权证的价值 | (403) |
| § 8-11 股票的预约购入 | (410) |
| § 8-12 股票的预约售出 | (419) |
| § 8-13 股票的同价双向预约销售业务 | (427) |
| § 8-14 股票的异价双向预约销售业务 | (437) |
| § 8-15 购买股票的近期保值措施 | (446) |
| § 8-16 股票的价格指数 | (453) |

第九章 借贷经营分析

| | |
|--------------------------------|-------|
| § 9-1 企业为什么应当进行借贷经营 | (466) |
| § 9-2 财务杠杆 | (476) |
| § 9-3 债务效应的一般分析 | (485) |
| § 9-4 投资的回收与借贷的还本——折旧 | (493) |
| § 9-5 各种折旧方式的经济效益比较 | (501) |
| § 9-6 使用银行贷款的经济效益实际计算 | (508) |
| § 9-7 企业怎样将通货膨胀对折旧费用贬值的后果转嫁给银行 | |
| | (521) |
| § 9-8 税后还债时的企业债务 | (533) |

第十章 融资租赁业务

| | |
|----------------------|-------|
| § 10-1 融资租赁 | (540) |
| § 10-2 关于租金的几个问题 | (546) |
| § 10-3 若干典型的租金计算方法 | (549) |
| § 10-4 企业租用设备以后的经济分析 | (560) |
| § 10-5 租设备与购置设备的比较 | (566) |
| § 10-6 不同购买方式与租赁的比较 | (571) |
| § 10-7 租设备与借贷买设备的比较 | (579) |
| § 10-8 租赁公司的会计处理 | (582) |
| § 10-9 租赁业务中的几个问题 | (590) |

参考文献 (599)

附录 (600)

● 第一章

单利制债务

§ 1-1 利息的含义

在市场经济规律指导下,分析企业经济活动的基本出发点是:在一切延续一段时间的经济活动中,要承认、分析并且充分利用货币资金的时间价值。

企业要进行投资当然需要钱,进入到投资过程中的钱就称为货币资金。借贷也是一种投资活动,此时贷方借出的钱就成为债务过程中的货币资金。

所谓货币资金的时间价值,对于借贷过程来说,就是贷出的资金所产生的利息;而对于一般投资过程来说,就是指投入的资金所产生的利润。所以货币资金的时间价值并不是由于通货膨胀所产生的。通货膨胀能使货币实质贬值,那是另外一回事。

货币资金的时间价值,是指现在的一元钱与一年后或若干年后的一元钱,在价值上是不相等的,甚至与一个月后或几个月后的一元钱在价值上也是不相等的。其间的价值关系是由于利息或利润产生的(这里并没有考虑通货膨胀所引起的货币购买力的实际贬值)。钱存在银行中可以获得利息,如果某人把这笔钱转而进行投资,一般来说,他总是希望获得与银行利息相当或者更大的利润,否则他宁愿把钱存在银行中,而不愿意进行具有一定风险的投资活动。可见,货币资金之所以能产生时间价值,就是因为它在借贷或一般投资过程中能得到利息或者投资利润。

从借贷活动来说,利息是指借出的货币资金在一段时间以后

获得的合理补偿。它主要补偿以下几个方面：

(1) 贷款者由于借出资金,从而也就延误了贷款者可能利用该项资金进行购买或者投资,因此他应当为此而从借款者处获得必要的补偿。显而易见,延误使用的年限越长,也就是债务年限越长,则要求借款人提供的补偿标准也就应当越高。所以长期债务利率一般总是高于短期债务利率。

(2)货币购买力实际贬值的补偿。我们知道,由于社会上客观存在着的通货膨胀,因此借出的货币资金会因为物价上涨而造成其实际购买能力随时间下降,因此,贷方应当为此从借方处得到合理的补偿。显而易见,债务年限越长,则通货膨胀所造成的货币资金购买力贬值也就越严重,所以长期债务利率一般总是高于短期债务利率。在通货膨胀比较严重的情况下,某些已经规定的利率可能难以反映通货膨胀的实际影响。在这种情况下,贷方可以要求借方提供额外的保值补偿,或者借方(一般是银行)主动提出向贷方(储户)提供附加的保值补偿,以吸引存款。

(3)贷款是要冒风险的。即贷款人难以完全肯定,借款人能否如期在债务期内偿还债务(包括本金与利息),从而承担了风险。为此,贷款人应当获得必要的补偿。显而易见,债务年限越长,则贷款人承担的风险也越大。因此长期债务的利率一般总是高于短期债务的利率。

(4)拖延债务的补偿。当预定债务期限到期时,若借款人仍不能还清债务,则借款人应当付出额外的补偿。由于延期债务意味着贷方资金使用的更长时间延误,更严重地蒙受通货膨胀的影响以及更大的风险,因此,对于延期债务,贷方总是要求更高的补偿。

由此可见,债务过程所确定的利息,即借款人向贷款者提供的补偿,并不决定于借款者在获得贷款资金以后的使用情况。换句话说,借款者在获得贷款资金以后若将资金使用得好,获得很高的投资利润,他只需按照事先确定好的债务协议付给贷方规定的利息(本金另外偿还);而若借款者未能很好地使用贷款资金,未能获得

较高的投资利润，甚至发生亏损，他也必须按照事先确定好的债务协议付给贷方规定的利息。

债务过程中不同时刻利息的确定决定于下面几个因素：

(1) 债务的本金。要注意，在一个债务过程中，债务的本金可能是逐期变化的，因此债务过程中逐期的利息也可能变化。

(2) 计息周期的利率。它作为计算某一计息周期内应付利息的标准，它与此时债务本金无关。计息周期由借贷双方协商决定或由贷方或借方单独决定，例如银行的存贷款业务中已由银行单方规定了计息周期。计息周期可能按月计、按季计、按半年计或者按年计，从而就产生了月利率、季利率、半年利率与年利率。

(3) 付息区间与计息方式。在债务过程中，可能是按某一计息周期逐期付息，也可能是在某一段积累时间后一并付息，因此，利息量的大小又决定于付息时间区间以及在这段区间中利息的计算方式。例如，债务利率可能是月利率，即计息周期为1个月，但可能每年付一次利息，即付息周期为1年，那么在每年末应付的利息额，不但与年初债务本金有关，与债务月利率有关，而且与这一年内的12个月的利息如何计算有关，也就是它可能是按单利计算也可能是按复利计算。这两种计息方式将导致不同的后果，即有单利债务与复利债务之分。

(4) 其它临时协议，例如给予利息减免、延期等优惠。但这不是一般的规律，因此以后我们将不对此加以讨论。

债务一般分为信用贷款与抵押贷款。

债务合同包含很多内容，即令是信用贷款也常常需要借款人提出某种担保或者以动产或不动产作为抵押。然而我们在这里所指的信用贷款与抵押贷款，不是指借款人是否提供某种债务保证或者财产抵押，而是指债务偿还方式的不同。

信用贷款合同一般要包含以下几项内容：

(1) 贷款总金额以及借款人支取方式，因为贷款总金额一般不是一次支付。

(2)计息周期利率与计息周期的规定，并且要规定是采用单利制还是复利制。

(3)债务偿还方式与债务年限。在某一规定债务年限内，通常给出一个宽缓期，在这个宽缓期内不偿还债务本金，可能要支付利息，也可能利息也不支付；当然，也可能没有宽缓期，那可以认为宽缓期等于零。在宽缓期内与宽缓期后，借款人按借贷双方确定的偿还方式进行债务本息的偿还与支付。

这样的贷款合同一经签订，那么借贷双方都要恪守信用执行，未经对方同意不得单方随意变动，这就是信用贷款。

抵押贷款则不同，在抵押贷款合同中，没有明确的债务年限的规定，而规定了独特的债务偿还方式，即规定借款人在利用贷款形成生产力之后，在他每年的收入中，扣除借款人必要的生存费用与应交纳的各项税金以后所剩余的全部所得（或规定的某一比例），全都用来偿还债务本息，一直到债务还清为止。因此，抵押贷款的债务年限是不确定的，这常是由于贷款人希望减少贷款风险而愿采用的偿还方式；在某些情况下，借款者可能因为希望尽快摆脱债务（如引用外资时），也愿意采用这种偿还方式。

但是信用贷款目前还是我国主要推行的债务方式，因此以下将着重研究信用贷款。

债务过程的分析与计算，已形成一整套完整的理论与方法。我们下面首先从最简单的单利制开始分析，然后由浅入深，逐步展开。

§ 1-2 单 利 制

知道债务过程中利息的含义之后，我们还必须知道利息的计算方法，也就是要讨论在借贷关系中货币资金所将产生的时间价值怎样计算。

利息的确定与下列因素有关：借出的本金，单位时间内的利率

i 以及债务时间区间 t 。除此以外,还必须知道计算利息的方式。

现在借出一笔钱 P ,若干个时间区间以后偿还一笔钱 S ,则这段时间中的利息便是:

$$I = S - P \quad (1-2-1)$$

所谓利率就是指 1 元钱债务本金在一个单位时间内所得到的利息,它总是以百分数表示。

例如,年初借出 $P=500$ 元,在该年末偿还 $S=525$ 元,则该年内所得到利息为:

$$I = 525 - 500 = 25 \text{ (元)}$$

而这一年的利率为: $i = \frac{I}{P} = \frac{25}{500} \times 100\% = 5\%$

以后若无特别说明,利率均指年利率。

所谓单利制就是指:若现在借出一笔本金 P ,年利率为 i ,债务期限为 t 年,则要求在第 t 年末支付下列利息量:

$$I = Pit \quad (1-2-2)$$

注意,这里 t 可以是整数也可以是分数;可以大于 1,也可以小于 1。也就是说不一定是整数年。

单利制实质上就是指:每一个单位债务时间区间内的利息,都可以放在债务期限末了一齐支付。从而在第 t 年末需要支付的总偿还金额为:

$$S = P + I = P + Pit = P(1 + it) \quad (1-2-3)$$

单利制的计算是比较简单的,下面讨论一些应用例子。

例 1 一笔为期 5 年的 1000 元债务,年利率 9%,第 5 年末偿还,问到时需支付多少利息?

$$I = Pit = 1000 \times 0.09 \times 5 = 450 \text{ (元)}$$

例 2 贷款 75000 元,年利率 4%,半年为期,到期应付本息多少?

已知: $P=75000$ 元, $i=0.04$, $t=0.5$, 所以:

$$\text{利息: } I = 75000 \times 0.04 \times 0.5 = 1500 \text{ (元)}$$

总偿还金额为： $S = P + I = 75000 + 1500 = 76500$ (元)

例3 借款10000元，设想是在某月初借得，在下列利率与债务期限下，求债务期末应付的本息是：

(a)年利率4.5%，一年；(b)年利率5.25%，两年；

(c)年利率3.5%，半年；(d)年利率6%，8个月；

(e)年利率4%，15个月；(f)年利率5%，10个月。

对以上6种情况，分别有：

(a)已知 $P = 10000$ 元, $i = 0.045$, $t = 1$

$$\text{所以: } I = Pit = 10000 \times 0.045 \times 1 = 450 \text{ (元)}$$

$$S = P + I = 10000 + 450 = 10450 \text{ (元)}$$

(b)已知 $P = 10000$ 元, $i = 0.0525$, $t = 2$

$$\text{所以: } I = Pit = 10000 \times 0.0525 \times 2 = 1050 \text{ (元)}$$

$$S = P + I = 10000 + 1050 = 11050 \text{ (元)}$$

(c)已知 $P = 10000$ 元, $i = 0.035$, $t = 0.5$

$$\text{所以: } I = Pit = 10000 \times 0.035 \times 0.5 = 175.0 \text{ (元)}$$

$$S = P + I = 10000 + 175.0 = 10175 \text{ (元)}$$

(d)已知 $P = 10000$ 元, $i = 0.06$, $t = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

$$\text{所以: } I = Pit = 10000 \times 0.06 \times \frac{2}{3} = 400 \text{ (元)}$$

$$S = P + I = 10000 + 400 = 10400 \text{ (元)}$$

(e)已知 $P = 10000$ 元, $i = 0.04$, $t = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$

$$\text{所以: } I = Pit = 10000 \times 0.04 \times \frac{5}{4} = 500 \text{ (元)}$$

$$S = P + I = 10000 + 500 = 10500 \text{ (元)}$$

(f)已知 $P = 10000$ 元, $i = 0.05$, $t = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

$$\text{所以: } I = Pit = 10000 \times 0.05 \times \frac{5}{6} = 416.7 \text{ (元)}$$

$$S = P + I = 10000 + 416.7 = 10416.7 \text{ (元)}$$

例4 若：(1)年初借出2000元，年末偿还本息共2110元；

(2)年初借出 720 元,第 10 个月末偿还本息共 744 元。

问各自的年利率是多少?

(1)已知 $P=2000$ 元, $S=2110$ 元, 所以

$$\text{利息: } I = S - P = 2110 - 2000 = 110 \text{ (元)}$$

由于 $I = Pit$, 现在 $t=1$,

$$\text{所以: } i = \frac{I}{P} = \frac{110}{2000} \times 100\% = 5.5\%$$

(2)已知 $P=720$ 元, $S=744$ 元, 所以:

$$\text{利息: } I = S - P = 744 - 720 = 24 \text{ (元)}$$

由于 $I = Pit$, 现在 $t = \frac{5}{6}$

$$\text{所以: } 24 = 720 \times i \times \frac{5}{6} = 600i,$$

$$i = \frac{24}{600} = 0.04 = 4\%$$

例 5 某企业用 7995 元购买了一台设备, 言明现在支付 1995 元。三个月后再支付余差额及 200 元利息, 那么, 问企业为这笔支出付出了多高的年利率?

企业实际上是为: $P=7995 - 1995 = 6000$ (元) 的债务本金, 在 3 个月内支付了 200 元的利息。这也就是 $I=200$ 元, $t=\frac{1}{4}$, 从而

$$\text{有: } 200 = 6000 \times i \times \frac{1}{4} = 1500i, i = \frac{200}{1500} = 0.1333 = 13.33\%$$

例 6 在年利率 5% 下, 现在借 20000 元, 到时需偿还 21250 元。问债务期限是多长?

此时已知: $P=20000$ 元, $S=21250$ 元, $i=0.05$, $I=1250$ 元

则由: $1250 = 20000 \times 0.05 \times t = 1000t$

$$\text{得到: } t = \frac{1250}{1000} = 1.25 \text{ (年)}$$

例 7 在年利率 5% 下, 多长时间能使借出的金额在偿还时翻一番?

此时: $P=1$, $S=2$, $I=1$

由: $I = Pit$ 得到: $I = 1 \times 0.05 \times t$

$$t = \frac{1}{0.05} = 20(\text{年})$$

显然,若 $i=10\%$,则 10 年翻番; $i=20\%$,则 5 年翻番,即翻番时间(T)就是年利率的倒数:

$$T = \frac{1}{i} \quad (1-2-4)$$

注意,在复利制下若要求 10 年翻番,则 $i=7.2\%$ 。

例 8 每月初借 100 元,月利率 0.6%,共借 10 个月。在第 10 个月底,共应还多少钱?

$$\begin{aligned} S &= 100(1+0.006 \times 10) + 100(1+0.006 \times 9) \\ &\quad + \dots + 100(1+0.006 \times 1) \\ &= 100(1.06) + 100(1.054) + 100(1.048) \\ &\quad + 100(1.042) + 100(1.036) + 100(1.030) \\ &\quad + 100(1.024) + 100(1.018) + 100(1.012) \\ &\quad + 100(1.006) \\ &= 106 + 105.4 + 104.8 + 104.2 + 103.6 + 103.0 \\ &\quad + 102.4 + 101.8 + 101.2 + 100.6 = 1033(\text{元}) \end{aligned}$$

即总共应当还 1033 元,其中 1000 元为债务本金,33 元为利息。

这实际上就是一个熟知的零存整取问题。一般,设每期初存 P 元,每期利率为 i ,一共存 n 期,则到第 n 期末这期间的利息总和为:

$$\begin{aligned} I &= Pn + Pi(n-1) + Pi(n-2) + \dots + Pi \\ &= Pi[n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1] \quad (1-2-5) \end{aligned}$$

上式右边方括号中是一个等差数列前 n 项求和,所以其结果为:

$$I = Pi \frac{n(n+1)}{2} \quad (1-2-6)$$

从而第 n 期末总共可得:

$$S = nP + I = nP + Pi \frac{n(n+1)}{2} = Pn \left[1 + \frac{i(n+1)}{2} \right] \quad (1-2-7)$$

而：

$$P = \frac{S}{n \left[1 + \frac{i(n+1)}{2} \right]} \quad (1-2-8)$$

利用(1-2-7)式可以求出零存整取过程最后的整取额；利用(1-2-8)式可以确定在已知整取额及存款期数与每期存款利率时，每期应当存入多少钱。

如对于例 8, $n=10, i=0.006, P=100$ 元

$$\begin{aligned} S &= 10 \times 100 + 100 \times 0.006 \times \frac{10(10+1)}{2} \\ &= 1000 + 33 = 1033 \text{ (元)} \end{aligned}$$

例 9 在三年内每月初存一笔钱，月利率为 $i=0.006$ ，若要求在第 3 年末得到 1000 元。则每月应存多少钱？

在本例中， $S=1000$ 元， $n=36, i=0.006$

由(1-2-8)式可以得：

$$\begin{aligned} P &= \frac{1000}{36 \left[1 + \frac{0.006(1+36)}{2} \right]} \\ &= \frac{1000}{36(1+0.111)} = \frac{1000}{39.996} = 25 \text{ (元)} \end{aligned}$$

即每月初应存 25 元。

由(1-2-7)式可以检验：

$$\begin{aligned} S &= nP + Pi \frac{n(n+1)}{2} = 36 \times 25 + 25 \times 0.006 \times \frac{36 \times 37}{2} \\ &= 900 + 99.9 = 1000 \text{ (元)} \end{aligned}$$

总共存入 900 元，获 100 元利息。

例 10 每月存入 40 元，定期一年，月利率 7.95%，求到期支取时的利息。

由(1-2-6)式可以求得：

$$I = Pi \frac{n(n+1)}{2} = 40 \times 7.95\% \times \frac{12(12+1)}{2} = 24.80 \text{ (元)}$$

例 11 某储户每月存入 50 元。定期五年，月利率 10.95‰，问到期支取应付本息是多少？

应付本金额： $50 \times 12 \times 5 = 3000$ (元)

应付利息额： $50 \times (5 \times 12) \times \frac{5 \times 12 + 1}{2} \times 10.95\% = 1001.93$
(元)

共计应付本利和金额为 4001.93(元)

以上讨论的是零存整取。有时还会遇到一种整存零取(本金)的过程，即一次存入较大量额的本金，分期平均支取本金，如储户开户时，约定存期档次和支取本金的期次。存期一般可以有一年期、三年期和五年期三个档次，支取期次可定为每半月、每一月或每几个月。储户持银行发给的存单分期支取本金。利息于期满结清时支付。

设首次存款为 P_1 ，第 n 期初尚余存款额为 P_n ，由于是分 n 次均匀支取，因此整个存款过程在 n 期内相当每期具有平均存款余额 $\frac{P_1 + P_n}{2}$ ，设 m 为支取间隔月数， i 为月利率。则结算时利息总额为：

$$I = \frac{(P_1 + P_n)}{2} \times m \times i \quad (1-2-9)$$

例 12 一次存入本金 4000 元，定期五年，年利率 13.14%，分 20 次均匀支取本金，即每三个月支取本金 200 元，问到期结算应付利息多少？

由(1-2-9)式得到应付利息额为：

$$I = \frac{(4000 + 200) \times 20}{2} \times 3 \times \frac{13.14\%}{12} = 1379.7 \text{ (元)}$$

例 13 一次存入本金 6000 元，定期五年，年利率 13.14%，若按每半月、每月、每季、每半年支取一次本金，问在这几种支付方式下到期结清时各应付利息多少？

在本例中， $P_1 = 6000$ 元。

若每半月支取一次，则：