



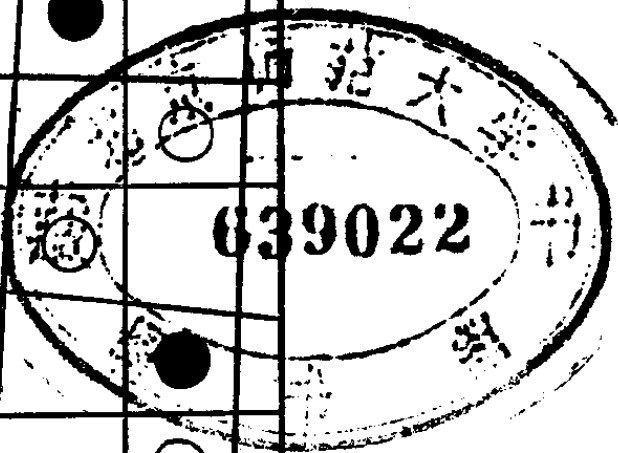
算算填填

上海教育出版社

371127/26

算算填填

刘守身



上海教育出版社

算 算 填 填

刘守身

上海教育出版社出版

(上海永福路123号)

新华书店上海发行所发行 上海崇明印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 4.75 字数 77,000

1979年9月第1版 1979年9月第1次印刷

印数 1—100,000本

统一书号: 7150·2165 定价: 0.34元

内 容 提 要

把一些数字，按照一定的规则填进各类图形，是一项饶有趣味、富有教益的活动。人们通过算算填填，可以锻炼思维，增长智慧。

本书通俗而浅显地介绍了各种图形的算填题(也叫纵横图)，从最简单的三个数填图到填幻立方，图形丰富多采，引人入胜，一般小学高年级学生就能看懂。

目 录

开场的话	1
1. 九宫填数	3
一、从“九宫填数”谈起	3
二、怎样算？怎样填？	5
2. 三四五宫	9
一、三宫和四宫	9
二、T 形四宫	11
三、五宫定中	14
四、巧变花样	17
3. 六院连线	22
一、T 形最简单	22
二、六数填圆	28
三、解的钥匙	32
4. 七子八数	38
一、有解和没有解	38
二、这样算，这样填	41
三、练习，练习	49
四、八数的题	54

5. 算填九数	60
一、三角填数	60
二、试填很重要	65
三、共有 864 个解	69
四、都是三的倍数	74
五、变换数字	79
六、圆周填数(一)	84
七、圆周填数(二)	92
6. 填方宫	98
一、八十一宫	98
二、怎样填十六宫	101
三、奇偶分离法	103
四、马士步法	115
五、分层法	120
六、演绎法	123
7. 幻立体	127
一、幻球和幻圆锥	127
二、奇妙的幻圆环	131
三、立方与浑圆	135
四、 n 阶幻立方	141

开 场 的 话

公元前二千多年，我国一带洪水泛滥，有个名叫夏禹的人负责治理水灾的事。传说一次在洛水里浮起一只大乌龟，它的背上有个奇特的图案（图 1），后来人们就叫它“洛书”。实际上，它就是九个数字排成一定的格式，如图 2 所示。

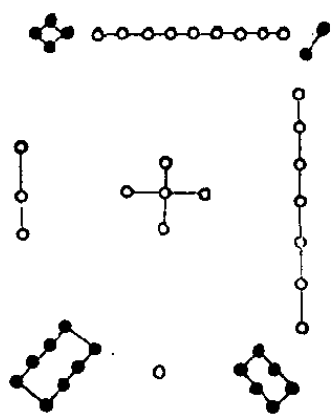


图 1

四	九	二
三	五	七
八	一	六

4	9	2
3	5	7
8	1	6

图 2

图中的格式有着一个非常有趣的性质：它的横行、竖列和对角线上的每三个数字的和都是 15。到了汉朝，有个名叫徐岳的人，写了一本叫《数术记遗》的书，讲到一种叫“九宫算”的，就是这一图形。

类似这种“九宫算”的图形还很多，如图 3 所示。它

们都要求填进规定的一些数，使行、列、对角线或圆周上、面上各数的和都相等。

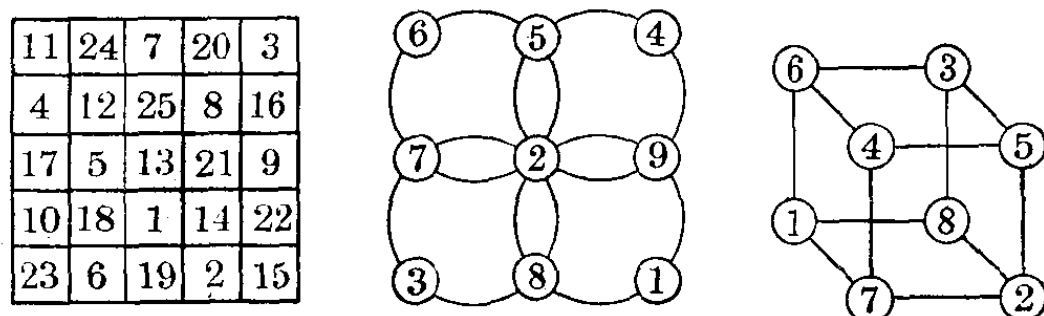


图 3

我国宋朝著名数学家杨辉，把这类图叫做“纵横图”，国外叫它“幻方”或“魔方”，这是数学上一个非常令人感兴趣的问题。古今中外，男女老少，都喜欢试填一番，以考验自己的智力和技巧。今天，纵横图在电子计算机、图论、实验设计以及工艺美术等方面都有广泛应用。

这本小册子专门介绍有关图形填数的知识。希望你在阅读本书时重点掌握思考的方法，这样才能举一反三，灵活运用。同时，建议你手拿铅笔，边看边算边填，力求自己找出答案，相信你一定会有新的发现！



九宫填数

一、从“九宫填数”谈起

前面介绍了九宫，我们就从“九宫填数”谈起吧！

“九宫填数”就是将 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 九个数，巧妙地填在图 1.1 中各个方格里，要求每行、每列、每条对角线上三个数的和都相等。

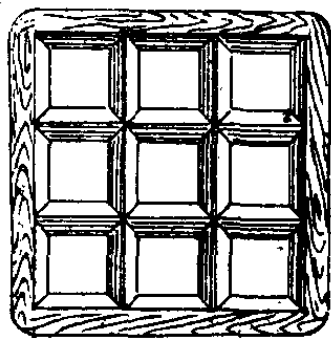


图 1.1

习惯上，把每一小方格叫做“宫”，并根据各宫的位置给它一个名字。如在中央的一格叫“中宫”；在中宫右边的叫“东宫”，左边的叫“西宫”；……九宫的名称见图 1.2。

西北	北	东北
西	中	东
西南	南	东南

图 1.2

“洛书”(图 2)就是已填好的九宫，它符合我们的要求。怎样填出这个九宫呢？杨辉在《续古摘奇算法》一书中，对“洛书”的造法有这样四句话：“九子斜排，上下对易，左右相更，四维挺出。”

它的意思是，先把 1~9 九个数依次斜排（图 1·3），然后将上（1）下（9）两数对调，左（7）右（3）两数对调，再把四面中间的数（2, 4, 6, 8）向外挺出（图 1·4）就行了。

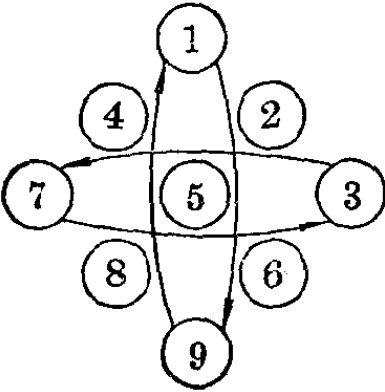


图 1·3

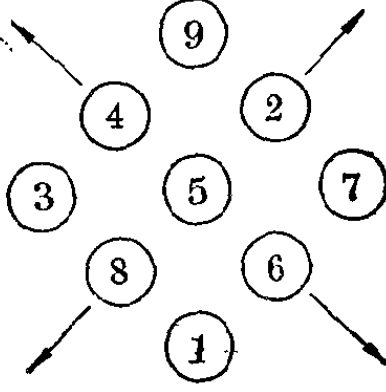


图 1·4

一般地我们怎样来考虑填九宫呢？九宫除了“洛书”一种形式外，还有没有别的形式？不是九宫而是十六宫、二十五宫、……又该怎么填？对这类图形的填数，我们不能瞎碰瞎撞，要开动脑筋，认真思考，找出规律来！

二、怎样算？怎样填？

1~9 共九个数字，填进九宫成三行、三列，因为要求每行、每列三个数的和都相等，所以这九个数的和被 3 除，所得的商就是要求的每行、每列三个数的和。

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 9 = 45, \quad 45 \div 3 = 15.$$

就是说，各行、各列每三个数的和都要等于 15，同时要求各对角线上每三个数的和也等于 15。

有了“三个数的和都等于 15”这一规律，试填就容易了。1~9 九个数字中，每三个数的和等于 15 的不同组法有八组：

- ① $1 + 5 + 9$, ② $1 + 6 + 8$, ③ $2 + 4 + 9$,
④ $2 + 5 + 8$, ⑤ $2 + 6 + 7$, ⑥ $3 + 4 + 8$,
⑦ $3 + 5 + 7$, ⑧ $4 + 5 + 6$.

我们用“·”代表“宫”，从图 1·5 可看出，在九宫中，有四组数是包含中宫的数的。这就是说，填在中宫的数，必须是上面八组数中，有四组中都包含的那一个。四组包含同一个数字的，只有①,④,⑦,⑧中的 5。所以只有 5 有资格填中宫。

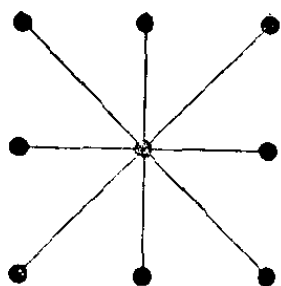


图 1-5

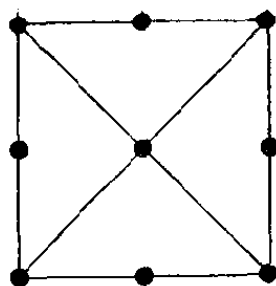


图 1-6

再从图 1·6 可看出，每个角宫的数都包含在三组数中。在上面的八组数中，三组包含同一个数字的有③，④，⑤的 2，③，⑥，⑧的 4，②，⑤，⑧的 6，②，④，⑥的 8 四个数。这四个都是偶数。所以填进角宫的数必须是偶数。

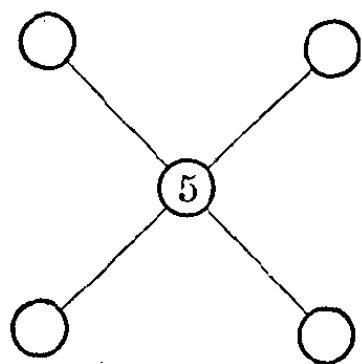


图 1-7

因为每条对角线上三个数的和也要等于 15，而中宫已填 5，所以两对角的角宫数字的和应等于 10 (图 1·7)。填第一个角宫时，2, 4, 6, 8 四个数字中任意选一个都可以。如果先填西北宫，那就

有四种不同填法，如图 1·8。西北宫填定后，东南宫的

2		
	5	

4		
	5	

6		
	5	

8		
	5	

图 1-8

数也就定了。

如果西北宫确定填 2，那末东南宫只能填 8，而东北宫可以填 4，或者 6。当东北宫填 4 时，西南宫只能填 6；当东北宫填 6 时，西南宫只能填 4（图 1·9）。

2		4
	5	
6		8

2		6
	5	
4		8

图 1·9

2	9	4
7	5	3
6	1	8

2	7	6
9	5	1
4	3	8

图 1·10

填成图 1·9 后，再填其它各宫的数字那就简单了。图 1·10 就是九宫填数解的 2 种形式。

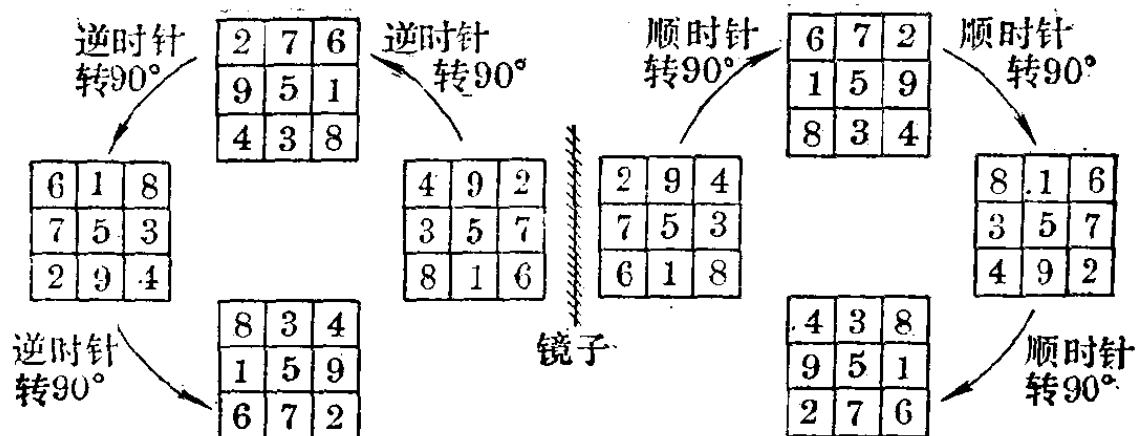
西北宫填 4，也有 2 种形式；西北宫分别填 6 或 8，也各有 2 种形式。这些请你自己作出来。

现在我们得到了九宫解的 8 种形式。除了这 8 种之外，你认为还有别的形式吗？

请你仔细研究一下这 8 种形式，你发现了什么？

原来九宫解的各种形式，都可以经过旋转或用镜子反映得到。图 1·11 就是从“洛书”开始，经过旋转或镜子反映，得到其它 7 种形式。

图 1·11 是九宫解的 8 种形式，请与你填的核对



(镜中像的数字应该是反的，这里为了方便正写了。)

图 1.11

一下，一样吗？

神话中龟背上的“洛书”，当龟头向东、向南、向西、向北时，它是不是九宫的 4 种不同形式？当神龟仰游时，“洛书”是不是又有了 4 种不同形式？它们与图 1.11 中的 8 种形式完全一样。

在纵横图中，这种从一个图形，经过旋转或镜子反映，所得到的另一个图形，习惯上认为它们是同一类型的，只是形式不同而已。所以九宫填数只有唯一的 1 种类型解，但有 8 种不同形式。



三 四 五 宫

一、三 宫 和 四 宫

现在我们回过头来,先练习宫数较少的算填题。这一节只讨论宫数不大于五的问题。

不难想象,“二宫填数”是没有什么可讨论的。因为用 1 和 2 两个数来填两个宫,它们的和就是 3,再没有别的情况了。

用 1, 2, 3 三个数填三宫,也没有多大花样。在

$$1 + 2 = 3, \quad 1 + 3 = 4, \quad 2 + 3 = 5$$

中,只有 $1 + 2 = 3$ 可以出这样的算填题:将 1, 2, 3 三个数填进图 2·1 三个小圆内,使大圆相联的两个数的和,等于圆心那个数。这个问题是幼儿园里的小朋友也能解答的。它只有 1 种类型解,但有 2 种不同形式(图 2·2)。

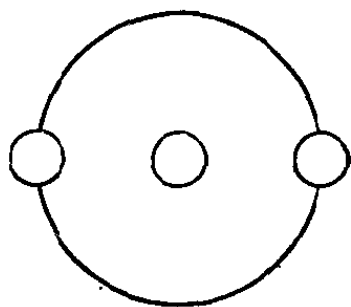


图 2·1

再想想“四宫”问题。用 1, 2, 3, 4 四个数填进图 2·3 的四宫,使每行、每列、每条对角线上两数的和

都相等。你认为能办得到吗？

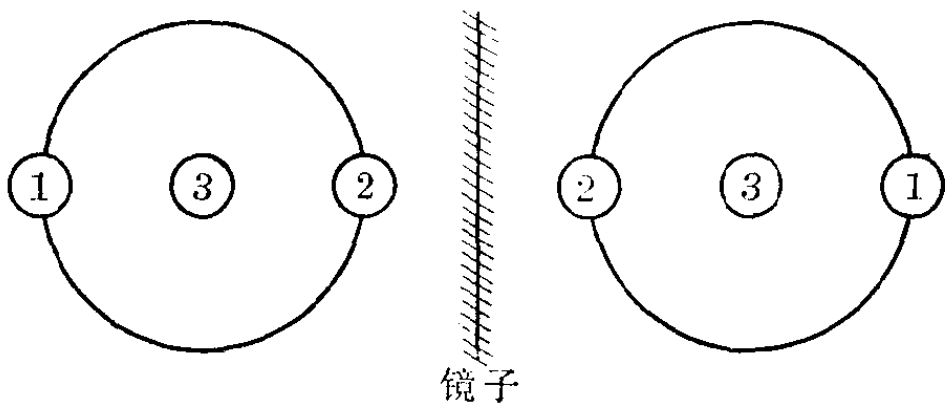


图 2.2

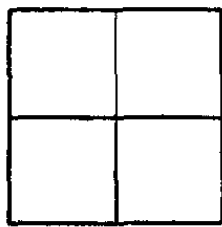


图 2.3

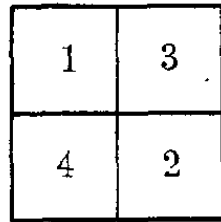
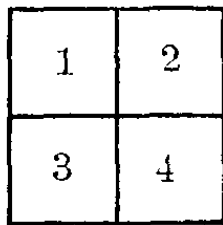


图 2.4

四宫填数只有图 2.4 两种情况，其他不同形式，都是镜中像。

无论你怎么填，没有一个符合要求。因此可以肯定这题没有解。

如果图形改成图 2.5，那就有解了。请你试填试填，它有几类型解？共有几种不同形式？

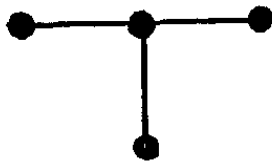


图 2.5

这样简单的问题，不先算算也容易填出来。但要回答共有几类型，几种不同形式，还是算一算有把握。

怎么算？你自己先捉摸捉摸。

二、T 形 四 宫

上节填图 2·5 的问题，就是要求用 1~4 四个数，

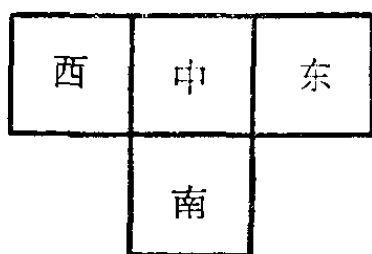


图 2·6

填九宫中的东、南、西、中四个宫，使东、中、西三宫数的和，等于中、南两宫数的和（图 2·6），即

$$\text{东} + \text{中} + \text{西} = \text{中} + \text{南},$$

也就是

$$\text{东} + \text{西} = \text{南}.$$

这说明，填进南宫的数，必须是东、西两宫数的和。这从图上也能看出来。

在 1, 2, 3, 4 四个数中，可填进南宫的，只能是 3 或 4（因为 1 或 2 都不可能是其他两数的和）。

当南宫填 3 时，东、西宫应填 1 和 2。于是有 1 种类型解，2 种不同形式（图 2·7）。

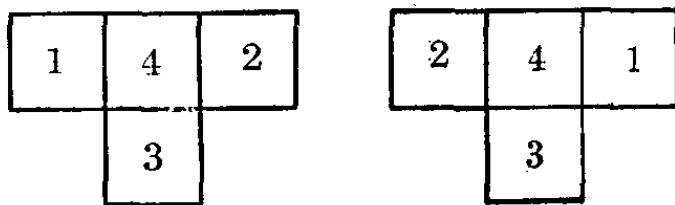


图 2·7