〔美〕W．T．汤姆逊

振动理论及其应用

胡宗武 等译

煤炭工业出版社

〔美〕W．T．汤姆逊

振动理论及其应用

胡宗武　王焕勇
孙鸿范 陈健元 张惠侨　译

煤炭工业出版社

内 容 提 要

本书系统地介绍了振动理论的基本问题，对工程应用也十分注重。前四章介绍振动理论的一般概念，单自由度系统的自由振动、阻尼振动、谐激励振动和瞬态振动。第五、六、七三章介绍多自由度系统振动，着重介绍矩阵分析方法以及近似方法。以后各章包括：连续系统振动、拉格朗日方程、随机振动和非线性振动。附录提供了本书中用到的一些数学工具的简要知识，包括复数代数、拉普拉斯变换、矩阵等。

本书可作工科大学有关专业振动理论教材或研究生参考书，也可供工程技术人员参考。

W.T.Thomson
Theory of Vibration with Applications
Prentice-Hall, Inc.
Englewood Cliffs, N.J.1972

*

〔美〕W.T. 汤姆逊
振动理论及其应用
胡宗武 王焕勇 孙鸿范 陈健元 张惠侨 译

*

煤炭工业出版社 出版
（北京安定门外和平北路16号）
煤炭工业出版社印刷厂 印刷
新华书店北京发行所 发行

*

开本850×1168 1/32 印张 15
字数395千字 印数1—7,700
1980年1月第1版 1980年1月第1次印刷
书号15035·2257 定价1.85元

译 者 序

本书作者 W.T.Thomson 是美国加州大学机械工程教授。他的第一本教程《Mechanical Vibrations》于1948年出版，以后又多次重印。1965 年作者作了较大修改并以《Vibration Theory and Applications》书名再版。1966年以后该书在英国出版，到1976年共重印五次。但从最近一次重印版看，内容与1965年美国出版的相同。

这本《Theory of Vibration with Applications》是作者在上书基础上重新编写的另一本教程，于1972年在美国出版。本书篇幅比上书增加约20%，原书的基本内容均保留，而对多自由度系统、非线性系统以及拉格朗日方程等章作了较多的增补。对现代技术，如电子数字机的应用等给予了更多的注意，列举了数字例及程序。作者除注意理论的系统性和完整性外，还特别注重工程应用，列举了大量例题和习题，这些问题多数是从工程实践问题中提炼概括出来的。这对于加深理论的理解和熟练应用起了很好的作用。一些难度较大的理论问题通过实例讲解，易使学生掌握要领。我们认为，这是一本适合于大学工程专业的较好的振动理论教科书。前五章是基础部分，可作为工程专业大学生使用；后六章可作为研究生使用或大学生高年级选用。

我们对原书中发现的错、漏之处都已作了改正，一般均不加译注，但没能对全书的所有公式和题解作全面校订。由于译者水平所限，时间又很匆促，译文定有不妥和错误之处，欢迎读者赐教。

本书由下列同志分工翻译：胡宗武（第一、二、三、四、五章）；王焕勇（第六、七章）；孙鸿范（第八、九章）；陈健元（第十、十一章）；张惠侨（附录）。全部译稿由胡宗武校对整

理。译稿完成后又蒙中国矿业学院陈至达同志审校并提出宝贵意见，在此特致以谢意。

译者　于上海交通大学

一九七八年十月

原　　序

振动这一学科具有独特的吸引力。它是一门能用力学基本原理进行解释的逻辑学科。和某些学科不同，它的数学概念完全与物理现象相协调，这些物理现象是人们可以体验得到和测量得出的。它是一门可以为大学生们讲授和选读的完备学科。从1948年出版第一本《机械振动》基础教程以来，作者曾力图改进本书的叙述，以便与技术进步和在教学及实践中积累的经验相一致。这些年来许多教师和学生曾提供了许多建议并进行了交流。

对于这本几乎全部重新写过的新教程，作者再次期望尽力用现在已很平凡了的现代技术予以清楚地阐明。在讨论单自由度系统和二自由度系统的前五章中，原教程的简明性被保持了，并期望有所改进。由于数字计算机现在已是一种普遍适用的工具，它在振动领域中的应用通过一些简单例子被引进。尽管数字计算机具有通用性，但模拟计算机仍是一种有用的工具，而且在许多情况下它的适用性已被充分证明。前面五章（它用简单的物理基础处理二自由度系统）构成了理解振动基本课题的知识基础，它可以作为振动的第一教程教半学期或一个学期。

在第六章中，二自由度系统的概念被推广到多自由度系统。这一章的重点是理论，而且借助于矩阵代数学，向多自由度的引伸可以清楚地被阐明。应用矩阵可使所有有关坐标耦合的基础变得很清楚。这里引进了强迫振动中主振型的一些不寻常的概念以及自动控制理论中常用的状态空间方法。

有很多供多自由度复杂结构振动分析用的近似解析方法。第七章叙述了几种较为常用的方法。而且，尽管大多数多自由度系统今天可用数字计算机求解，但是，人们还是需要知道如何对这些问题建立公式以便进行有效计算，以及知道某些可用来对计算

结果进行校核的近似方法。这里，所有问题都能编成计算机程序，但作为计算依据的理论必须理解。这里举例介绍了Holzer型问题的数值计算。

第八章讨论连续系统或与偏微分方程有关的那些问题。用有限差分近似法解梁的问题提供了用数字计算机解这类问题的机会。

包含在第九章中的拉格朗日方程再次加深了对先前阐述过的动力系统的理解，并扩大了人们对其它方面引伸的眼界。例如，振型总和法的重要概念就是拉格朗日广义坐标的自然结果。作为振型总和法物理边界条件之约束方程的含义可以通过拉格朗日理论再次得到合乎逻辑的理解。

第十章讨论由随机力或变位激励的动力系统。这样的问题必须从统计的观点进行考察，而且在很多情况下，随机激励的概率密度是正态分布的。这里所采取的观点是：给出一个随机记录，便可容易地确定自相关，由此就可算出频谱密度和均方响应。对数值运算，数字计算机仍然是必不可少的。

在十一章中，非线性系统的处理着重用相平面法引入。当非线性不大时，摄动法或迭代法提供了一种近似的解析方法。对非线性系统的机器计算结果说明，它能够完成这方面工作。

从第六章到十一章所叙述的学科内容可以适合作为振动的第二教程，可被用于研究生水平学习。

William T. Thomson

目　　录

第一章　振　荡　运　动

1.1 导引

振动的研究涉及到物体的振荡运动以及与此有关的力。所有具有质量和弹性的物体都能产生振动。因此，大多数工程机器和结构都经受某种程度的振动，它们的设计一般要考虑振荡的特性。

振荡系统可大致上区分为线性和非线性两种。对线性系统，叠加原理有效，而且处理这些问题的数学方法已发展得很成熟。相反，分析非线性系统的数学方法并不十分为人们所熟悉，而且应用困难。但非线性系统的一些知识还是必需的，因为所有系统当振荡的振幅增大后均趋向于非线性系统。

振动一般分为两类：自由振动和强迫振动。自由振动是当没有外力作用时由系统固有力作用下产生的。系统在自由振动下具有一个或多个固有频率。固有频率是动力系统的一个特性，它决定于系统质量的分配和刚度的分配。

在外力激励下产生的振动称为强迫振动。当激励是振荡性质时系统将被强制在激励频率下振动。如果激励的频率与系统的一个固有频率相同，则共振条件产生，巨大危险的振荡便可能形成。大型结构，如桥梁、大厦、机翼等在共振下可能发生可怕的损坏。因此，固有频率的计算在振动研究中是非常重要的。

任何振动系统由于能量被摩擦或其他阻力所消耗，因而都受到某种程度的阻尼。如果阻尼很小，则对系统的固有频率的影响很小，因此，在计算系统固有频率时通常是以无阻尼系统为基础的。但另一方面，阻尼对限制共振振幅具有很大影响。

描述系统运动所需的独立坐标数称为系统的自由度。因此一

个自由质点在空间有三个自由度，而一个刚体有六个自由度，即三个位置分量和三个表明位向的角度。一个连续弹性体要求有无穷多的坐标来描述它质点的运动(物体上每一质点要三个坐标)，因此它的自由度是无穷多的。但是，在很多情况下，物体的某些部分可假定是刚体，因此，系统可化成为具有有限个自由度的动力等效系统。事实上，意外地有很多振动问题可简化为单自由度系统来处理而具有足够的准确度。

1.2 谐运动

振荡运动本身可能是有规律的，如钟摆；也表现为无规律的，如地震。当运动经过相等的时间间隔 τ 后又重复出现的运动称为周期运动。重复的时间间隔 τ 称为振荡周期，它的倒数 $f=1/\tau$ 称为频率。如果运动用时间函数 $x(t)$ 表示，则任何周期运动必须满足下面关系式：

$$x(t)=x(t+\tau)$$

不规律的运动，它的出现是没有一定周期的，但它可以看作是由大量的具有不同频率的有规律运动的总和。这种运动的性质可以用统计学方法来描述。这种特性将在以后章节讨论。

周期运动的最简单形式是谐运动。它可以用支持在很轻的弹簧上的质量来演示，如图 1.2-1。如果令质量离开它的静止位置后再释放，它将作上下振荡。在质量上放置一光源，则质量的运动能用一以等速运动的长条形感光带记录下来。

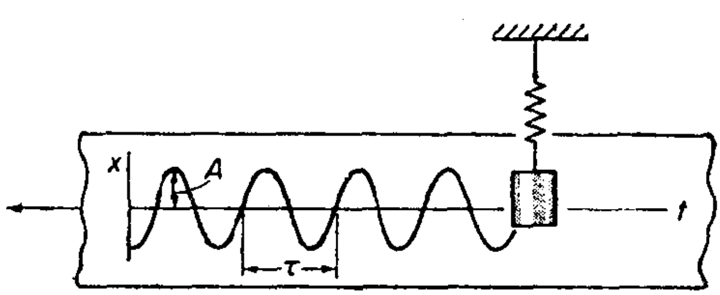

图 1.2-1　谐运动的记录

记录在胶带上的运动可用下式表示：

$$x = A\sin 2\pi\frac{t}{\tau} \tag{1.2-1}$$

式中A为振荡的振幅，从质量的平衡位置计起；τ为周期。当$t=\tau$时，运动将重复。

谐运动常用以等速作圆周运动的点在直线上的投影表示，如图1.2-2。以ω表示直线OP的角速度，位移x可写成：

$$x = A\sin\omega t \tag{1.2-2}$$

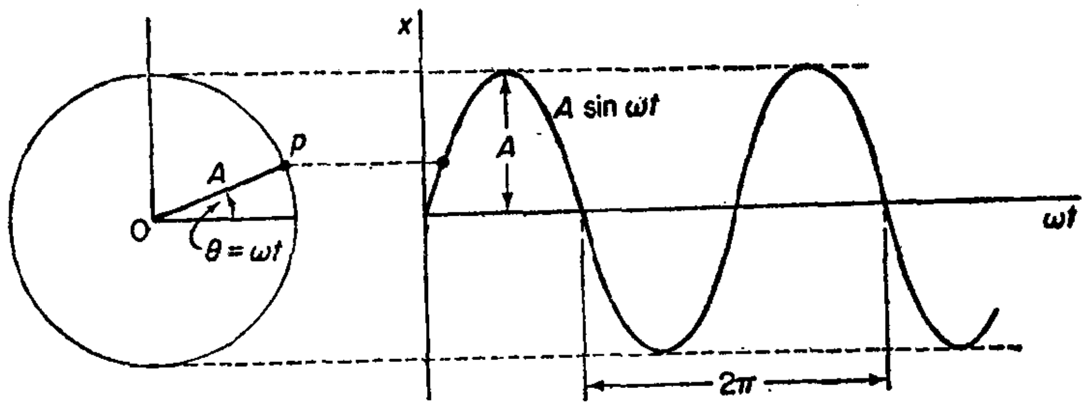

图 1.2-2　谐运动表为圆周上点的投影

ω的单位一般用每秒弧度，并称为圆频率。由于经2π弧度后运动将重复，因此有如下关系：

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} = 2\pi f \tag{1.2-3}$$

式中τ和f是谐运动的周期和频率，它们的单位一般分别用秒和每秒次数。

对于点的圆周运动，应用虚轴i是很方便的，这时令圆的半径用复矢量z表示，z称为相量。

复矢量z可用下式分为实数和虚数两部分：

$$z = Ae^{i\theta} = A\cos\theta + iA\sin\theta \tag{1.2-4}$$

用$\theta=\omega t$来代换，z的分量可表为时间的正弦波函数：

$$\mathrm{Re}\ z = A\cos\omega t$$

$$\mathrm{Im}\ z = A\sin\omega t$$

经常需要研究两个同频率但相差一相位角ϕ的谐运动。这两个运

动可用复矢量表示：

$$z_1 = A_1 e^{i\omega t}$$
$$z_2 = A_2 e^{i(\omega t+\phi)}$$

式中A_1、A_2是实数。第二个复矢量还可进一步改写为：

$$z_2 = A_2 e^{i\phi} e^{i\omega t} = \overline{A}_2 e^{i\omega t} \qquad (1.2\text{-}5)$$

式中 $\overline{A}_2$ 是复数。这种表现形式在包含有谐运动的问题中是经常有用的。

复矢量的加、乘、乘方的运算规则见附录A。把谐运动表为矢量形式，运算很容易。

谐运动的速度和加速度，可简单地从方程（1.2-2）的求导得到。我们用字母加圆点符号表示导数，便得：

$$\dot{x} = \omega A\cos\omega t = \omega A\sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \qquad (1.2\text{-}6)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 A\sin\omega t = \omega^2 A\sin(\omega t + \pi) \qquad (1.2\text{-}7)$$

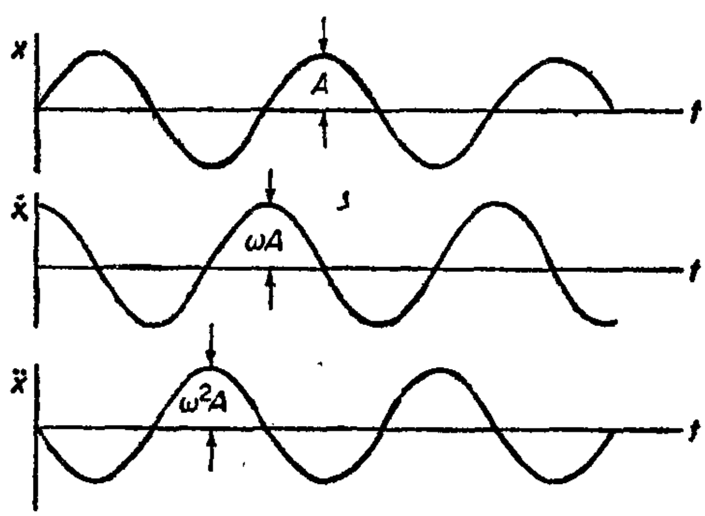

图 1.2-3　在谐运动中速度和加速度比位移导前$\pi/2$和π

由此可知，速度和加速度同样是具有同一频率的谐运动，但相位角比位移分别导前$\pi/2$和π，见图1.2-3。

考察方程（1.2-2）和（1.2-7）便知：

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \qquad (1.2\text{-}8)$$

这说明，在谐运动中，加速度正比于位移而指向原点。牛顿第二

定律指出，加速度正比于作用力，因而，谐运动可认为是具有变化力为 kx 的直线弹簧系统的运动。

1.3 谐分析

同时存在一系列不同频率的振动是很常见的。例如，小提琴弦的振动是由基频 f 及其谐频 $2f$，$3f$…… 等组成的。另一例子是多自由度自由振动系统，在这种振动中，每一固有频率的振动成份均有。这种振动形成复杂波形，并周期性重复，如图1.3-1。

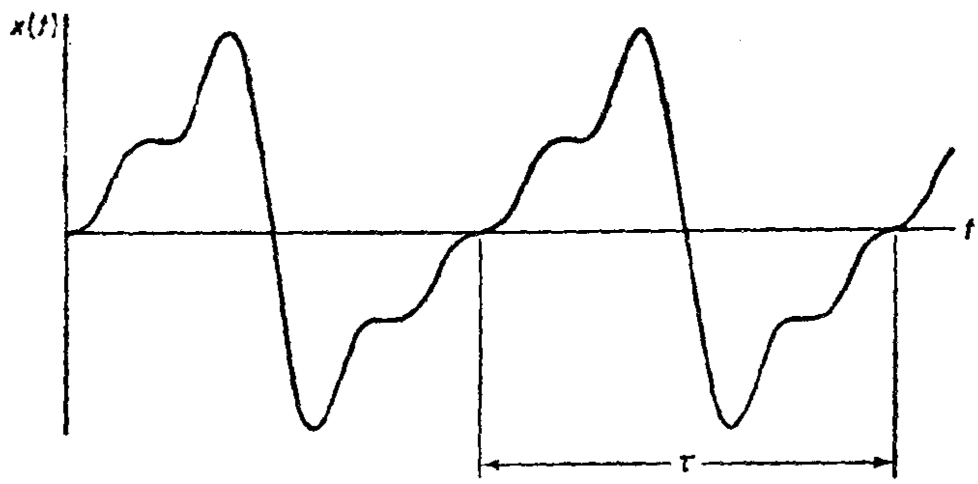

图 1.3-1 复杂的周期运动

法国数学家 J.傅立叶（1768～1830）指出，任何周期运动可表示为正弦和余弦的级数，它们是和谐相关的。如果 $x(t)$ 是周期为 τ 的周期函数，那么它可以用下列傅立叶级数表示：

$$x(t)=\frac{a_0}{2}+a_1\cos\omega_1 t+a_2\cos 2\omega_1 t+\cdots\cdots$$

$$+b_1\sin\omega_1 t+b_2\sin 2\omega_1 t+\cdots\cdots \qquad (1.3\text{-}1)$$

式中 $\omega_1=2\pi/\tau$ 为基频。为了确定系数 a_n 和 b_n，我们以 $\cos n\omega_1 t$ 或 $\sin n\omega_1 t$ 乘公式（1.3-1）的两边，然后对各项在周期 τ 内积分。考虑到下列关系：

$$\int_{-\tau/2}^{\tau/2}\cos n\omega_1 t\ \cos m\omega_1 t\,dt=\begin{cases}0 & 当 m\neq n 时\\ \dfrac{\pi}{\omega_1} & 当 m=n 时\end{cases}$$

$$\int_{-\tau/2}^{\tau/2} \sin n\omega_1 t \ \sin m\omega_1 t \, dt = \begin{cases} 0 & \text{当} m \neq n \text{时} \\ \dfrac{\pi}{\omega_1} & \text{当} m = n \text{时} \end{cases}$$

$$\int_{-\tau/2}^{\tau/2} \cos n\omega_1 t \ \sin m\omega_1 t \, dt = \begin{cases} 0 & \text{当} m \neq n \text{时} \\ 0 & \text{当} m = n \text{时} \end{cases}$$

上述运算的结果，方程右边除一项外其余各项均为零，于是我们得：

$$a_n = \frac{\omega_1}{\pi}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} x(t)\cos n\omega_1 t \, dt \qquad (1.3\text{-}2)$$

$$b_n = \frac{\omega_1}{\pi}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} x(t)\sin n\omega_1 t \, dt \qquad (1.3\text{-}3)$$

现在我们回到公式（1.3-1）考察频率同为$n\omega_1$的两项，它们的和可写成为：

$$a_n\cos n\omega_1 t + b_n\sin n\omega_1 t$$

$$=\sqrt{a_n^2+b^2}\left\{\frac{a_n}{\sqrt{a_n^2+b_n^2}}\cos n\omega_1 t+\frac{b_n}{\sqrt{a_n^2+b_n^2}}\sin n\omega_1 t\right\}$$

$$=c_n\cos(n\omega_1 t-\phi_n)$$

式中

$$c_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}, \quad \tan\phi_n=\frac{b_n}{a_n}$$

这样，c_n和ϕ_n（或a_n和b_n）完全说明了周期波的谐波组成。

当把c_n和ϕ_n对所有的频率$n\omega_1$画成关系图时，得到了一系列在ω_1，$2\omega_1$，$3\omega_1$……等处出现的离散的直线，这种图称之为**傅立叶波谱**，如图1.3-2。

目前借助数字电子计算机，谐分析可在很短时间内完成。