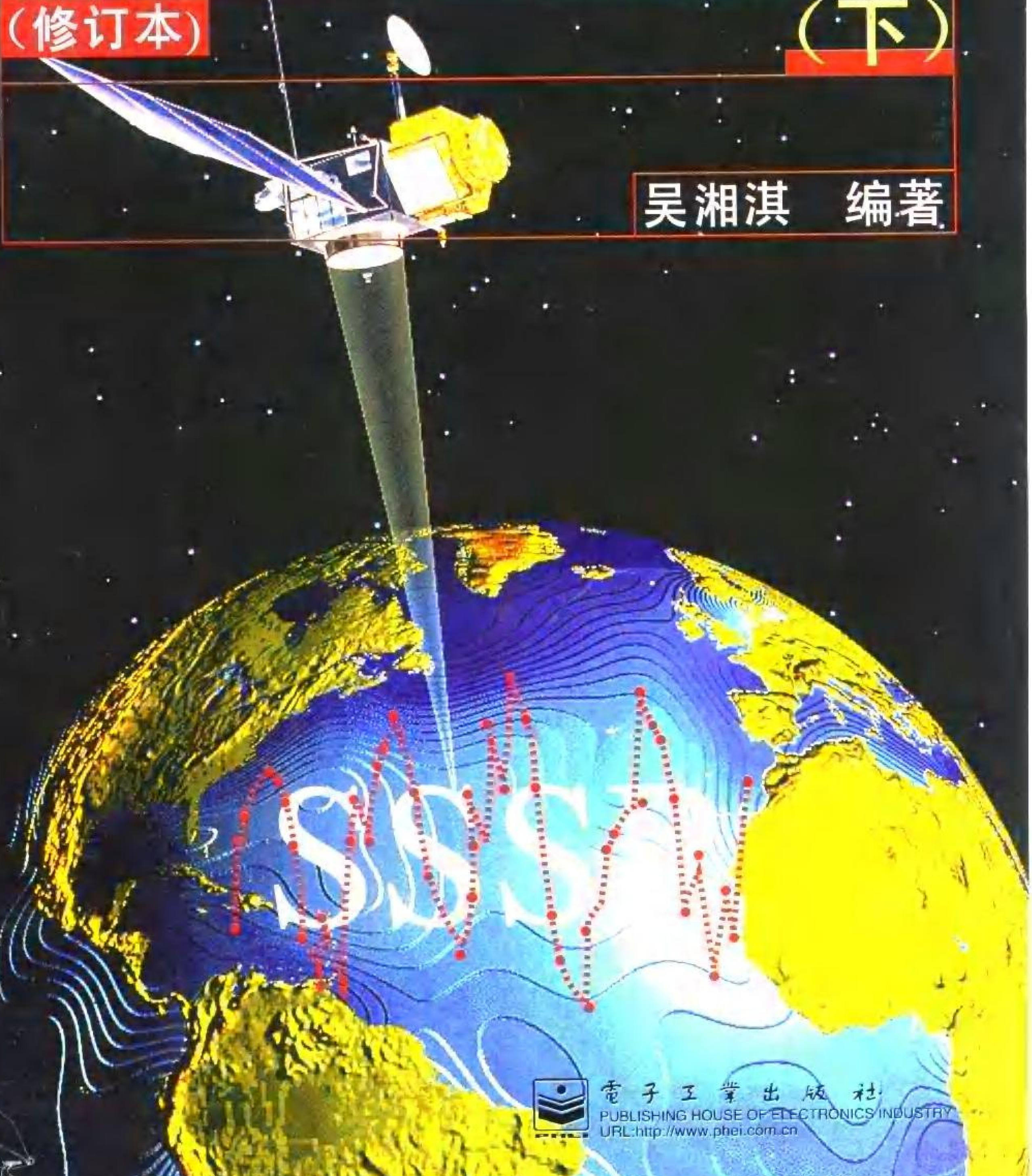
高等学校教材·信息与电子学科类

信号、系统与信号处理

（修订本）

（下）

吴湘淇 编著



電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
URL:http://www.phei.com.cn

内容简介

本书包括第三篇与第四篇，主要讨论频率选择数字滤波器的设计，数字信号处理系统的硬件实现，功率谱估计与高阶谱估计，系统辨识、解卷积(逆滤波)与自适应信号处理，以及信号时—频分析与小波分析等近代信号分析与处理技术。光盘中存有用C语言编写的20个计算机程序清单及有关资料，供读者实际应用参考。

本书体系新颖，系统性与实践性强，随着信息学科的迅猛发展，在体现科学性、先进性和思想性方面很有特色，适用于作为大学生教材，研究生教参以及从事信息处理、通信、控制和电子信息学科有关的广大科技人员自学参考。

书　　名：信号、系统与信号处理(下)　(修订本)
编 著 者：吴湘淇
责任编辑：龚兰方
排版制作：电子工业出版社计算机排版室
印 刷 者：北京天宇星印刷厂
装 订 者：河北省涿州桃园装订厂
出版发行：电子工业出版社　URL:http://www.phei.com.cn
　　　　　北京市海淀区万寿路173信箱　邮编100036
经　　销：各地新华书店
开　　本：787×1092　1/16　印张：19　字数：512千字
版　　次：1996年8月第一版　1999年2月第二次印刷
书　　号：ISBN 7-5053-4741-1 / TP·2279
定　　价：36.00元(含光盘)

第三篇　信号处理与系统综合

本篇是在第一篇和第二篇的基础上，利用信号分析与系统分析所揭示的规律，根据处理信号的需求来综合系统。由于系统的综合、设计是为了实现信号的特定处理，以处理技术为手段，综合系统为目的，因而两者互为因果、密不可分。本篇主要内容包括有：连续系统与离散系统的综合原理、设计方法与具体实现，但重在数字系统。通过对频率选择滤波器的剖析，在重视软件实现的同时，系统地阐述硬件实现的基本原理和具体方法。结合实例介绍通用数字信号处理系统与使用高速数字信号处理器实现实时处理系统的功能、构成以及开发工具的运用。把原理、方法与应用统一起来，以期达到深化物理概念、数学概念与工程概念，学以致用的目的。

第十章　连续系统（模拟系统）的综合与实现

10.1　无源系统综合的可实现条件

在第二篇主要讨论了系统分析，即给定 LTI 系统的结构和输入激励，寻求系统的输出响应。在本篇与此相反，将研究在给定系统的输入和输出的条件下，寻求系统的构成及相应的参数，即所谓系统的综合问题。

系统设计是系统综合的重要内容，给定系统的输入和输出，实质上是要求设计一个系统，使之在时域里，系统的时间特性满足规定的冲激响应 $h(t)$；在频域里，系统的频率特性符合给出的频域系统函数 $H(\omega)$。例如要求设计一个 LTI 系统，使信号 $x(t)$ 通过系统后，其输出是输入的延迟而且幅度放大 K 倍，即 $y(t)=Kx(t-t_d)$，如图 10.1(a)中虚线所示。换句话说，要求在频域设计的技术指标必须满足输出幅度频谱等于原输入的 K 倍，相位频谱具有线性相移，如图 10.1(b)所示。根据第六章系统分析的结果知道，该给定的技术指标就是要求设计一个无失真的传输系统，使系统函数 $H(\omega)=Ke^{-j\omega t_d}$。显然，这个指标是难以实现的，因为在实际中，人们只能用具有频率特性的器件，实现在有限带宽内使幅度逼近常数，相位接近线性的要求。若 $H(\omega)$ 频带为 $|\omega|\leqslant\omega_c$，则其相应的 $h(t)$ 不再是冲激而是取样函数，其结果使得输出 $y(t)$ 只能是近似于输入信号的延迟（见 a 图中实线所表示的 $y(t)$）。

由此可见，系统综合的过程首先是根据给定的技术指标，即所要求的系统响应（时间特性、频率特性、衰减特性等）求出物理上可实现的逼近函数，然后采用不同的结构来实现这个系统函数。这里如何寻求物理可实现的系统函数是解决综合问题的关键。因为并不是任何给定的

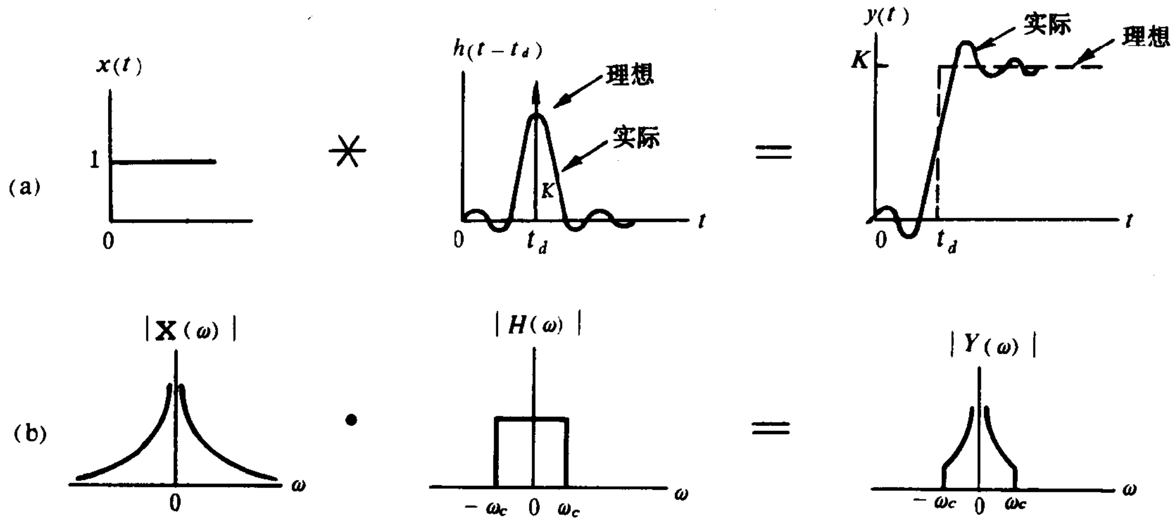


图 10.1 理想系统与实际系统特性的比较

系统函数都是可实现的。例如图 10.2 给定的系统函数为阻抗函数,即

$$H(s)=\frac{U(s)}{I(s)}=Z(s)=\frac{2s^2+3s+2}{s+1}$$

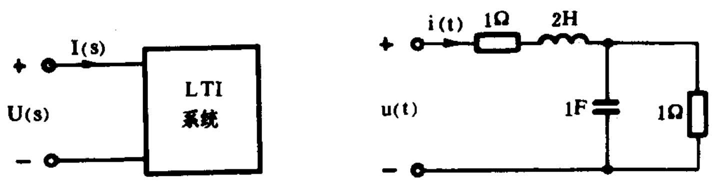


图 10.2 系统综合的简单实例

若要求该系统的构成及相应的参数,则可先把 $Z(s)$ 分解为两个子系统相串联,得

$$Z(s)=(1+2s)+\frac{1}{s+1}=Z_1(s)+Z_2(s)$$

然后根据系统分析的知识,凭观察不难求得各子系统结构和相应元件的参数,如图 10.2(b)所示。若给定的系统函数为

$$H(s)=\frac{1-s}{s}=\frac{1}{s}-1$$

显然,该系统是由 1F 电容与 -1Ω 电阻串联组成。由于负电阻不是耗能元件而是含源部件,所以如果用无源系统来综合,那末给定的系统函数是不能实现的。因此就提出这样一个问题,一个由无源元件组成的系统,进行系统综合时,其系统函数应该满足什么条件? 根据第七章的分析,一个物理可实现系统应该是因果、稳定系统,其系统函数必须是具有正、实系数的 s 的有理函数,即

$$H(s)=\frac{N(s)}{D(s)}$$

其中 $D(s)$ 是一个霍尔维茨多项式,所有零点均分布在 s 复平面的左半平面内。换句话说,

$H(s)$ 在 s 复平面的右半部没有极点。对由无源元件构成如图 10.2 所示的二端电系统来说，由于 $H(s)=Z(s)$ 是一个阻抗函数（或导纳函数），可以证明它的可实现的充要条件 $Z(s)$ 为正实函数。该函数除了具有上述性质外，还要求 ①$H(s)$在 $j\omega$ 轴上的极点是单极点并具有正的实数留数。②多项式 $N(s)$ 较 $D(s)$ 的次数低最多相差 1 次。③对所有 $0\leqslant\omega\leqslant\infty$，$\mathscr{Re}[H(\omega)]\geqslant 0$。例如给定 $H(s)=Z(s)=1/(s^2+1)$，则由于分子、分母多项式相差 2 次，因而为非正实函数。若给定 $H(s)=Z(s)=(s+1)/(s+2)$，由于完全满足上列所有条件，因而是正实函数。

10.2 连续系统无源综合

*10.2.1 二端网路综合

二端网路综合就是由 R、L、C 无源元件组成的阻抗函数（导纳函数）的综合。其过程

(a)确定阻抗函数作为系统函数的性质。

(b)以这些性质为依据，将给定的 $Z(s)$ 分解成具有某特定结构的输入阻抗形式。

(c)确定 $Z(s)$ 的各元件参数，使之与给定指标相符合。

1. R—C 综合

将 $Z(s)$ 分解成由一系列 R—C 并联电路为子系统 $Z_i(s)$ 的串接形式，如图 10.3(a)，则有

$$Z_i(s) = \frac{1}{C_i s + 1/R_i} = \frac{k_i}{s + \alpha_i},\quad \alpha_i = \frac{1}{R_i C_i},\ k_i = \frac{1}{C_i} \tag{10.1}$$

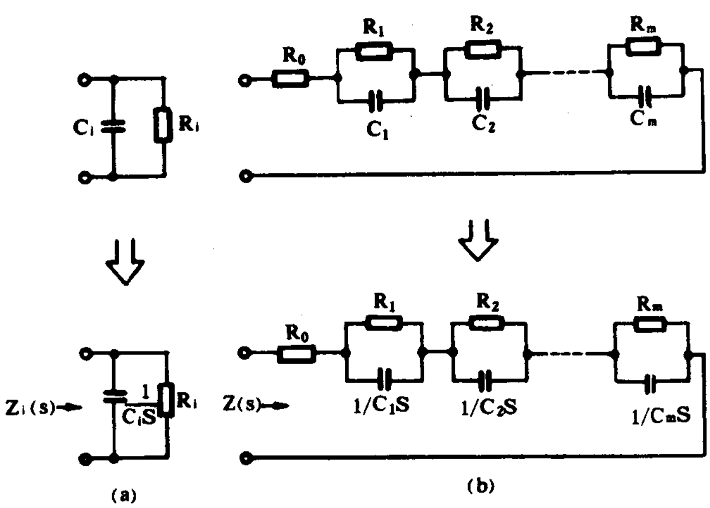


图 10.3 R—C 综合的串接形式

故由(b)图所构成的系统，其阻抗函数可写成为

$$Z(s) = k_0 + \frac{k_1}{s+\alpha_1} + \frac{k_2}{s+\alpha_2} + \cdots + \frac{k_m}{s+\alpha_m} \tag{10.2}$$

或写成

$$H(s)=Z(s)=\frac{N(s)}{(s+\alpha_1)(s+\alpha_2)\cdots(s+\alpha_m)}=\frac{N(s)}{D(s)} \tag{10.3}$$

可见式(10.3)中 $D(s)$ 的根 $s_i=-\alpha_i=-1/R_iC_i<0$ 均在 s 复平面的左半部并且满足正实函数的条件。各元件的参数值分别为

$$R_0=k_0,\qquad C_i=\frac{1}{k_i},\qquad R_i=\frac{k_i}{\alpha_i} \tag{10.4}$$

【例 10-1】 已知系统的阻抗函数为

$$Z(s)=\frac{3s^2+15s+12}{s^2+2s}$$

试综合该系统。

【解】 按给定的阻抗函数可写成

$$Z(s)=\frac{3(s+1)(s+4)}{s(s+2)}$$

求得极点 $s=0,s=-2$ 并且完全满足正实函数的条件,经进一步分解得

$$Z(s)=3+\frac{6}{s}+\frac{3}{s+2}$$

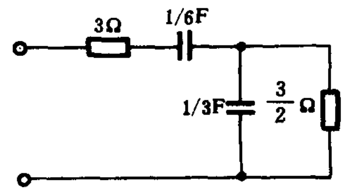


图 10.4 [例 10-1]所示系统的构成

将上式与式(10.2)进行比较,随即求得该系统的具体构成及相应的参数如图 10.4 所示。

由给定的 $Z(s)$ 进行系统综合其结构并不是唯一的。上述 R—C 综合,仅仅是一种构成的形式,还可以采用 R—L、L—C 串接或并接的综合形式。

2. R—L 综合

图 10.5 是以 R—L 串联电路为子系统所构成的一个无源二端网络。若系统函数是导纳函数且满足正实函数的条件,则(a)图可写成

$$Y_i(s)=\frac{1}{L_is+R_i}=\frac{k_i}{s+\beta_i},\qquad \beta_i=\frac{R_i}{L_i},\qquad k_i=\frac{1}{L_i} \tag{10.5}$$

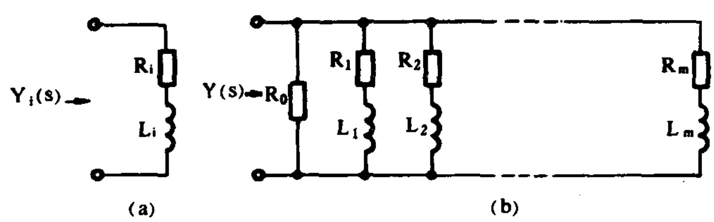


图 10.5 R—L 综合的并接形式

故由(b)图所构成的系统其导纳函数可写成为

$$Y(s)=k_0+\frac{k_1}{s+\beta_1}+\frac{k_2}{s+\beta_2}+\cdots+\frac{k_m}{s+k_m} \tag{10.6}$$

或写成

$$H(s)=Y(s)=\frac{N(s)}{(s+\beta_1)(s+\beta_2)\cdots(s+\beta_m)}=\frac{N(s)}{D(s)} \tag{10.7}$$

比较式(10.6)与式(10.2),可见 R—L 网路的 $Y(s)$ 与 R—C 网路的 $Z(s)$ 具有相同的形式和性质。(b)图各元件的参数分别为

$$R_0=\frac{1}{k_0},\qquad L_i=\frac{1}{k_i},\qquad R_i=\frac{\beta_i}{k_i} \tag{10.8}$$

【例 10-2】 已知系统的导纳函数为

$$Y(s)=\frac{3s^2+15s+12}{s^2+2s}$$

试综合该系统。

【解】 按 $Y(s)=\dfrac{3(s+1)(s+4)}{s(s+2)}=3+\dfrac{6}{s}+\dfrac{3}{s+2}$

根据式(10.6)及式(10.8)随即求得该系统的具体构成如图 10.6 所示，其相应的参数分别为

$k_0=3，k_1=6，k_2=3，\beta_2=2$

故得

$R_0=\dfrac{1}{3}\Omega，L_1=\dfrac{1}{6}\text{H}，L_2=\dfrac{1}{3}\text{H}，R_2=\dfrac{2}{3}\Omega$

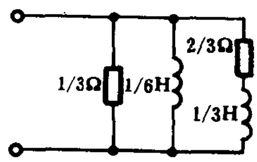


图 10.6 ［例 10-2］所示系统的构成

3. L—C 综合

一个系统仅由电抗元件 L、C 构成称为 L—C 综合，其过程与 R—C、R—L 综合类似。

(a)串接形式　如图 10.7 所示，则从(a)图有

$$Z_i(s)=\frac{\dfrac{1}{C_is}\cdot L_is}{\dfrac{1}{C_is}+L_is}=\frac{\dfrac{1}{C_i}s}{s^2+\dfrac{1}{L_iC_i}}$$

$$=\frac{k_is}{s^2+\alpha_i},\qquad \alpha_i=\frac{1}{L_iC_i},\ k_i=\frac{1}{C_i}\tag{10.9}$$

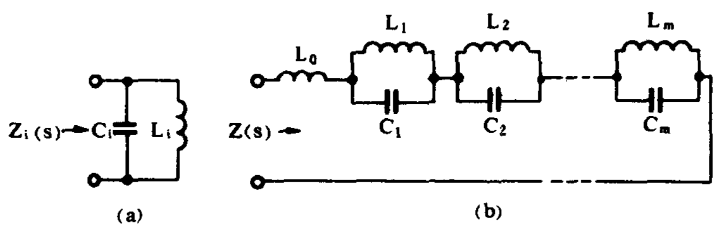


图 10.7 L—C 综合的串接形式

故由(b)图所构成的系统其阻抗函数(电抗函数)可写成为

$$Z(s)=k_0s+\frac{k_1s}{s^2+\alpha_1}+\frac{k_2s}{s^2+\alpha_2}+\cdots+\frac{k_ms}{s^2+\alpha_m}\tag{10.10}$$

或

$$\frac{Z(s)}{s}=k_0+\frac{k_1}{s^2+\alpha_1}+\frac{k_2}{s^2+\alpha_2}+\cdots+\frac{k_m}{s^2+\alpha_m}=\frac{N(s^2)}{D(s^2)}\tag{10.11}$$

上式若用 s 代以 s^2，则与 R—C 综合公式(10.2)一样，且具有相同的性质。因而在综合过程可先将 $Z(s)/s$ 展开成以 s^2 为变量的部分分式，然后再乘以 s。图 10.7(b)中各元件的参数分别为

$$L_0=k_0,\qquad C_i=\frac{1}{k_i},\qquad L_i=\frac{k_i}{\alpha_i}\tag{10.12}$$

(b)并接形式　并联形式与级联形式具有对偶的关系。如图 10.8 所示，同理可求得

(a)图 $$Y_i(s)=\frac{1}{L_is+1/(C_is)}=\frac{k_is}{s^2+\beta_i},\ \beta_i=\frac{1}{L_iC_i},\ k_i=\frac{1}{L_i} \tag{10.13}$$

(b)图 $$Y(s)=k_0s+\frac{k_1s}{s^2+\beta_1}+\frac{k_2s}{s^2+\beta_2}+\cdots+\frac{k_ms}{s^2+\beta_m} \tag{10.14}$$

在综合过程将函数 $\frac{1}{s}Y(s)$ 展开成以 s^2 为变量的部分分式，然后再乘以 s，求得图 10.8(b)各元件参数分别为

$$C_0=k_0,\qquad L_i=\frac{1}{k_i},\qquad C_i=\frac{k_i}{\beta_i} \tag{10.15}$$

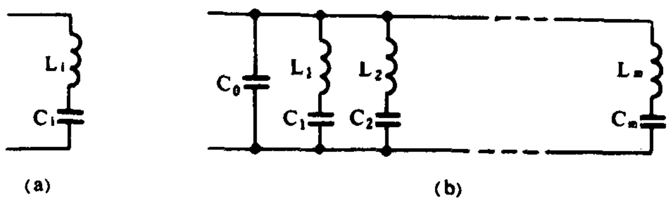


图 10.8 L—C 综合的并接形式

【例 10-3】 已知系统的阻抗函数为

$$Z(s)=\frac{(s^2+1)(s^2+25)}{s(s^2+9)}$$

试分别采用串接与并接两种形式综合该系统

【解】 (a)串接形式，将 $Z(s)$ 展开为部分分式，得

$$Z(s)=s+\frac{25/9}{s}+\frac{128\,s/9}{s^2+9}$$

根据式(10.10)求得

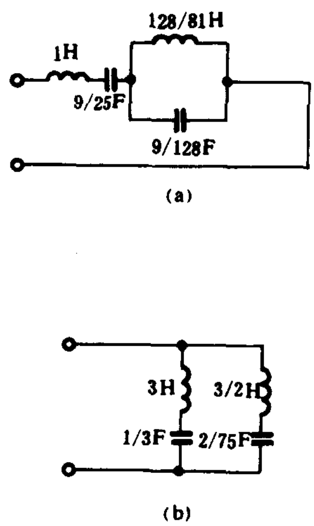
$$k_0=1,\ k_1=\frac{25}{9},\quad \alpha_1=0,$$

$$k_2=\frac{128}{9},\ \alpha_2=9$$

故得图 10.9(a)各元件参数为

$$L_0=1\text{H},\ C_1=\frac{9}{25}\text{F},\quad L_1=\infty,$$

$$C_2=\frac{9}{128}\text{F},\ L_2=\frac{128}{81}\text{H}$$



(a)串接形式； (b)并接形式

图 10.9 [例 10-3]所示系统的构成

(b)并接形式，将 $Y(s)$ 展开为部分分式，得

$$Y(s)=\frac{s(s^2+9)}{(s^2+1)(s^2+25)}$$
$$=\frac{s/3}{s^2+1}+\frac{2s/3}{s^2+25}$$

根据式(10.14)求得

$$k_1=\frac{1}{3},\qquad \beta_1=1,\qquad k_2=2/3,\qquad \beta_2=25$$

故得图 10.9(b)各元件参数为

$$L_1 = 3\text{H}, \qquad C_1 = \frac{1}{3}\,\text{F}, \qquad L_2 = \frac{3}{2}\,\text{H}, \qquad C_2 = \frac{2}{75}\,\text{F}$$

从以上对无源二端网路综合过程所采用的基本方法，可以归纳为：①先把给定的系统函数(对二端网路则是阻抗函数或导纳函数)分解成几个简单的正实函数(子系统)之和；②将每一子系统的正实函数，按系统分析积累的知识，通过观察识别出相应的构成；③利用有关公式，计算出各元件的参数。无源二端网路的综合还有其他的结构形式，可采用类似的方法进行分解。

10.2.2 四端网路综合

上节所讨论的系统其输入、输出均在同一端对上，如果输入、输出在不同端对而且在系统内部不包含有电源，如图 10.10 所示，则称为无源四端网路。四端网路的系统函数可以是输入电压与输出电流之比的转移阻抗函数，或输入电流与输出电压之比的转移导纳函数，也可以是电压(电流)比的传输函数。根据物理可实现条件，无源四端网路的系统函数必须具有下列性质：

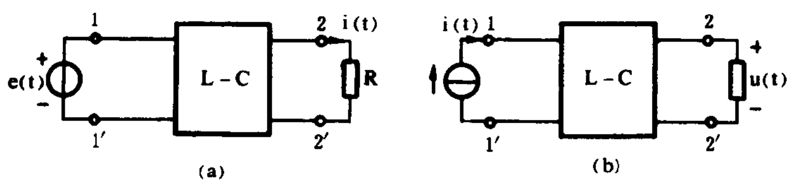


图 10.10 (a)输入电压输出电流； (b)输入电流输出电压

(a) $H(s)$ 是一实系数 s 的有理函数。

(b) $H(s)$ 的极点($D(s)$的零点)均位于 s 复平面的左半平面内，不能在 $j\omega$ 轴上，亦即 $D(s)$ 必须是严格的霍尔维茨多项式。

(c) 分子多项式 $N(s)$ 的最高幂次不能高于分母多项式 $D(s)$ 的幂次。否则在$s=\infty$ 处，亦即在 $j\omega$ 轴上必有极点，导致与条件 (b) 不相符合。

(d) $H(s)$ 的零点可以位于 s 复平面的任何位置，因而具有相同模值 $|H(s)|$ 的稳定系统函数表示式不是唯一的。如果 $H(s)$ 的全部零点也限定在左半平面上，则是唯一的，而且可以证明在这情况下 $H(s)$ 具有最小相位函数。

从上列条件可以看出，在无源四端网路综合过程，如何判别 $D(s)$ 是霍尔维茨多项式是首先需要解决的重要问题。

按 s 的多项式 $D(s)$ 可分解为

$$D(s) = p(s) + q(s) \tag{10.16}$$

式中 $p(s)$ 包含 $D(s)$ 的所有偶次幂，$q(s)$ 包含 $D(s)$ 的所有奇次幂。如

$D(s)=s^3+2s^2+2s+1$，则有 $p(s)=2s^2+1$，$q(s)=s^3+2s$。

可以证明，若 $p(s)$ 和 $q(s)$ 的根都是纯虚数而且交替出现，则 $D(s)$ 就是霍尔维茨多项式。按上列 $p(s)$ 的根等于 $\pm j1/\sqrt{2}$，$q(s)$ 的根等于 $0,\pm j\sqrt{2}$，而且这些虚根是交替出现的，即 $-\sqrt{2}<-1/\sqrt{2}<0<1/\sqrt{2}<\sqrt{2}$，故 $D(s)$ 是霍氏多项式。又如$D(s)=s^3+s^2+9s+25$，则有 $p(s)=s^2+25$ 其根为 $\pm j5$，$q(s)=s^3+9$ 其根为 $\pm j3$。由于 $p(s)$ 与 $q(s)$ 的根不是交替出

现，所以 $D(s)$ 不是霍尔维茨多项式。

判别 $D(s)$ 是否霍氏多项式关系到系统能否稳定地工作的问题。因而上述判别准则可以用来确定稳定系统的有关参数。

【例 10-4】 已知一反馈系统如图 10.11 所示，已知开环系统函数

$$H_0(s)=\frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

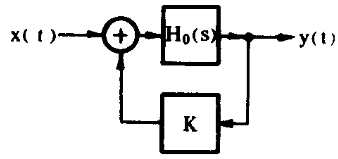


图 10.11 反馈系统

求该系统在稳定工作的情况下，反馈系数 k 的取值范围。

【解】 按 $X(s)+kY(s)=Y(s)/H_0(s)$

故得该反馈系统的系统函数为

$$H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{H_0(s)}{1-kH_0(s)}=\frac{1}{s^3+7s^2+14s+8-k}$$

所以有 $\quad p(s)=7s^2+8-k \qquad$ 其根为 $\pm j\sqrt{(8-k)/7}$

$\qquad\qquad q(s)=s^3+14s \qquad$ 其根为 $0,\pm j\sqrt{14}$

若要满足 $p(s)$ 与 $q(s)$ 的根交替出现，则必

$$0<(8-k)/7<14$$

或选取 $-90<k<8$ 系统才能稳定地工作。下面将通过实例以两种不同的结构，说明无源四端网路的综合过程。

设给定系统函数

$$H(s)=\frac{k_0}{s^3+2s^2+2s+1} \qquad k_0\text{是常系数取决于系统结构与元件值}$$

则有

$$\frac{q(s)}{p(s)}=\frac{s^3+2s}{2s^2+1}$$

可见 $q(s)/p(s)$ 是 s 的有理函数而且是正实函数，因而可以把它展开，综合成各种不同结构形式的二端网路。若采用如下所示的连分式展开，即

$$H(s)=Z(s)=Z_1+\cfrac{1}{Y_2+\cfrac{1}{Z_3+\cfrac{1}{Y_4+\cfrac{1}{Z_5+\cfrac{1}{Y_6}}}}}$$

$$=\alpha_1 s+\cfrac{1}{\alpha_2 s+\cfrac{1}{\alpha_3 s+\cfrac{1}{\alpha_4 s+\cfrac{1}{\alpha_5 s+\cfrac{1}{\alpha_6 s}}}}} \tag{10.17}$$

$$\text{式中}\quad \begin{cases}\alpha_i s=Z_i\\ \alpha_j s=Y_j\end{cases} \qquad \text{或} \quad \begin{cases}L_i=\alpha_i\\ C_j=\alpha_j\end{cases} \qquad i\text{ 为奇数，}j\text{ 为偶数} \tag{10.18}$$

则该系统综合成如图 10.12 所示的梯型网路结构。以上连分式的展开可通过辗转相除法求得，

即

$$
\begin{array}{l}
2s^2+1\ \overline{\big)\ s^3+2s\ }\ \frac{s}{2} \leftarrow (Z_1) \\
\qquad\quad s^3+\frac{s}{2} \\
\qquad\quad \overline{\qquad \frac{3}{2}s\ \big)\ 2s^2+1\ }\ \frac{4}{3}s \leftarrow (Y_2) \\
\qquad\qquad\qquad\quad 2s^2 \\
\qquad\qquad\qquad\quad \overline{\quad 1\ \big)\ \frac{3}{2}s\ }\ \frac{3}{2}s \leftarrow (Z_3) \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \frac{3}{2}s \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \overline{\qquad 0 \qquad}
\end{array}
$$

故得 $$\frac{q(s)}{p(s)}=\frac{s}{2}+\cfrac{1}{\cfrac{4s}{3}+\cfrac{1}{3s/2}}$$

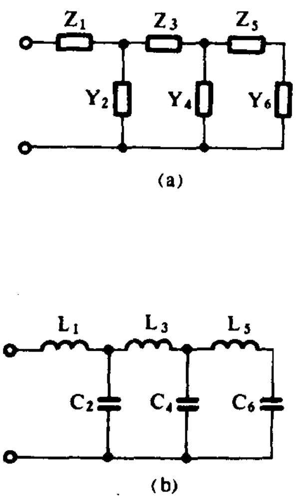


图 10.12 梯型网路结构之一

上式二端网路的结构如图 10.13(a)所示。将(a)图左端电感回路断开，接以电压源 $e(t)$ 作为输入端并在右端接上 1Ω 电阻作为输出端负载，如(b)图所示，则所构成的系统其系统函数将等于给定的 $H(s)$。

按支路电流法，列出(b)图网孔方程为

$$\left(\frac{3s}{2}+\frac{3}{4s}\right)I_1(s)-\frac{3}{4s}I_2(s)=E(s)$$

$$-\frac{3}{4s}I_1(s)+\left(1+\frac{s}{2}+\frac{3}{4s}\right)I_2(s)=0$$

解得

$$I_2(s)=\frac{\frac{3}{4s}E(s)}{\left(\frac{3s}{2}+\frac{3}{4s}\right)\left(1+\frac{s}{2}+\frac{3}{4s}\right)-\frac{9}{16s^2}}=\frac{E(s)}{s^3+2s^2+2s+1}$$

所以 $$H(s)=\frac{I_2(s)}{E(s)}=\frac{1}{s^3+2s^2+2s+1}$$

同理，若采用 $p(s)/q(s)$ 进行辗转相除，则得连分式的展开为

$$H(s)=\cfrac{1}{\cfrac{s}{2}+\cfrac{1}{\cfrac{4s}{3}+\cfrac{1}{3s/2}}}$$

其相应的二端网路结构如图 10.14(a)所示。若在(a)图左端电容上并接电流源 $i(t)$ 作为输入端，在右端接上 1Ω 电阻作为输出端负载如(b)图所示，则利用节点电压法不难求得该系统的系统函数为

$$H(s)=\frac{V_2(s)}{I(s)}=\frac{1}{s^3+2s^2+2s+1}$$

由此可见，对任意给定的系统函数

$$H(s)=\frac{k_0}{p(s)+q(s)}$$

在综合过程，先将 $q(s)/p(s)$ 或 $p(s)/q(s)$ 展开成连分式。若展开式对应的最后一个元件为电

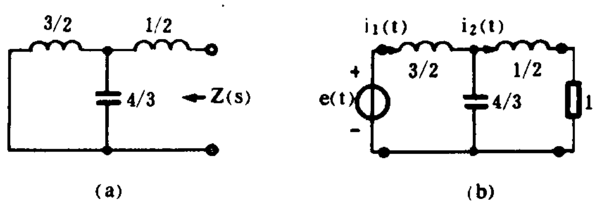


图 10.13　实现四端网路综合的梯型结构之一

感，则输入为电压源输出为电流，$H(s)$将作为转移导纳(或电压比)给以实现，如图 10.13 所示。若最后一个元件为电容，则输入为电流源，输出为电压，$H(s)$将作为转移阻抗(或电流比)给以实现，如图 10.14 所示。可以证明这两种结构的系统函数与给定的 $H(s)$ 仅差一个常系数 k_0，k_0 可根据给出的条件来确定，如 $s=0$，$H(0)=1$，则上例中 $k_0=1$。

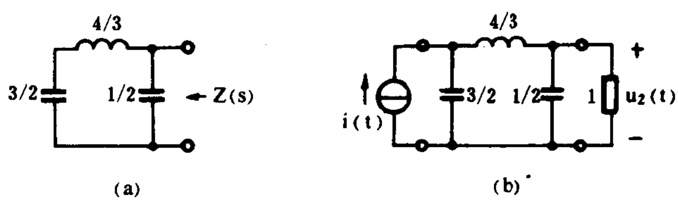


图 10.14　实现四端网路综合的梯型结构之二

【例 10-5】 给定系统函数

$$H(s)=\frac{k_0}{s^4+s^3+4s^2+2s+3}$$

试综合二种不同梯型结构的四端网路

【解】 按 $p(s)=s^4+4s^2+3$，$q(s)=s^3+2s$

故有
$$\frac{p(s)}{q(s)}=\frac{s^4+4s^2+3}{s^3+2s}=s+\cfrac{1}{\cfrac{1}{2}s+\cfrac{1}{4s+\cfrac{1}{s/6}}}$$

则得第一种梯型结构，如图 10.15 所示。

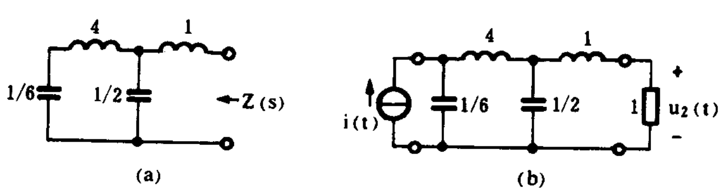


图 10.15 [例 10-5] 实现梯型综合之一

同理，可求得展开式

$$\frac{q(s)}{p(s)}=\cfrac{1}{s+\cfrac{1}{\cfrac{1}{2}s+\cfrac{1}{4s+\cfrac{1}{s/6}}}}$$

则得第二种梯型结构，如图 10.16 所示。

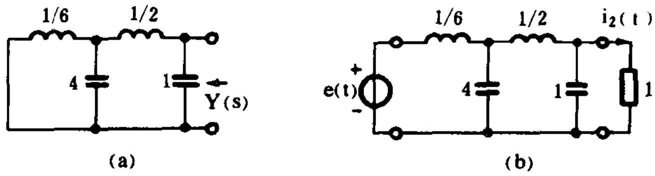


图 10.16 [例 10-5]实现梯型综合之二

以上在讨论无源四端网路综合过程，给定的系统函数分子是常数，分母是s的多项式，虽然这只是有理函数的特殊情况，但在实际中这种四端网路函数却经常用来设计频率选择模拟滤波器。如图10.13(b)所示的四端网路，它的系统函数可以表示为输出电压和输入电压之比，即

$$H(s)=\frac{I_2(s)\times 1}{E(s)}=\frac{V_o(s)}{V_i(s)}=\frac{1}{s^3+2s^2+2s+1}$$

因而其频率特性可由频域的系统函数来描述，即

$$H(\omega)=H(s)\Big|_{s=j\omega}=\frac{1}{(j\omega)^3+2(j\omega)^2+2j\omega+1}=\frac{1}{(1-2\omega^2)+j(2\omega-\omega^3)}$$

故得幅频特性表示式为

$$|H(\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+\omega^6}}$$

从第六章[例 6-21]所示的图 6.34(a)中可以看出，上述系统函数的幅频特性，当 $0<\omega<1$，输出电压幅度为 $\frac{1}{\sqrt{2}}<|H(\omega)|\leqslant 1$，当 $\omega>1$ 则随着频率的增加，输出幅度很快地衰减。所以由给定的 $H(s)$综合出图 10.13(b)所示的四端网路，是一类典型的模拟低通滤波器。可以说滤波器的设计是四端网路综合的典型应用。在工程实际中，往往根据需要给出频率特性为技术指标，通过寻求相应的系统函数，达到设计一个满足指标的系统。由于滤波器设计应用广泛，将在 10.4 节作系统的讨论。

*10.3 连续系统有源综合

有源系统是含有有源元件的系统，它是一种由无源元件和受控源组成的电路。有源综合就是用有源系统来实现给定的系统函数 $H(s)$。其优点是对系统函数不要求一定是正实函数，设计出来的系统不仅具有无源系统的特性而且具有放大作用，因而可以方便地调节输出电压的大小。特别是在实现过程可以不用电感，只用电阻、电容和有源元件，所以具有便于实现集成化，有利提高可靠性，减小体积，降低成本等优点而获得广泛应用。

这里所指的受控源实质上是一种比例元件。通常采用运算放大器作为电压源，它可以通过输入电压控制输出电压(电流)，也可以通过输入电流控制输出电压(电流)。运放以它高的输入

阻抗(1MΩ 以上),低的输出阻抗(小于 100Ω)以及高的开环增益使分析简便。若与无源元件适当组合可用作缓冲器,比例放大器(倍乘器),加法器、积分器和微分器等。

10.3.1 有源元件的分析

图 10.17(a)是一个运算放大器电路,图中 $Z_f(s)$ 是反馈运算阻抗。由于输入阻抗趋近无穷大,故有 $I_i(s)=0$, $I(s)=-I_f(s)$, $V_{i2}(s)=0$, $V_{i1}\approx 0$(虚地)

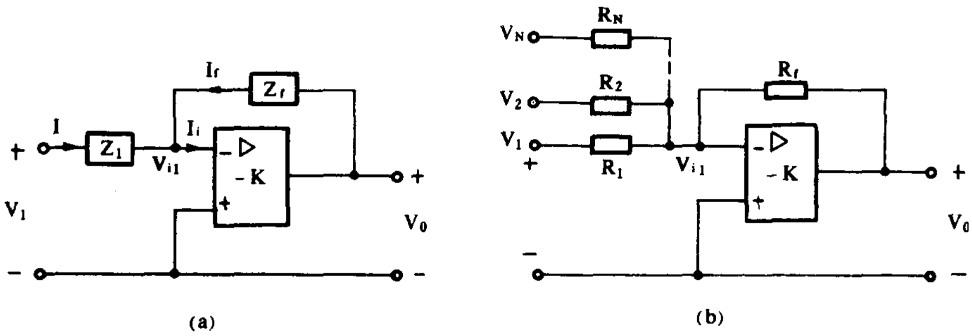


图 10.17 (a)运算放大器电路; (b)加法器

根据
$$\frac{V_1(s)-V_{i1}(s)}{Z_1(s)}=-\frac{V_o(s)-V_{i1}(s)}{Z_f(s)}$$

求得
$$H(s)=\frac{V_0(s)}{V_1(s)}=-\frac{Z_f(s)}{Z_1(s)} \tag{10.19}$$

(a) 当 $Z_1(s)=R_1$, $Z_f(s)=R_f$ 则

$$H(s)=-\frac{R_f}{R_1}=K \text{ 或 } y(t)=-\frac{R_f}{R_1}x(t) \tag{10.20}$$

设以 $x(t)$ 和 $y(t)$ 分别表示系统的输入和输出,则式(10.20)在时域又可表示为

$$y(t)=-\frac{R_f}{R_1}x(t)$$

这表明该运放电路构成一个反相放大器,其闭环增益是负值取决于 R_f与 R_1的比值,所以又称为比例放大器或倍乘器。若取 $R_f=R_1$, 则 $V_0(s)=-V_1(s)$ 所以是反相缓冲器,若需要正相且增益为正值,则输入电压 V_1应加在接地端,这时输入阻抗远比反相时大。

(b) 当 $Z_1(s)=R_1$, $Z_f(s)=\frac{1}{CS}$ 则

$$H(s)=-\frac{1}{R_1C}\cdot\frac{1}{s} \text{ 或 } y(t)=-\frac{1}{R_1C}\int_0^t x(\tau)d\tau \tag{10.21}$$

是一个积分器,如图 6.7(a) 所示。

(c) 当 $Z_1(s)=\frac{1}{CS}$, $Z_f(s)=R_f$则

$$H(s)=-R_fCS \text{ 或 } y(t)=-R_fC\frac{dx(t)}{dt} \tag{10.22}$$

是一个微分器,如图 6.7(b)所示。由于微分器对高频噪声有很强的放大作用,同时该电路稳定性差,所以在实际中很少使用。

(d) 当 $Z_1(s)$是由一系列电阻相并联,如图 10.17(b)所示,则有

$$\frac{V_1(s)}{R_1}+\frac{V_2(s)}{R_1}+\cdots+\frac{V_N(s)}{R_N}=-\frac{V_0}{R_f}$$

故得
$$V_0=-R_f\left[\frac{V_1(s)}{R_1}+\frac{V_2(s)}{R_2}+\cdots+\frac{V_N(s)}{R_N}\right] \tag{10.23}$$

上式表示输出电压是输入电压的加权和。当取 $R_1=R_2=\cdots=R_N=R_f$，则 $V_0=-[V_1(s)+V_2(s)+\cdots+V_N(s)]$，所以该运放电路是一个加法器。

(e) 密勒效应(Miller effect)

从图 10.18(a)求得运算阻抗 $Z(s)$ 两端电压为

$$V_1(s)-V_0(s)=V_1(s)+KV_1(s) \qquad K\text{ 为运放的闭环增益}$$

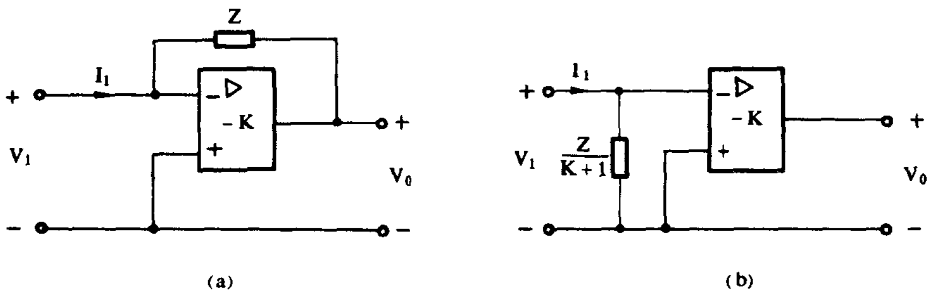


图 10.18 密勒效应(b)图是(a)图的等效电路

故有
$$V_1(s)(K+1)=I_1(s)Z(s)$$
$$\frac{V_1(s)}{I_1(s)}=\frac{1}{K+1}\cdot Z(s) \tag{10.24}$$

上式表明(a)图的反馈阻抗 $Z(s)$ 若用(b)图的并联阻抗 $Z(s)/(K+1)$ 替代，则其端部特性不变，这就是密勒效应。密勒效应可用来变换元件的参数且便于分析。如 $Z(s)=R$ 则(b)图的并联电阻等于 $R/(K+1)$。同理，若 $Z(s)=1/(Cs)$ 则等效于在运放输入端并联上电容 $(K+1)C$。

10.3.2 有源系统的构成

已知一个 LTI 连续系统的数学模型是线性常系数微分方程，它在 s 域的系统函数是 s 的多项式，设

$$H_1(s)=b_0+b_1s+b_2s^2$$

或写成
$$Y_1(s)=(b_0+b_1s+b_2s^2)X_1(s)$$

式中 b_0、b_1、b_2是常数，由系统元件参数决定。可见要实现上面的运算，系统可以由倍乘器、微分器及加法器组合而成，如图 10.19(a)所示。

同理，已知
$$H_2(s)=\frac{1}{a_0+a_1s+a_2s^2}$$

或写成
$$Y_2(s)=\frac{1}{a_0}[X_2(s)-a_1sY_2(s)-a_2s^2Y_2(s)]$$

对一般系统函数通常是有理函数可写成

$$H(s)=\frac{b_0+b_1s+b_2s^2}{a_0+a_1s+a_2s^2}=H_1(s)\cdot H_2(s)=H_2(s)\cdot H_1(s) \tag{10.25}$$

可以看出，$H(s)$是由上述系统 $H_1(s)$ 与系统 $H_2(s)$ 级联而成如图 10.20 所示。

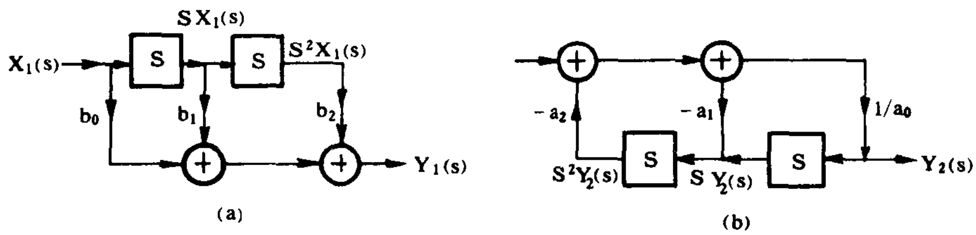


图 10.19 有源系统构成的方框图

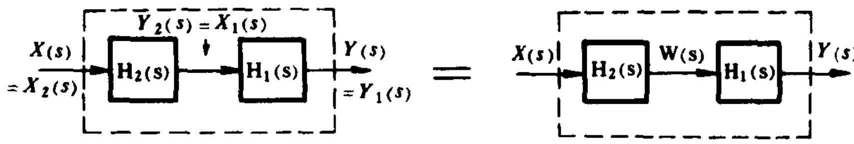


图 10.20 两个系统级联构成一个系统

所以有
$$H(s)=\frac{W(s)}{X(s)}\cdot\frac{Y(s)}{W(s)}=H_2(s)\cdot H_1(s)$$

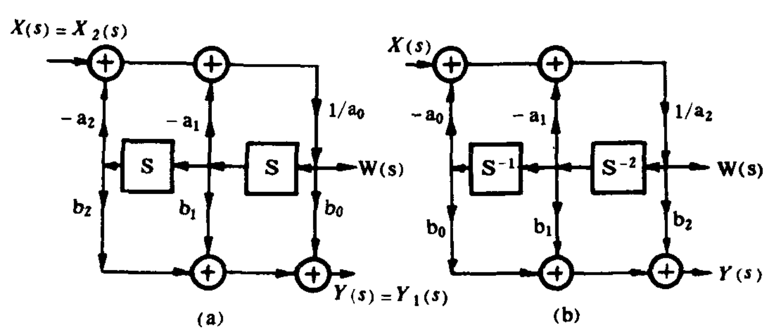
$$W(s)=\frac{1}{a_0}[X(s)-a_1sW(s)-a_2s^2W(s)],\ Y(s)=(b_0+b_1s+b_2s^2)W(s)$$

其完整的方框图如图 10.21(a)所示。由于式(10.25)可以改写成 s 负幂次的多项式，即

$$H(s)=\frac{b_0s^{-2}+b_1s^{-1}+b_2}{a_0s^{-2}+a_1s^{-1}+a_2}=\frac{W(s)}{X(s)}\cdot\frac{Y(s)}{W(s)} \tag{10.26}$$

式中
$$\frac{W(s)}{X(s)}=\frac{1}{a_0s^{-2}+a_1s^{-1}+a_2},\ \frac{Y(s)}{W(s)}=b_0s^{-2}+b_1s^{-1}+b_2$$

所以 $H(s)$ 在实际中经常用倍乘器、积分器和加法器的组合来实现，如图 10.21(b)所示。这样可以避免因采用微分器对系统造成不良的影响。



(a)含微分器； (b)含积分器

图 10.21 典型有源系统构成的方框图

以上为二阶结构的基本形式，对于较复杂的高阶系统函数则可以把它分解为一系列二阶

和一阶系统级联或并联的组合。

10.3.3 有源系统的实现

通过上节讨论知道，有源系统基本上是由倍乘器、加法器和积分器等有源器件经适当组合而成的。因而可以采用图 10.17 所示的运放电路代入系统构成方框图中的相应部分来实现，也可以利用模拟计算机来仿真。本节将采用级联综合的方法将给定的系统函数分解成若干低阶(三阶以下)子系统，然后每一子系统用具有电压源输入的无源四端网路来实现。如图 10.22 所示，图中闭环增益等于 K 的运算放大器，由于输入阻抗很大输出阻抗很小，主要起着隔离相邻子系统的缓冲作用。如果子系统的系统函数表现为电压比，则跟随的缓冲器是压控电压源；如果系统函数表现为输出电流与输入电压之比，则跟随的缓冲器为流控电压源。高阶有源系统的综合，采用若干低阶电路链接的结构形式，除了上述优点外，还由于低阶受元件误差及温度等的影响小，工作稳定、便于综合。

【例 10-6】 给定系统函数

$$H(s)=\frac{K^2\omega_c^3}{(s+\omega_0)(s^2+\omega_c s+\omega_c^2)}$$

试通过有源综合，实现该系统函数

图 10.22 无源四端网路

【解】 将 $H(s)$ 分解为一阶与二阶相级联的系统，得

$$H(s)=\frac{-K\omega_c}{s+\omega_c}\cdot\frac{-K\omega_c^2}{s^2+\omega_c s+\omega_c^2}=H_1(s)\cdot H_2(s)$$

设图 10.23(a)是该系统的构成电路，利用密勒效应从等效电路图(b)求得

$$H_1(s)=\frac{V_{i1}(s)}{V_1(s)}\cdot\frac{V_2(s)}{V_{i1}(s)}=\frac{\dfrac{1}{c_1(K+1)s}}{R_1+\dfrac{1}{c_1(K+1)s}}\cdot(-K)=-\frac{K\omega_c}{s+\omega_c},\ \omega_c=\frac{1}{R_1C_1(K+1)}$$

设要求 $K=2$，$\omega_c=10^3$ rad/s，则选取 $R_1=10\text{k}\Omega$ 求得

$$c_1=\frac{1}{\omega_c R_1(K+1)}=0.033\mu\text{F}$$

同理，从图 10.23(b)可求得第二个子系统的系统函数

$$H_2(s)=\frac{V_{i2}(s)}{V_2(s)}\cdot\frac{V_o(s)}{V_{i2}(s)}=\frac{-K\omega_c^2}{s^2+\omega_c s+\omega_c^2}$$

式中 $$\omega_c=\frac{R_2}{L},\qquad \omega_c^2=\frac{1}{LC_2(K+1)}$$

按题意若要求 $K=2$ $\omega_c=10^3$rad/s，则选取 $R_2=50\Omega$，求得

$$L=R_2/\omega_c=50\text{mH},\qquad c_2=\frac{1}{\omega_c^2L(K+1)}=6.6\mu\text{F}$$

从上例可见，对二阶系统通常采用二个储能元件，为了避免使用电感便于实现集成化，同时克服低频时因制作大电感量元件所带来的种种问题，所以实际中基本上采用 R—C 元件和运放来实现有源综合。特别对有源模拟滤波器的设计，选用最多的是基于 Sallen-Key 滤波器的电路组态，如图 10.24 所示，其优点是元件数少，增益较高和特性易于调节。图中 K 表示正相运放的增益，$V_2=KV_i$。从 A 点按电流定律列得节点方程为