

物理学教程

力学2

〔法〕 R. 阿内甘 J. 布迪尼 著
郭善儒 译 江之永 校

高等教育出版社

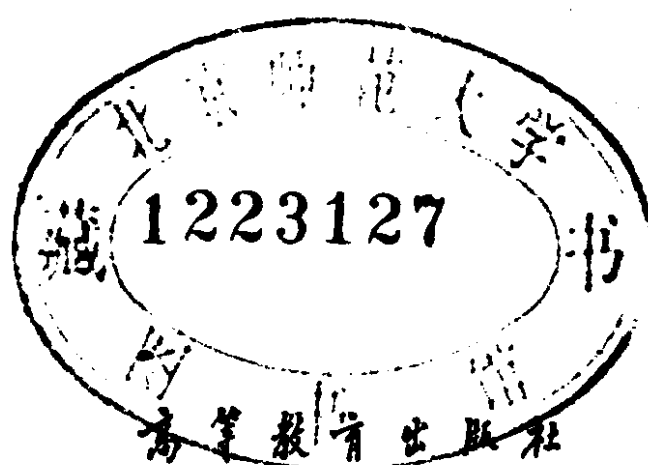
701.63/10

物理学教程

力学 2

[法] R. 阿内甘 J. 布迪尼 著

郭善儒 译 江之永 校



1983

内 容 简 介

本书系根据[法]R. 阿内甘和 J. 布迪尼合著《物理学教程 力学 2》1975 年第三版译出。这套书共八册: 力学 1、力学 2、电学 1、电学 2、电学 3、光学 1、光学 2、热力学。本册内容为矢量场、环流、通量, 牛顿场, 螺旋, 刚体运动学、运动的合成, 拉格朗日方程、伽利略参照系, 孤立的粒子系统, 非孤立的粒子系统, 常用的参照系, 谐振子, 刚体动力学, 物质系统的平衡, 功, 刚体绕定轴的转动, 刚体绕定点的转动。

本书可供高等学校数学、力学和相近专业的大学生和教师参考。

R. Annequin et J. Boutigny
Cours de Sciences Physiques
Mécanique 2
Librairie Vuibert

物 理 学 教 程

力 学 2

[法] R. 阿内甘 J. 布迪尼 著

郭 善 儒 译

江 之 永 校

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷二厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 10.5 字数 241,000

1982 年 12 月第 1 版 1984 年 2 月第 1 次印刷

印数 00,001—10,300

书号 13010·0836 定价 1.65 元

前 言

本书是根据 1973 年 9 月开始使用的专业数学班 MM' 和 PP' 的大纲编写的教科书中的第一本.

在本书的第一章, 我们介绍了矢量场的有关内容. 这些内容在力学中虽然用得不多, 但是在电磁学中, 却有广泛的应用.

有关螺旋和运动学的章节(尤其是刚体的章节)是从数学大纲中借用的, 而且和数学联系得也比较紧. 我们认为上述两部分内容可能有些学生没有机会学到, 所以在本书中作必要的介绍, 还是有好处的.

书中介绍了拉格朗日函数和拉格朗日方程及其应用, 这可能使人们感到有些意外, 因为在大纲中根本不包括这些内容. 我们热切地期望, 不要因为本书中引入了这些概念, 就把它们看作是大纲的暗含部分. 引用拉格朗日函数, 只能看作是力学的阐述模式之一. 此外还有其他模式, 拉氏函数不是非采用不可的.

采用拉格朗日函数, 优点是能够建立力学中的守恒定律和发生运动的物理空间的特性之间的关系. 我们把拉氏方程的实际应用仅限于几个例题之中. 拉格朗日方程的使用至少对目前来讲, 不是解答力学问题的唯一方法; 从长远来看, 普遍定理的应用还有美好的前景.

书中附有大量的例题. 这样, 读者就可以直接应用刚学过的知识. 对于每一个例题, 可能有不同的解题思路和方法, 我们不可能一一加以介绍. 这样做, 未免过于冗长. 我们相信每一位读者, 在参阅书中的题解之前, 一定能够先通过自己的思考, 探索如何引导我们的推理方法. 力学题目的类型是很广泛的, 解题的方法也

是多样化的，因此力学成为物理学中一个困难部分。我们不打算把各种解题方法，列出一个齐全清单。可是，通过书中所附的例题，读者应能逐渐获得一种能够比较顺利地解答一些力学题目的能力。

相对论运动学和动力学对于学习电磁学似乎比它对于学习刚体力学，更为重要，所以我们决定把这两个专题放到电磁学中去讲。

作 者

目 录

第一章 矢量场, 环流, 通量

§ 1-1. 矢量场的一般定义	1
§ 1-2. 几种特殊的矢量场	2
§ 1-3. 场矢量的环流	3
§ 1-4. 场矢量通量的定义	6
§ 1-5. 奥斯特洛格拉得斯基定理	7
§ 1-6. 斯托克斯定理	10
§ 1-7. 由势函数导出的矢量场	12
§ 1-8. 通量守恒的矢量场	17
§ 1-9. 由势函数导出的通量守恒的矢量场	20
例题	21

第二章 牛顿场

§ 2-1. 作用中心的牛顿场	28
§ 2-2. 有一定分布的作用中心的场和势	32
§ 2-3. 由一定分布的作用中心所激发的场的通量	34

第三章 螺旋

§ 3-1. 双重矢积	38
§ 3-2. 矢量除法	38
§ 3-3. 反对称映射	39
§ 3-4. 反对称场	41

螺旋

§ 3-5. 螺旋的定义及其特征	42
§ 3-6. 螺旋的导数和中心轴	44

滑动矢量

§ 3-7. 定义, 滑动矢量的矩, 滑动螺旋·····	46
§ 3-8. 滑动矢量系·····	47
§ 3-9. 螺旋的分解·····	48
§ 3-10. 滑动矢量的特殊系统·····	51
§ 3-11. 由重力组成的滑动矢量的情况·····	53
例题·····	54

第四章 刚体运动学, 运动的合成

§ 4-1. 刚体运动学·····	57
§ 4-2. 刚体的平动·····	60
§ 4-3. 刚体绕定轴的转动·····	61
§ 4-4. 参照系的变换·····	63
§ 4-5. 刚体运动的合成·····	67
§ 4-6. 刚体绕定点的转动·····	69
§ 4-7. 刚体的一般运动·····	72
例题·····	73

第五章 拉格朗日方程, 伽利略参照系

§ 5-1. 一个粒子的最小作用量原理, 拉格朗日函数·····	78
§ 5-2. 一个粒子的拉格朗日方程组·····	79
§ 5-3. 粒子系统的拉格朗日方程组·····	81
§ 5-4. 伽利略参照系的定义·····	81
§ 5-5. 伽利略参照系的特性·····	83

第六章 孤立的粒子系统

§ 6-1. 孤立的粒子系统的拉格朗日函数·····	85
§ 6-2. 动力学的基本关系式·····	85
§ 6-3. 能量守恒定律·····	88
§ 6-4. 动量矢量守恒·····	89
§ 6-5. 孤立系统的质心的运动, 重心参照坐标·····	91
例题·····	92

§ 6-6. 孤立粒子系统的动量矩守恒·····	94
§ 6-7. 两个粒子构成的孤立系统, 折合质量·····	97
§ 6-8. 在有心力作用下的运动·····	100
例题·····	104

第七章 非孤立的粒子系统

§ 7-1. 系统的拉格朗日函数·····	108
§ 7-2. 能量·····	109
§ 7-3. 质心定理·····	110
§ 7-4. 动量矩定理·····	112
§ 7-5. 重心参照系, 科尼格定理·····	114
例题·····	117

第八章 常用的参照系

§ 8-1. 非伽利略参照系·····	120
例题·····	121
§ 8-2. 地球在太阳系中的运动·····	122
§ 8-3. 固结在地球上的参照系($\mathcal{R}_2$)·····	125
例题·····	126
§ 8-4. 佛科摆·····	129

第九章 按牛顿力相互作用的两个粒子的系统

§ 9-1. 有关内容的回顾·····	133
§ 9-2. 按照万有引力相互作用的粒子的轨道·····	134
§ 9-3. 轨道按偏心率分类·····	136
§ 9-4. 轨道性质与能量的关系·····	137
例题·····	141
§ 9-5. 在研究行星运动方面的应用·····	143
§ 9-6. 在研究地球卫星运动方面的应用·····	145
例题·····	147
§ 9-7. 一个粒子在另一个粒子的牛顿斥力作用下的运动·····	148

§ 9-8. 在研究原子结构方面的应用, 卢瑟福实验	150
----------------------------	-----

第十章 谐振子

二维振子

§ 10-1. 有关内容的回顾, 无阻尼振子	153
§ 10-2. 阻尼谐振子	154

一维振子

§ 10-3. 自由振动	157
例题	164

受迫振动

§ 10-4. 过渡状态和稳定状态	165
§ 10-5. 振幅共振, 速度共振	167
§ 10-6. 能量问题	171
例题	172

第十一章 刚体的动力学要素

§ 11-1. 定义的推广	179
§ 11-2. 刚体绕定点 O 转动的动量矩矢量	180
§ 11-3. 刚体绕定点 O 转动的动能	181
§ 11-4. 转动惯量的研究	183
§ 11-5. 转动惯量的计算举例	185
例题	188
§ 11-6. 刚体作任意运动的动力学要素	193
例题	194

第十二章 两个相互接触的刚体

§ 12-1. 自由刚体的运动方程	205
§ 12-2. 受约束的刚体的运动方程	206
§ 12-3. 两个相互接触的刚体的运动	207
§ 12-4. 接触作用力螺旋或约束力螺旋	209
例题	213

第十三章 物质系统的平衡

§ 13-1. 定义, 平衡的条件·····	225
流体的平衡	
§ 13-2. 流体平衡的必要条件·····	225
§ 13-3. 平衡的充分条件·····	227
例题·····	229
刚体的平衡	
§ 13-4. 刚体平衡的必要和充分条件·····	231
§ 13-5. 受到接触作用力的刚体的平衡·····	231
例题·····	232

第十四章 功

§ 14-1. 物质系统的元位移·····	239
§ 14-2. 作用在刚体上的力系的功·····	240
§ 14-3. 元功是微分的情况·····	241
§ 14-4. 参照系的变换·····	242
§ 14-5. 内力系的功·····	244
§ 14-6. 接触作用力的功·····	244
§ 14-7. 动能定理·····	246
§ 14-8. 对总能量的讨论·····	250
例题·····	251
§ 14-9. 关于平衡位置的研究·····	256
例题·····	257

第十五章 刚体绕定轴的转动

§ 15-1. 力和运动之间的关系·····	268
§ 15-2. 运动的规律, 反作用力的计算·····	271
§ 15-3. 静平衡和动平衡·····	272
例题·····	273
扭摆	

§ 15-4. 无摩擦的或有流体摩擦的运动·····	277
§ 15-5. 有刚体摩擦的转动的振动刚体·····	280
例题·····	284
§ 15-6. 重力摆·····	288
例题·····	290

第十六章 刚体绕定点的转动

§ 16-1. 回转体的转动惯量·····	303
§ 16-2. 研究回转体运动时转轴的选择·····	304
§ 16-3. 刚体以其质心为定点的转动·····	305
§ 16-4. 定点 O 不是质心 G 的情况·····	307
例题·····	311
附录·····	314
索引·····	316

第一章 矢量场 环流 通量

在前一阶段中,我们学习了静电场或万有引力场的内容,这对本章中引进大部分的概念,准备了条件. 作为矢量场的一般研究,我们将介绍有关算符的定义和应用,指出它们的特征和相应的定理.

§ 1-1. 矢量场的一般定义.

1. 场矢量.

设 $(\mathcal{E})$ 是三维仿射空间,并且 (E) 是和它相缩合的矢量空间.

矢量场可以用数学上“映射”的概念来定义. 这就是说,给出 $(\mathcal{E})$ 空间的任一点 M ,则在 (E) 空间中,总有一个矢量 $\vec{a}$ 和它相对应. $\vec{a}$ 为场矢量,而映射则记作 $\vec{a}(M)$. 我们选择以 M 为原点的矢量作为 $\vec{a}$ 的代表(图 1-1).

如果我们在 (E) 中选定了正交基底 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 和在 $(\mathcal{E})$ 中选取了 O 为原点,并且指定用 x, y, z 表示 M 的坐标,那么 $\vec{a}$ 的分量是

$$a_x(x, y, z), a_y(x, y, z), a_z(x, y, z).$$

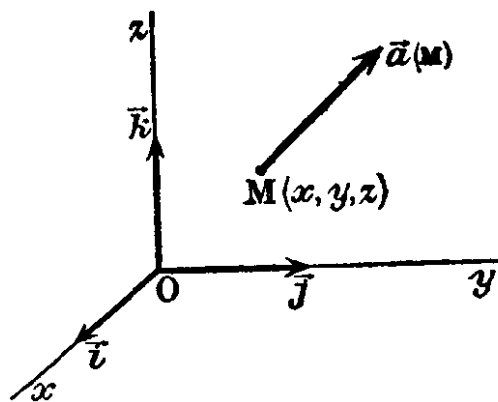


图 1-1

2. 场线.

场线是 $(\mathcal{E})$ 的这样一些曲线,即在它们之中每一条线的每一点上的场矢量都与曲线在该点相切.

场线的微分方程是

$$\frac{dx}{a_x} = \frac{dy}{a_y} = \frac{dz}{a_z}.$$

应当指出, 这些场线将形成一个决定于两个参量的曲线族.

映射 $\vec{a}(M)$ 只能在 M 点定义一个场矢量 $\vec{a}$: 因此对于每一给定点 M , 只能有一根场线通过. 只有在场强为零或场没有定义的那些点子上, 场线才有可能成为汇交线. 例如, 由放在 M 点的点电荷建立起来的静电场就是这种情况: 在 M 点, 全部电力线是汇交的 (电学 I § 2-7).

§ 1-2. 几种特殊矢量场.

a) 匀强场.

如果场矢量 $\vec{a}$ 不依赖于 M 点的位置, 即

$$\vec{a}(M) = \vec{a}_0,$$

则在 $(\mathcal{E})$ 中, 矢量场是均匀的.

场线都是平行于 $(\mathcal{E})$ 中 $\vec{a}_0$ 的直线.

b) 球对称场.

设 O 是 $(\mathcal{E})$ 中的一点, $\vec{u}$ 是 $\overrightarrow{OM}$ 的单位矢量, r 是 $\overrightarrow{OM}$ 的模 (图 1-2-b).

如果每一点 M 的场矢量取

$$\vec{a}(M) = a(r)\vec{u}$$

的形式, 那么该矢量场就是球对称的.

应记住, 上述关系式说明: 在 M 点处, 场的方向是 $\overrightarrow{OM}$ 的方向, 它的模只是 r 的函数, 而且与 $\vec{u}$ 的方向无关. 所有的场线都是通过 O 点的 $(\mathcal{E})$ 中的直线.

c) 柱形对称场.

设 Δ 是 $(\mathcal{E})$ 中的一条直线, I 是 M 点在 Δ 上的投影, r 是 $\overrightarrow{IM}$ 的模, $\vec{u}$ 是 $\overrightarrow{IM}$ 的单位矢 (图 1-2-c). 如果 M 点的场矢量取

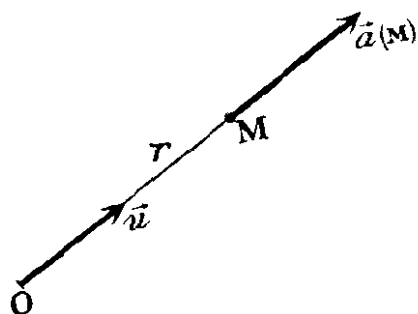


图 1-2-b

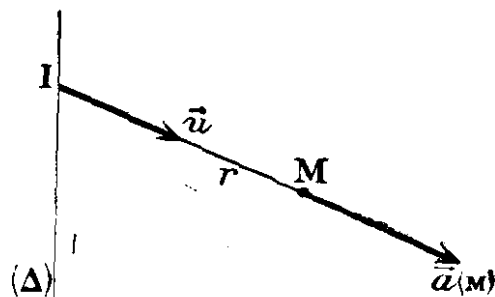


图 1-2-c

$$\vec{a}(M) = a(r)\vec{u}$$

的形式, 则该矢量场就是柱形对称的.

场线是(8)中的直线, 它们与 Δ 垂直相交.

§ 1-3. 场矢量的环流.

1. 环流元.

设 $\vec{a}(M)$ 是M点的场矢量, $d\vec{M}$ 是M的任一位移元. 我们把微分

$$\delta\mathcal{E} = \vec{a}(M) \cdot d\vec{M}$$

定义为矢量 $\vec{a}$ 的环流元.

在常用的坐标系中, $\delta\mathcal{E}$ 的解析表达式分述如下.

a) 笛卡儿坐标(图 1-3-1):

当场矢量的分量是 a_x, a_y, a_z 时, 我们有

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}.$$

M点的坐标是 x, y, z , 因此

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

而

$$d\vec{M} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k},$$

于是

$$\delta\mathcal{E} = a_x dx + a_y dy + a_z dz.$$

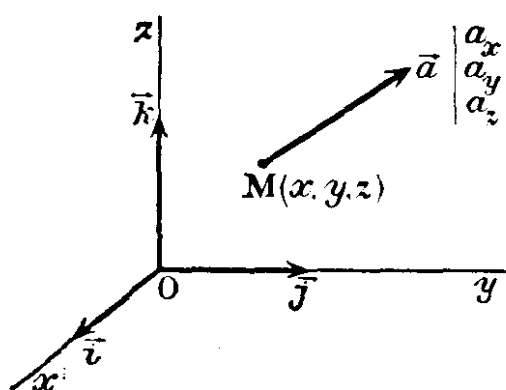


图 1-3-1

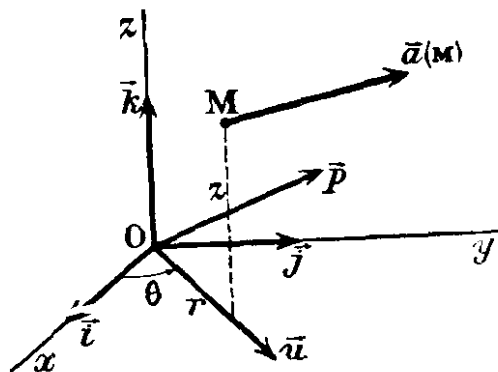


图 1-3-2

b) 柱坐标(图 1-3-2).

场矢量由它的分量 a_r, a_θ, a_z 确定, 因此

$$\vec{a} = a_r \vec{u} + a_\theta \vec{p} + a_z \vec{k};$$

当M的坐标是 r, θ, z 时, 我们有

$$\overrightarrow{OM} = r \vec{u} + z \vec{k},$$

由此得

$$d\vec{M} = \vec{u} dr + \vec{p} r d\theta + \vec{k} dz,$$

而

$$\delta \mathcal{E} = a_r dr + a_\theta r d\theta + a_z dz.$$

c) 球坐标(图 1-3-3).

r 是 $\overrightarrow{OM}$ 的模;

$\vec{u}_1$ 是 $\overrightarrow{OM}$ 的单位矢量;

θ 是由 $\vec{u}_3$ 定向的角 $(\vec{k}, \vec{u}_1)$,

而 $\vec{u}_3$ 是垂直于 $\vec{k}$ 和 $\vec{u}_1$ 的单位矢,
于是 $\vec{k}, \vec{u}_1, \vec{u}_3$ 构成一组直接正交的
基底;

$\vec{u}_2$ 是单位矢量 $\vec{u}_3 \wedge \vec{u}_1$;

m 是M在 xOy 平面上的投影, $\vec{u}$ 是 $\overrightarrow{Om}$ 的单位矢量;

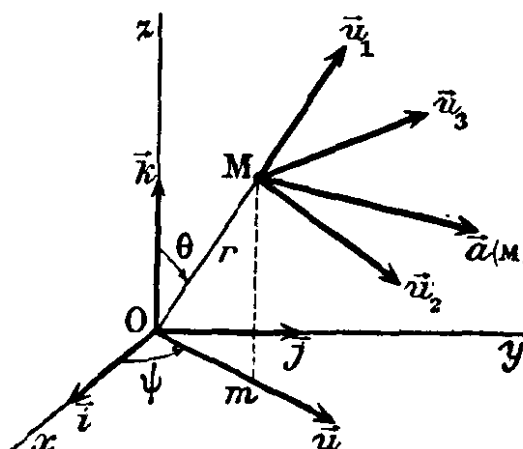


图 1-3-3

ψ 是由 $\vec{k}$ 定向的角 $(\vec{i}, \vec{u})$.

场矢量由它的分量 a_r, a_θ, a_ψ 给出:

$$\vec{a} = a_r \vec{u}_1 + a_\theta \vec{u}_2 + a_\psi \vec{u}_3$$

从 $\vec{OM} = r\vec{u}_1$, 导出

$$d\vec{M} = \vec{u}_1 dr + r d\vec{u}_1;$$

由于 $\vec{u}_1$ 是 ψ 和 θ 的函数, 则有

$$d\vec{u}_1 = \frac{\partial \vec{u}_1}{\partial \psi} d\psi + \frac{\partial \vec{u}_1}{\partial \theta} d\theta.$$

但是, $\frac{\partial \vec{u}_1}{\partial \theta}$ 就是矢量 $\vec{u}_2$;

另外, 由于 $\vec{u}_1 = \sin \theta \vec{u} + \cos \theta \vec{k}$, 因此可以导出

$$\frac{\partial \vec{u}_1}{\partial \psi} = \sin \theta \frac{\partial \vec{u}}{\partial \psi}$$

然而 $\frac{\partial \vec{u}}{\partial \psi}$ 是矢量 $\vec{u}_3$, 所以

$$\frac{\partial \vec{u}_1}{\partial \psi} = \sin \theta \vec{u}_3.$$

最后, $d\vec{M}$ 的表达式可以写作

$$d\vec{M} = \vec{u}_1 dr + \vec{u}_2 r d\theta + \vec{u}_3 r \sin \theta d\psi$$

$\vec{a}$ 的环流元的表达式为

$$\delta \mathcal{C} = a_r dr + a_\theta r d\theta + a_\psi r \sin \theta d\psi.$$

2. 一段路径上的环流.

如图(1-3-4)所示, (C) 是连接 A_1, A_2 两点的路径. 这条路径是由经过 A_1, A_2 之间的任意一段弧线组成的. 我们假定在路径(C)的每一点M上, 场矢量 $\vec{a}(M)$ 是连续而有定义的.

我们把曲线积分

$$\mathcal{C} = \int_{(C)} \vec{a}(\mathbf{M}) \cdot d\vec{\mathbf{M}}$$

叫作 $\vec{a}(\mathbf{M})$ 在路径 (C) 上的环流.

可以证明: 如果曲线 (C) 对 t 的参量方程是已知的, 那么上述积分就可以简化为:

$$\mathcal{C} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{a}(t) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{M}}}{dt} dt.$$

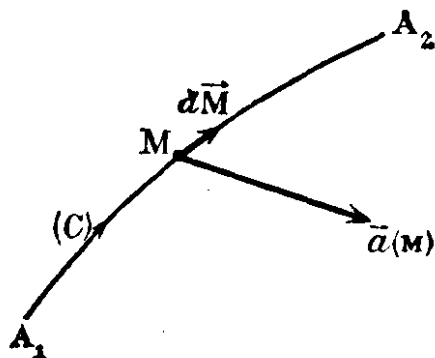


图 1-3-4

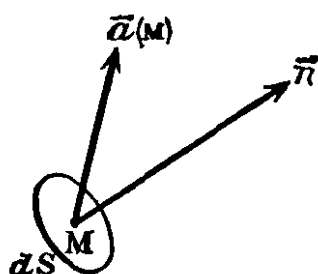


图 1-4-1

§ 1-4. 场矢量通量的定义.

1. 通量元.

设 dS 为矢量场 $\vec{a}(\mathbf{M})$ 在它有定义的区域一个面积元. 令 $\vec{n}$ 为垂直于 dS 的单位矢量, $\vec{n}$ 的方向, 即从 dS 的«一侧到另一侧»是任意选择的(图 1-4-1).

如果 M 是 dS 面上的一点, 那么, 穿过由 $\vec{n}$ 定向的面积元 dS 的 $\vec{a}$ 通量定义为

$$d\Phi = \vec{a}(\mathbf{M}) \cdot \vec{n} dS,$$

式中 dS 表示面积元的面积.

$d\Phi$ 是一个标量, 它的正负决定于对矢量 $\vec{n}$ 的方向的选择.

2. 穿过曲面 (S) 的通量.

设 (S) 是一个可以定向的曲面: 在 (S) 面上的任一点 M , 都可