物理学教程

力 学2

〔法〕R.阿内甘 J.布迪尼 著
郭善儒 译 江之永 校

高等教育出版社

物理学教程

力学 2

〔法〕R. 阿内甘 J. 布迪尼 著
郭善儒 译 江之永 校

高等教育出版社

1983

内 容 简 介

本书系根据[法]R. 阿内甘和 J. 布迪尼合著《物理学教程　力学 2》1975 年第三版译出. 这套书共八册: 力学 1、力学 2、电学 1、电学 2、电学 3、光学 1、光学2、热力学. 本册内容为矢量场、环流、通量, 牛顿场, 螺旋, 刚体运动学、运动的合成, 拉格朗日方程、伽利略参照系, 孤立的粒子系统, 非孤立的粒子系统, 常用的参照系, 谐振子, 刚体动力学, 物质系统的平衡, 功, 刚体绕定轴的转动, 刚体绕定点的转动.

本书可供高等学校数学、力学和相近专业的大学生和教师参考.

R. Annequin et J. Boutigny

Cours de Sciences Physiques

Mécanique 2

Librairie Vuibert

物 理 学 教 程

力 学 2

[法] R. 阿内甘 J. 布迪尼 著

郭 善 儒 译

江 之 永 校

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷二厂印装

*

开本 850×1168 1/32　印张10.5　字数241,000

1982 年 12 月第 1 版　1984 年 2 月第 1 次印刷

印数 00,001—10,300

书号 13010·0836　定价 1.65元

前　言

本书是根据1973年9月开始使用的专业数学班MM′和PP′的大纲编写的教科书中的第一本.

在本书的第一章，我们介绍了矢量场的有关内容. 这些内容在力学中虽然用得不多,但是在电磁学中,却有广泛的应用.

有关螺旋和运动学的章节(尤其是刚体的章节)是从数学大纲中借用的，而且和数学联系得也比较紧. 我们认为上述两部分内容可能有些学生没有机会学到,所以在本书中作必要的介绍,还是有好处的.

书中介绍了拉格朗日函数和拉格朗日方程及其应用，这可能使人们感到有些意外，因为在大纲中根本不包括这些内容. 我们热切地期望,不要因为本书中引入了这些概念,就把它们看作是大纲的暗含部分. 引用拉格朗日函数,只能看作是力学的阐述模式之一. 此外还有其他模式,拉氏函数不是非采用不可的.

采用拉格朗日函数，优点是能够建立力学中的守恒定律和发生运动的物理空间的特性之间的关系. 我们把拉氏方程的实际应用仅限于几个例题之中. 拉格朗日方程的使用至少对目前来讲,不是解答力学问题的唯一方法;从长远来看,普遍定理的应用还有美好的前景.

书中附有大量的例题. 这样，读者就可以直接应用刚学过的知识. 对于每一个例题,可能有不同的解题思路和方法,我们不可能一一加以介绍. 这样做,未免过于冗长. 我们相信每一位读者,在参阅书中的题解之前,一定能够先通过自己的思考,探索如何引导我们的推理方法. 力学题目的类型是很广泛的，解题的方法也

是多样化的，因此力学成为物理学中一个困难部分．我们不打算把各种解题方法，列出一个齐全清单．可是，通过书中所附的例题，读者应能逐渐获得一种能够比较顺利地解答一些力学题目的能力．

相对论运动学和动力学对于学习电磁学似乎比它对于学习刚体力学，更为重要，所以我们决定把这两个专题放到电磁学中去讲．

作　者

目　　录

第一章　矢量场.环流.通量

第二章　牛顿场

第三章　螺旋

第四章 刚体运动学. 运动的合成

第五章 拉格朗日方程. 伽利略参照系

第六章 孤立的粒子系统

第七章　非孤立的粒子系统

第八章　常用的参照系

第九章　按牛顿力相互作用的两个粒子的系统

第十章 谐振子

第十一章 刚体的动力学要素

第十二章 两个相互接触的刚体

第十三章　物质系统的平衡

第十四章　功

第十五章　刚体绕定轴的转动

第十六章　刚体绕定点的转动

第一章　矢量场　环流　通量

在前一阶段中，我们学习了静电场或万有引力场的内容，这对本章中引进大部分的概念，准备了条件. 作为矢量场的一般研究，我们将介绍有关算符的定义和应用，指出它们的特征和相应的定理.

§ 1-1. 矢量场的一般定义.

1. 场矢量.

设($\mathscr{E}$)是三维仿射空间，并且(E)是和它相缔合的矢量空间.

矢量场可以用数学上"映射"的概念来定义. 这就是说，给出($\mathscr{E}$)空间的任一点M，则在(E)空间中，总有一个矢量 $\vec{a}$ 和它相对应. $\vec{a}$ 为场矢量，而映射则记作 $\vec{a}$ (M). 我们选择以M为原点的矢量作为 $\vec{a}$ 的代表(图 1-1).

如果我们在(E)中选定了正交基底 $\vec{i}$、$\vec{j}$、$\vec{k}$ 和在($\mathscr{E}$)中选取了O为原点，并且指定用 x、y、z 表示M的坐标，那么 $\vec{a}$ 的分量是

$$a_x(x、y、z、),\ a_y(x、y、z),$$
$$a_z(x、y、z).$$

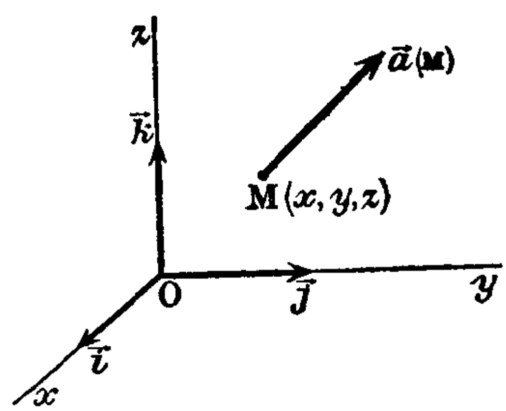

图 1-1

2. 场线.

场线是($\mathscr{E}$)的这样一些曲线，即在它们之中每一条线的每一点上的场矢量都与曲线在该点相切.

场线的微分方程是

$$\frac{dx}{a_x}=\frac{dy}{a_y}=\frac{dz}{a_z}.$$

应当指出，这些场线将形成一个决定于两个参量的曲线族.

映射 $\vec{a}(M)$ 只能在M点定义一个场矢量 $\vec{a}$: 因此对于每一给定点M，只能有一根场线通过. 只有在场强为零或场没有定义的那些点子上，场线才有可能成为汇交线. 例如，由放在M点的点电荷建立起来的静电场就是这种情况：在M点，全部电力线是汇交的（电学 I § 2-7).

§ 1-2. 几种特殊矢量场.

a）匀强场.

如果场矢量 $\vec{a}$ 不依赖于M点的位置，即

$$\vec{a}(M)=\vec{a}_0,$$

则在($\mathscr{E}$)中，矢量场是均匀的.

场线都是平行于($\mathscr{E}$)中 $\vec{a}_0$ 的直线.

b）球对称场.

设O是($\mathscr{E}$)中的一点，$\vec{u}$ 是 $\overrightarrow{OM}$ 的单位矢量，r 是 $\overrightarrow{OM}$ 的模（图 1-2-b).

如果每一点M的场矢量取

$$\vec{a}(M)=a(r)\vec{u}$$

的形式，那么该矢量场就是球对称的.

应记住，上述关系式说明：在M点处，场的方向是 $\overrightarrow{OM}$ 的方向，它的模只是 r 的函数，而且与 $\vec{u}$ 的方向无关. 所有的场线都是通过O点的($\mathscr{E}$)中的直线.

c）柱形对称场.

设Δ是($\mathscr{E}$)中的一条直线，I是M点在Δ上的投影，r 是 $\overrightarrow{IM}$ 的模，$\vec{u}$ 是 $\overrightarrow{IM}$ 的单位矢（图 1-2-c）. 如果M点的场矢量取

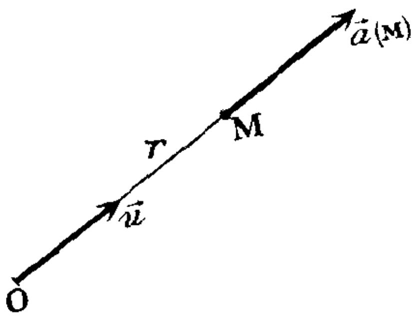

图 1-2-b

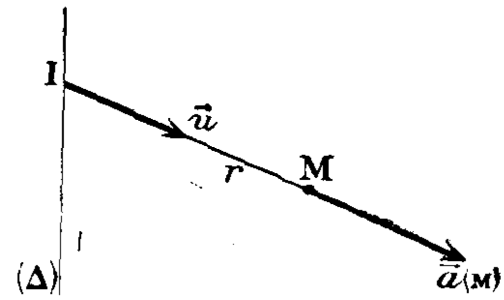

图 1-2-c

$$\vec{a}(\mathrm{M})=a(r)\vec{u}$$

的形式，则该矢量场就是柱形对称的.

场线是($\mathscr{E}$)中的直线，它们与Δ垂直相交.

§ 1-3. 场矢量的环流.

1. 环流元.

设 $\vec{a}(\mathrm{M})$是M点的场矢量，$d\overrightarrow{\mathrm{M}}$ 是 M 的任一位移元. 我们把微分

$$\boxed{\delta\mathscr{C}=\vec{a}(\mathrm{M})\cdot d\overrightarrow{\mathrm{M}}}$$

定义为矢量 $\vec{a}$ 的环流元.

在常用的坐标系中，$\delta\mathscr{C}$ 的解析表达式分述如下.

a) 笛卡儿坐标(图 1-3-1)：

当场矢量的分量是 a_x、a_y、a_z 时，我们有

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}.$$

M点的坐标是 x、y、z，因此

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$$

而

$$d\overrightarrow{\mathrm{M}}=dx\vec{i}+dy\vec{j}+dz\vec{k},$$

于是

$$\boxed{\delta\mathscr{C}=a_xdx+a_ydy+a_zdz.}$$

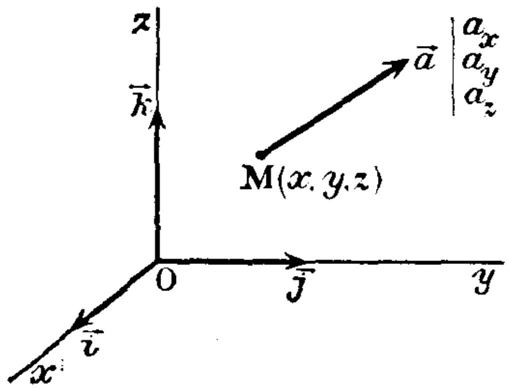

图 1-3-1

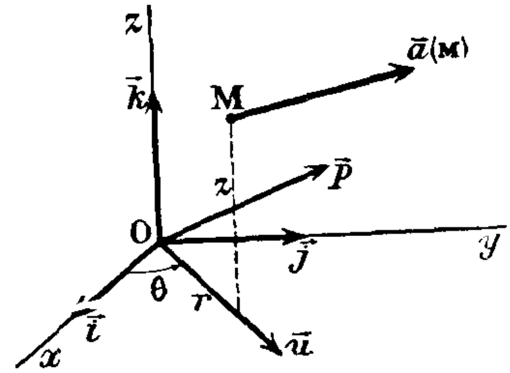

图 1-3-2

b) 柱坐标(图 1-3-2).

场矢量由它的分量 a_r、a_θ、a_z 确定，因此

$$\vec{a}=a_r\vec{u}+a_\theta\vec{p}+a_z\vec{k};$$

当M的坐标是 r、θ、z 时，我们有

$$\overrightarrow{OM}=r\vec{u}+z\vec{k},$$

由此得
$$d\overrightarrow{M}=\vec{u}dr+\vec{p}rd\theta+\vec{k}dz,$$

而

$$\boxed{\delta\mathscr{C}=a_r dr+a_\theta r d\theta+a_z dz.}$$

c) 球坐标(图 1-3-3).

r 是 $\overrightarrow{OM}$ 的模；

$\vec{u}_1$ 是 $\overrightarrow{OM}$ 的单位矢量；

θ 是由 $\vec{u}_3$ 定向的角$(\vec{k},\vec{u}_1)$，而 $\vec{u}_3$ 是垂直于$\vec{k}$ 和 $\vec{u}_1$ 的单位矢，于是 $\vec{k}$、$\vec{u}_1$、$\vec{u}_3$ 构成一组直接正交的基底；

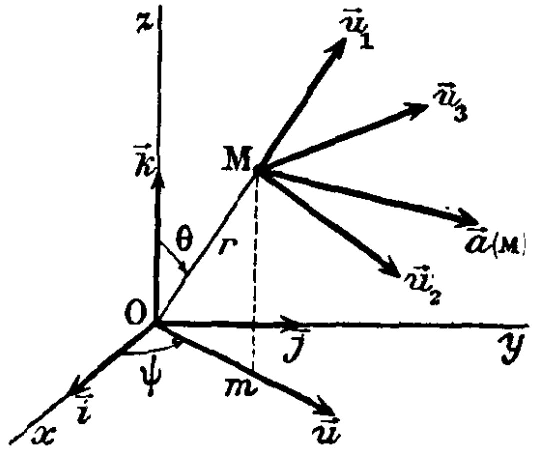

图 1-3-3

$\vec{u}_2$ 是单位矢量 $\vec{u}_3\wedge\vec{u}_1$；

m 是M在 xOy 平面上的投影，$\vec{u}$ 是$\overrightarrow{Om}$ 的单位矢量；

ψ 是由 $\vec{k}$ 定向的角$(\vec{i}, \vec{u})$.

场矢量由它的分量 a_r、a_θ、a_ψ 给出:

$$\vec{a} = a_r\vec{u}_r + a_\theta\vec{u}_2 + a_\psi\vec{u}_3$$

从 $\overrightarrow{OM} = r\vec{u}_1$, 导出

$$d\overrightarrow{M} = \vec{u}_1 dr + r d\vec{u}_1;$$

由于$\vec{u}_1$是 ψ 和 θ 的函数, 则有

$$d\vec{u}_1 = \frac{\partial\vec{u}_1}{\partial\psi}d\psi + \frac{\partial\vec{u}_1}{\partial\theta}d\theta.$$

但是, $\dfrac{\partial\vec{u}_1}{\partial\theta}$就是矢量 $\vec{u}_2$;

另外, 由于 $\vec{u}_1 = \sin\theta\vec{u} + \cos\theta\vec{k}$, 因此可以导出

$$\frac{\partial\vec{u}_1}{\partial\psi} = \sin\theta\frac{\partial\vec{u}}{\partial\psi}$$

然而 $\dfrac{\partial\vec{u}}{\partial\psi}$ 是矢量 $\vec{u}_3$, 所以

$$\frac{\partial\vec{u}_1}{\partial\psi} = \sin\theta\vec{u}_3.$$

最后, $d\overrightarrow{M}$的表达式可以写作

$$d\overrightarrow{M} = \vec{u}_1 dr + \vec{u}_2 r d\theta + \vec{u}_3 r\sin\theta d\psi$$

$\vec{a}$ 的环流元的表达式为

$$\boxed{\delta\mathscr{C} = a_r dr + a_\theta r d\theta + a_\psi r\sin\theta d\psi.}$$

2. 一段路径上的环流.

如图(1-3-4)所示, (C)是连接 A_1, A_2 两点的路径. 这条路径是由经过 A_1, A_2之间的任意一段弧线组成的. 我们假定在路径(C)的每一点M上, 场矢量 $\vec{a}(M)$是连续而有定义的.

我们把曲线积分

$$\mathscr{C}=\int_{(C)}\vec{a}(\mathrm{M})\cdot d\overrightarrow{\mathrm{M}}$$

叫作 $\vec{a}(\mathrm{M})$在路径(C)上的环流.

可以证明：如果曲线(C)对 t 的参量方程是已知的，那么上述积分就可以简化为：

$$\mathscr{C}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{a}(t)\cdot\frac{d\overrightarrow{\mathrm{M}}}{dt}dt.$$

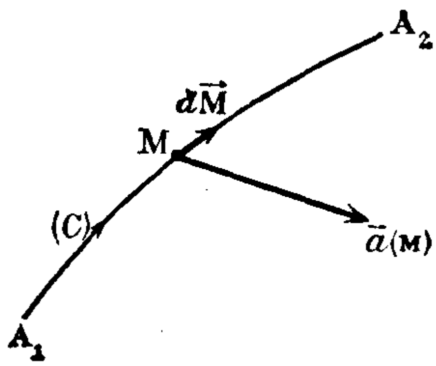

图 1-3-4

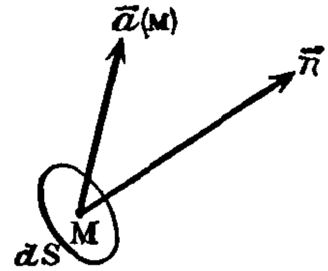

图 1-4-1

§ 1-4. 场矢量通量的定义.

1. 通量元.

设 dS 为矢量场 $\vec{a}(\mathrm{M})$在它有定义的区域内一个面积元. 令 $\vec{n}$ 为垂直于 dS 的单位矢量, $\vec{n}$ 的方向, 即从 dS 的«一侧到另一侧»是任意选择的(图 1-4-1).

如果M 是 dS 面上的一点, 那么, 穿过由 $\vec{n}$ 定向的面积元 dS 的 $\vec{a}$ 通量定义为

$$\boxed{d\Phi=\vec{a}(\mathrm{M})\cdot\vec{n}\,dS,}$$

式中 dS 表示面积元的面积.

$d\Phi$ 是一个标量, 它的正负决定于对矢量 $\vec{n}$ 的方向的选择.

2. 穿过曲面(S)的通量.

设(S)是一个可以定向的曲面: 在(S)面上的任一点 M, 都可