

大学物理实验

电磁学部分

云南师范大学 重庆师范学院

南充师范学院 四川师范大学

西南师范大学 云南民族学院

西南民族学院

合 编

西南师范大学出版社

大学物理实验

电磁学部分

大学物理实验（电磁学部分）

西南七所高等院校合编

西南师范大学出版社出版

（重庆 北碚）

新书书店重庆发行所经销

西南师范大学出版社印刷厂印刷

开本：787×1092 1/16 印张：10.5 字数：259千

1990年9月 第一版 1990年9月 第1次印刷

印数：1—5,200

ISBN 7-5621-9446-8/O·33

定价：3.40元

前 言

本书是由西南地区高师函授协作会组织西南七所高校，根据高等院校（综合大学和高等师范大学）普通物理实验教学大纲（1988年订），在七所院校多年使用的物理实验讲义的基础上，参考了各兄弟院校出版的物理实验教材，结合多层次高等教育的特点编写而成。可作为高等院校物理专业全日制本科、专科，函授本科、专科开设普通物理电磁学实验课的教材，也可供职工业余大学、夜大学等选用，并可作其它高等院校非物理专业的物理实验教学和实验技术人员的参考书。

全书共选编了三十四实验，大部分是一些基础的典型性实验。对于每个实验，力求将实验原理和测量技术叙述清楚。在实验仪器选型方面，照顾了多数院校的现状，适用面广。有的实验可采用不同的仪器进行测量，使兄弟院校可以结合本校的设备和条件安排实验，有更多的选择余地。对内容较多的实验，一般分成独立的几部分，供学生选做或分次做，有较大的灵活性。另外还选编了一部分设计性实验，使学生通过查阅资料及实践，获得实验设计能力。每个实验都有一定量的思考题，供学生在实验前后思考与回答，以加深对实验原理、方法、仪器使用以及数据处理等有关问题的理解。本书编写的实验较多，各校可视具体情况，按照不同层次的要求，对实验内容作出合理和可行性选择。

参加本书编写的有云南师范大学、重庆师范学院、南充师范学院、四川师范大学、西南师范大学、云南民族学院和西南民族学院。具体分工如下：云南师范大学田重阳编写绪论和实验二十八，丁丽芬写实验八、三、十，尚鹤岭写实验二十五、二十九。丁丽芬与尚鹤岭合写实验二十三；重庆师范学院顾长鑫写实验一，曹璞写实验二、六、九，熊开碧写实验五；南充师范学院刁才文写实验十、十一；任维义写实验十三、十七，李家烈写实验十四、十五；四川师范大学李旭写实验四、十六，潘宇军写实验十二，陈纲写实验十八，蹇继勋写实验二十一，肖建华写实验二十二，孙威立写实验三十一；西南师范大学蒲培林写实验二十、三十二、三十三、三十四；云南民族学院段一飞写实验二十四、二十六，吴红与段一飞合写实验七、二十七；西南民族学院王家骥写实验三，遆晋庄写实验十九。

本书最后由云南师范大学丁丽芬、尚鹤岭统稿并负责主审；重庆师范学院曹璞、南充师范学院刁才文、四川师范大学李旭、西南师范大学蒲培

目 录

绪 论

§1. 实验误差	(1)
§2. 用最小二乘法处理数据	(4)
§3. 电磁学实验基本知识	(10)
实验1 伏安法测电阻	(23)
实验2 电表的扩程与校准	(26)
实验3A 万用电表设计和安装	(29)
实验3B 万用电表的使用	(38)
实验4 模拟法测绘静电场	(41)
实验5 等偏法测定灵敏电流计常数和内阻	(43)
实验6 用单臂电桥测量电阻	(49)
实验7 用双臂电桥测量低电阻	(54)
实验8 补偿法测电动势	(58)
实验9 用箱式电位差计校准电表	(61)
实验10 热电偶的校准	(64)
实验11 热电阻的校准	(69)
实验12 用霍尔元件测量磁场	(73)
实验13 冲击电流计特性研究	(76)
实验14 用冲击电流计测电容	(82)
实验15 用冲击电流计测高电阻	(83)
实验16 螺线管磁场的测定	(85)
实验17 磁化曲线和磁滞回线的测定	(88)
实验18 感应法测绘圆线圈的磁场	(92)
实验19 学习使用示波器	(98)
实验20 用示波器观测磁滞回线	(104)
实验21 电子射线的聚焦	(107)
实验22 电子射线的偏转	(112)
实验23 交流电桥	(116)
实验24 RLC串联电路的暂态特性	(121)
实验25 RLC电路的稳态特性	(127)
实验26 RLC串联电路的谐振现象	(133)
实验27 交流电功率的测量	(136)

实验28	用交流电压表、电流表和功率表测量电感和电容.....	(141)
实验29	电流补偿.....	(144)
实验30	电介质相对介电常数的测定.....	(146)
实验31	密立根油滴实验.....	(149)
实验32	地磁场的测量.....	(153)
实验33	非平衡测温电桥的设计与定标.....	(155)
实验34	磁致伸缩系数的测量.....	(158)
主要参考书	(163)

绪 论

§1 实验误差

在力学实验中，已经研究了测量和测量误差的一些基本概念。物理量本身客观上具有的真实大小，称为真值。在测量中，由于受到仪器准确度、实验条件和实验者生理反应能力、实验操作水平等因素的影响，由测量确定的物理量的量值是一种近似值，即测量值与真值之间存在差异。据最小二乘法原理，最佳的近似值是算术平均值。一般把测量值与真值之差称为误差，而把测量值与算术平均值之差称为偏差或残差。

误差按其性质可分为三类：系统误差、偶然误差和粗差。粗差是违反实验规律，明显歪曲实验结果的误差，应予剔除；偶然误差是一种服从统计规律的误差，其主要特征表现为随机性，即误差的数值和符号都是随机变化的。这种误差既无法消除，也难以估量，只能用误差出现的几率来表示。偶然误差的表示方法有多种，其中最常用的是标准误差。系统误差则是一种在测量数值和符号保持不变或按确定规律变化的误差，它的大小反映了测量结果与真值之间的偏离程度，如图0—1所示。图中 x_0 为待测物理量的真值， \bar{x} 为算术平均值 Δ 为系统误差。由图可见， Δ 越小，测量准确度就越高。为了得到比较准确的测量结果，实验中必须尽可能想法消除系统误差。

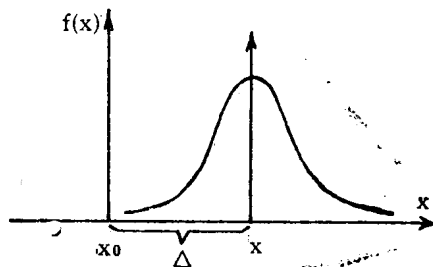


图0—1

●1. 系统误差的来源和消除方法 电磁学实验一般都是组合实验，系统误差比较突出。下面对电磁测量中系统误差的主要来源和消除（或减少）的常用方法作一些介绍。

●（1）理论或方法误差 这是由于实验理论或实验方法不完善而引起的误差。如伏安法测电阻中，电表内阻对测量结果的影响就是这类误差，可根据待测电阻的大小选择适当的测量线路（电流表内接或外接）以减少误差，也可用电表内阻进行适当修正。

●（2）仪器、量具误差 这是因设计、结构和工艺上不完善，制作中存在公差等原因，使仪器、量具的结构参数发生变化，引起示值和实际值之间的差异，是所有仪器量具都具有的误差。标准量具准确度虽然很高，但仍然是有限的，同样有误差。这类误差可用引入修正值的方法加以消除，例如用电位差计校准毫伏表，当用毫伏表测量某一电压时，读数为 $U=90.00\text{ mV}$ ；而用电位差计测量同一电压，读数为 $U_s=90.01\text{ mV}$ (U_s 为实际值)，则系统误差 $\Delta U=U-U_s=-0.01\text{ mV}$ ，修正值 $C_U=-\Delta U=0.01\text{ mV}$ 。所以毫伏表的准确读数，即被测电压的实际值应为

$$\text{实际值} = \text{示值} + \text{修正值} = 90.00 + 0.01 = 90.01\text{ mV}.$$

●(3) 装置误差 这是由于实验装置的设计、安装和调整不当而引起的误差,可采用适当的测量方法,或消除产生误差的原因而消除(或减小)误差。

●a、仪器指针未指零刻度,测量中即产生零值误差,可采用以下方法消除: ●(a)使用前检查并调整好零点; ●(b)使用换向开关减小电桥、灵敏电流计等实验中因检流计零点不准引起的误差; ●(c)加修正值。如用游标卡尺测量长度时,先检查零点并记下零读数(即零值误差),以便对测量结果进行修正。

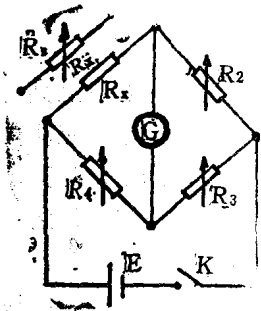


图0-2

●b、满足仪表正常工作条件(表盘上标明)即可消除因工作条件不符合引起的误差(不包含基本误差)。

●c、采用交换法,取两次测量值的算术平均值或几何平均值作为测量结果,可消除天平不等臂和电桥比例臂不准引起的误差。

●d、用替代法(也称置换法)可消除测量系统的误差,如惠斯登电桥测电阻,电路如图0-2所示,当调节电桥平衡时

$$R_x = \frac{R_4}{R_3} R_2$$

用标准电阻箱 R_5 替换待测电阻 R_x , 保持 R_2 、 R_3 、 R_4 不变, 调节 R_5 使电桥再次平衡, 则 $R_x = R_5$, 这时测量结果与 R_2 、 R_3 、 R_4 无关, 即测量系统的误差不会带给测量结果, 测量误差的大小仅由标准电阻箱 R_5 的准确度决定。

●e、读数误差 ●(a)用内插法可以减小调节细度不够引起的误差。如用惠斯登电桥测电阻时, 作为比较臂用的电阻箱最低档(步进电阻为 R_m) 置于第 n 个位置时, 检流计偏离零点 a_1 格; 置于第 $n+1$ 个位置时, 检流计偏向另一边 a_2 格, 则检流计指零时电阻箱最低档的读数应为

$$R = nR_m + \frac{a_1}{a_1 + a_2} R_m = R_m \left(n + \frac{a_1}{a_1 + a_2} \right)$$

●(b)平衡指示器的读数机构不完善, 如光标不够亮, 光标中的暗线不清晰, 刻度尺刻线不清晰等都会引起误差。适当提高灵敏度可消除(或减小)这类误差。

●f、实验装置灵敏度限制引起的误差。灵敏度是指测量装置感觉待测量微小变化的能力。灵敏度越高, 可以感觉的变化越微小, 但微小程度是有限度的, 这个限度就是灵敏度阈(一般把不能引起仪器示值可见变化的待测量变化的大小称为灵敏度阈)。当待测量的变化小于灵敏度阈时, 实验装置就不能测出, 因而测量误差就被限制在这个阈值范围, 不能再减小。由于实验装置灵敏度的限制而引起的误差为

$$\Delta_K = \frac{\Delta a}{S_K}$$

式中, Δa 为人眼能分辨的最小刻度(一般取 0.2 mm), S_K 为实验装置的灵敏度。例如, 电位差计的灵敏度定义为 $S = \frac{\Delta a}{\Delta E}$, 当测量未知电动势时, 由于灵敏度的限制而造成的误差为

$$\Delta E = \frac{\Delta a}{S}$$

提高灵敏度可以减小测量误差，但过高的灵敏度会导致调节平衡的困难。因此，灵敏度大小要与测量准确度的要求相适应。

●g、在直流电路中，当工作电流流经不同材料组成的联接点（包括焊、插接点等）时会产生温升，其它热源（如日照、人手等）作用到这些联接点时也会产生温差，因而产生寄生热电势。取改变电流方向前后两次测量结果的平均值可消除由寄生热电势引起的误差。

●（4）环境误差 这类误差是因外界环境（如温度、湿度、光照和电磁场等）的影响产生的。一般从分析误差来源入手，消除产生误差的各种因素，如保持环境稳定，对干扰采取隔离措施等，以尽量减少误差。

●（5）个人误差 这是由实验者感觉器官和生理反应能力的限制而引起的误差。如按秒表有人总是快，有人总是慢；有人读数总是偏离刻度等。通过实践训练，不断提高和改进个人的实验技能，可以有效地减小（或消除）这类误差。

综上所述，系统误差产生的原因是多方面的。发现系统误差，取决于实验者的理论水平、实践经验和分析判断能力。消除系统误差，没有万应良方，只能针对产生系统误差的原因采用不同方法，在可能条件下尽量使之减小（甚至消除）。有关系统误差的详述，请参阅有关书籍。

●2、消除系统误差的准则 系统误差的“消除”是一个相对的概念。所谓“消除”，只是相对总误差而言，使系统误差小到可以忽略的程度而已。在一定程度要求下可以忽略的系统误差，当测量精度提高以后，又成为不可忽略的了。一般情况下，当系统误差 Δ 不超过测量总误差绝对值 $|\Delta x|$ 末位一个单位的一半时，即可忽略。若 Δx 保留一位有效数字，则系统误差 Δ 可忽略的准则为

$$|\Delta| < 0.05 |\Delta x|$$

若 Δx 保留两位有效数字， Δ 可忽略的准则为

$$|\Delta| < 0.005 |\Delta x|$$

●3、误差的合成 对残余系统误差（指不能忽略的系统误差），一般分为两类考虑：即已经确定的系统误差和未定的系统误差。前者指系统误差的大小和符号均为已知，在测量结果中可以修正；后者指系统误差的大小和符号尚未确定，仅能估计其极限值，称为系统不确定度。例如，仪器引用误差就是未定的系统误差，按照引用误差公式计算出来的误差不能给出确定的大小和符号，仅只是一个误差范围，即系统不确定度（或误差限）。

误差合成（或称误差综合、误差总合）是一个相当复杂的问题。合成方法比较多，目前还存在一些不同观点。考虑到估计误差的目的，一是要对各个测量值进行比较，寻找产生误差的原因，以便提高测量精度；二是掌握测量值的可靠程度，以确定测量值的应用价值。因此，不必勉强将各类误差都合成一个数值，只要把它们分别列出即可。根据这样的原则，可将误差合成 Δx （即测量总误差）表示为

$$\Delta x = \Delta_1 \pm (v + e)$$

式中， Δ_1 为已定系统误差， v 为偶然误差， e 为系统不确定度。由此，可进一步把测量结果表示为

- 关于合成的详述，可参阅毛英泰主编《误差理论与精度分析》一书的有关部分。

$$x = \bar{x} \pm \Delta x = \bar{x} \pm \Delta_1 \pm (\nu + e).$$

§2 用最小二乘法处理数据

回归法是用数理统计的方法处理变量之间关系的一种数学方法。它能直接根据实验数据确定变量之间是否存在相关关系。如果存在，就能找出相应的数学表达式——回归方程。因此，回归问题实质上就是寻求经验公式的问题，其优点是理论上比较严格，函数形式确定后，结果是唯一的，不会因人而异。最小二乘法是回归分析中最常应用的一种，其根据是最小二乘法原理。

●1. 用最小二乘法进行一元回归

●(1) 回归方程 两个变量在等精度条件下独立测量 n 次，得到一组数据 $(X_i, Y_i; i=1, 2, \dots, n)$ ，如果 X 、 Y 之间有线性关系，则其函数形式可写成

$$Y = A_0 + B_0 X \quad (0-1)$$

上式即为回归方程。式中 A_0 为直线截距， B_0 为斜率。只要 A_0 、 B_0 确定， Y 和 X 的关系就唯一地确定。所以，一元回归本质上就是由实验数据确定截距 A_0 与斜率 B_0 的问题。

A_0 、 B_0 确定后，如果测量没有误差，把 $(X_i, Y_i; i=1, 2, \dots, n)$ 代入 (0-1) 式，方程左右两边必然相等。但实际上，测量总伴随有误差，一般把测量误差小的变量 X 作为自变量，并认为其误差可以忽略，仅考虑变量 Y 的误差。然后，把测量值 $(X_i, Y_i; i=1, 2, \dots, n)$ 与回归拟合值 \hat{Y}_i 进行比较，得到

$$\left. \begin{aligned} Y_1 - \hat{Y}_1 &= Y_1 - (A_0 + B_0 X_1) = \nu_1 \\ Y_2 - \hat{Y}_2 &= Y_2 - (A_0 + B_0 X_2) = \nu_2 \\ &\dots\dots \\ Y_n - \hat{Y}_n &= Y_n - (A_0 + B_0 X_n) = \nu_n \end{aligned} \right\} \quad (0-2)$$

A_0 、 B_0 为何值时，才能使回归方程 $Y_i = A_0 + B_0 X_i$ 较好地反映 Y_i 与 X_i 的线性关系呢？根据最小二乘法原理，当测量值 Y_i 与回归拟合值 \hat{Y}_i 的偏差的平方和为最小，即

$$\sum_{i=1}^n \nu_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - A_0 - B_0 X_i)^2 \quad (0-3)$$

为最小时，所求得的 A_0 、 B_0 值即为最佳值，此时 Y_i 与 \hat{Y}_i 之间为最佳拟合

为了求 $\sum_{i=1}^n \nu_i^2$ 的最小值，可把 A_0 、 B_0 看成变量，对 (0-3) 式求 A_0 、 B_0 的偏微商，并

令其等于零，得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial A_0} \left(\sum_{i=1}^n \nu_i^2 \right) &= -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - A_0 - B_0 X_i) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial B_0} \left(\sum_{i=1}^n \nu_i^2 \right) &= -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - A_0 - B_0 X_i) X_i = 0 \end{aligned} \right\} \quad (0-4)$$

要求的 A_e 、 B_e 即为该方程组的解。由此得

$$B_e = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \quad (0-5)$$

$$A_e = \bar{Y} - B_e \bar{X} \quad (0-6)$$

式中

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) \quad (0-7)$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (0-8)$$

$$Y = \sum_{i=1}^n Y_i / n \quad \bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n \quad (0-9)$$

进一步求 $\sum_{i=1}^n v_i^2$ 对 A_e 、 B_e 的二阶微商得知大于零，因此，式 (0-5)、(0-6) 给

出的 A_e 、 B_e ，对应于 $\sum_{i=1}^n v_i^2$ 的极小值。于是拟合的回归直线方程 $Y = A_e + B_e X$ 被唯一地

确定，而且由 (0-6) 式知，该直线必然通过 (\bar{X}, \bar{Y}) 这一点，这个结论提供了用作图法处理数据时联线的依据。

● (2) 相关系数 为检验拟合直线反映变量 X 与 Y 之间线性关系的密切程度，常用相关系数 R_e 作定量的描述。一元线性回归的相关系数定义为

$$R_e = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} \cdot S_{yy}}} \quad (0-9')$$

式中 $S_{yy} = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$ 。由 (0-5) 与 (0-9') 式可见，相关系

数 R_e 与回归方程的斜率 B_e 同号。当 $R_e > 0$ 时， $B_e > 0$ ，回归直线的斜率为正，称为正相关；当 $R_e < 0$ 时， $B_e < 0$ ，回归直线的斜率为负，称为负相关。可以证明， $|R_e| \leq 1$ 。 R_e 的值越接近 1，说明 X 和 Y 的线性关系越好，数据点越能集中分布在回归直线附近 (图 0-3)；相反， R_e 值接近零时，数据点相对于回归直线很分散 (图 0-4)，可以认为 Y 与 X 线性无关，不能用回归直线拟合。

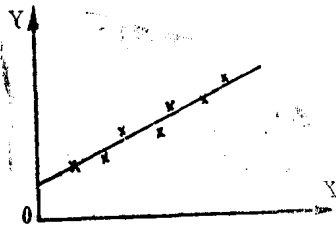


图0-3

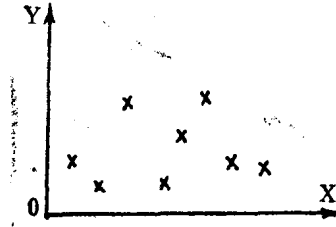


图0-4

统计计算表明：若 $|R_s| < R_{so}$ ，再用回归方程就无意义了。只有当 $|R_s| \geq R_{so}$ 时，才可以用回归方程表示变量 X 与 Y 之间的线性关系。 R_{so} 称为相关系数 R_s 的起码值，可由相关系数检验表 0-1 中查到。

表 0-1

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11
R_{so}	1.000	0.990	0.959	0.917	0.874	0.834	0.798	0.765	0.735
n	12	13	14	15	16	17	18	19	20
R_{so}	0.708	0.684	0.661	0.641	0.623	0.606	0.590	0.575	0.561

● (3) 单个测量值的标准偏差 可以证明，单个测量值的标准偏差（即剩余标准差）为

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{(1-R_s^2)S_{yy}}{n-2}} \quad (0-10)$$

式中， $(n-2)$ 称为一元线性回归的自由度， σ_y 的大小反映了回归直线的精度或“宽度”。对任一 X_i ，对应有 Y_i 落在两条平行直线

$$Y' = A_s + B_s X - m\sigma_y$$

和 $Y'' = A_s + B_s X + m\sigma_y$

之间的概率值：

当 $m=1$ 时	为 68.3%
$m=2$ 时	95.4%
$m=3$ 时	99.7%

如图 0-5 所示。

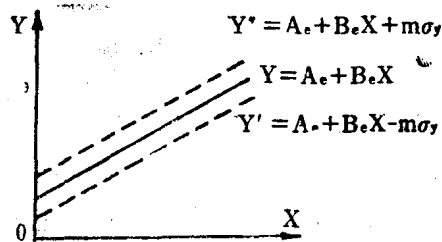


图0-5

● (4) 回归系数 A_s 、 B_s 的标准偏差 由误差传递公式可以导出 A_s 、 B_s 的标准差为

$$\sigma_{A_s} = \sigma_{B_s} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}} \quad (0-11)$$

$$\sigma_{B_s} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{S_{XX}}} \quad (0-12)$$

式(0—12)表明, 回归线斜率 B_e 的标准差不仅与 Y 的标准差有关, 还取决于自变量 X 的分散程度. 如 X 比较分散, 则 S_{XX} 大, σ_{B_e} 就小, B_e 值比较精密; 反之, 如 X 的值集中在一个小范围内, 则 S_{XX} 小, σ_{B_e} 就大, B_e 值不会精密. 因此, 想用回归直线拟合的数据, X_i 取值不要太集中, 以分散些为好.

由(0—5), (0—10)和(0—11), 可得到回归系数 B_e 的相对偏差为

$$\frac{\sigma_{B_e}}{B_e} = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{R_e^2} - 1\right)}{n-2}} \quad (0-13)$$

上式表明了 σ_{B_e} 与相关系数 R_e 的关系. 由 R_e 可直接求出 σ_{B_e} .

由式(0—11)可知, 斜率 B_e 的偏差直接影响截距 A_e . A_e 不仅与 X 的分散程度和 Y 的精度有关, 还与数据个数 n 有关. 数据越多, X 值越分散, A_e 值就越精密.

●2. 能化成线性回归的一元非线性回归

实际测量中, 两个变量 X, Y 之间为线性关系的情况不多, 经常遇到的是非线性情况. 对非线性问题, 只需稍加变换, 引入两个新的变量, 就可以化为线性问题而进行线性回归. 例如, 对函数形式为 $y = ax^b$ 的非线性回归, 将等号两边取对数得

$$\ln y = \ln a + b \ln x$$

含 $Y = \ln y, X = \ln x, A_e = \ln a, B_e = b$.

则得 $Y = A_e + B_e X$

这样就把非线性问题转化为线性回归问题. 类似这样的情况很多, 例如:

●(1) $y = ab^x$, (a, b 为常量)

取对数得 $\ln y = \ln a + x \ln b$

则 $Y = \ln y, X = x, A_e = \ln a, B_e = \ln b$;

●(2) $y = ae^{-bx}$, (a, b 为常量)

则 $\ln y = \ln a - bx$

故 $Y = \ln y, X = x, A_e = \ln a, B_e = -b$;

●(3) $y = ae^{-b/x}$, (a, b 为常量)

则 $\ln y = \ln a - b \frac{1}{x}$

故 $Y = \ln y, X = \frac{1}{x}, A_e = \ln a, B_e = -b$;

●(4) $y = a \left(\frac{b}{a}\right)^{x/c}$, (a, b, c 为常量)

则 $\ln y = \ln a + \frac{x}{c} \ln \left(\frac{b}{a}\right)$

故 $Y = \ln y, X = \frac{x}{c}, A_e = \ln a, B_e = \ln \frac{b}{a}$;

●(5) $y = ax^b$, ($b > 0$),

则 $\ln y = \ln a + b \ln x$

$$Y = \ln y, X = \ln x, A_e = \ln a, B_e = b$$

(或者 $Y = y, X = x^b, A_e = 0, B_e = a$)

●3. 用最小二乘法进行二元线性回归

如果 X_1, X_2 是两个独立变量, 而 Y 随 X_1, X_2 变化, 则它们的关系可用函数形式表示为

$$Y = A_e + B_{e1}X_1 + B_{e2}X_2 \quad (0-14)$$

由测得的 n 组数据 ($X_{1i}, X_{2i}, Y_i; i=1, 2, \dots, n$) 去拟合 (0-14) 式, 即为二元线性回归的问题. 与一元回归相同, 二元回归中也只考虑因变量 Y_i 的测量误差, 然后根据最小二乘法原理去拟合回归方程 (0-14) 式, 使其在 Y 方向的偏差的平方和

$$\sum_{i=1}^n v_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - A_e - B_{e1}X_{1i} - B_{e2}X_{2i})^2 \quad (0-15)$$

最小. 为此, 将上式对 A_e, B_{e1}, B_{e2} 求偏微商, 令其等于零, 得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial A_e} \left(\sum_{i=1}^n v_i^2 \right) &= -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - A_e - B_{e1}X_{1i} - B_{e2}X_{2i}) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial B_{e1}} \left(\sum_{i=1}^n v_i^2 \right) &= -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - A_e - B_{e1}X_{1i} - B_{e2}X_{2i})X_{1i} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial B_{e2}} \left(\sum_{i=1}^n v_i^2 \right) &= -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - A_e - B_{e1}X_{1i} - B_{e2}X_{2i})X_{2i} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (0-16)$$

解方程组 (0-16)

$$A_e = \bar{Y} - B_{e1}\bar{X}_1 - B_{e2}\bar{X}_2 \quad (0-17)$$

$$B_{e1} = \frac{S_{1y}S_{22} - S_{2y}S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \quad (0-18)$$

$$B_{e2} = \frac{S_{2y}S_{11} - S_{1y}S_{21}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \quad (0-19)$$

式中

$$S_{11} = \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_{1i} \right)^2}{n} = \sum_{i=1}^n (X_{1i} - \bar{X}_1)^2$$

$$S_{12} = S_{21} = \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i} - \frac{\sum_{i=1}^n X_{1i} \sum_{i=1}^n X_{2i}}{n} = \sum_{i=1}^n (X_{1i} - \bar{X}_1)(X_{2i} - \bar{X}_2)$$

$$S_{22} = \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_{2i} \right)^2}{n} = \sum_{i=1}^n (X_{2i} - \bar{X}_2)^2$$

$$S_{1y} = \sum_{i=1}^n X_{1i} Y_i - \frac{\sum_{i=1}^n X_{1i} \sum_{i=1}^n Y_i}{n} = \sum_{i=1}^n (X_{1i} - \bar{X}_1)(Y_i - \bar{Y})$$

$$S_{2y} = \sum_{i=1}^n X_{2i} Y_i - \frac{\sum_{i=1}^n X_{2i} \sum_{i=1}^n Y_i}{n} = \sum_{i=1}^n (X_{2i} - \bar{X}_2)(Y_i - \bar{Y})$$

进一步求 $\sum_{i=1}^n v_i^2$ 对 A_e 、 B_{e1} 和 B_{e2} 的二阶微商得知大于零。因此，(0—17) 至 (0—19) 给

出的 A_e 、 B_{e1} 和 B_{e2} 的值对应于 $\sum_{i=1}^n v_i^2$ 的极小值。于是得到最佳拟合直线 $Y = A_e + B_{e1}X_1 + B_{e2}X_2$ 。

与一元回归类似，相关系数

$$R_e = \sqrt{\frac{B_{e1}S_{1y} + B_{e2}S_{2y}}{S_{yy}}}$$

用来描述变量 Y 与 X_1 、 X_2 之间线性关系的密切程度，式中

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{n} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$$

单个测量值 Y_i 的标准偏差

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-3}} = \sqrt{\frac{(1-R_e^2)S_{yy}}{n-3}}$$

式中， $(n-3)$ 称为二元线性回归的自由度。回归系数 A_e 、 B_{e1} 和 B_{e2} 的标准差为

$$\sigma_{A_e} = \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}_1^2 S_{22}}{S_{22}S_{11} - S_{12}^2} + \frac{\bar{X}_2^2 S_{11}}{S_{22}S_{11} - S_{12}^2}}$$

$$\sigma_{B_{e1}} = \sqrt{\frac{S_{22}}{S_{22}S_{11} - S_{12}^2}} \sigma_y$$

$$\sigma_{B_{e2}} = \sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}S_{11} - S_{12}^2}} \sigma_y$$

§3 电磁学实验基本知识

●1. 电磁基本测量方法 电磁量的测量与其它物理量的测量一样，可以用不同的方法实现。通常将测量方法分为直接测量、间接测量和组合测量三类。从测量过程看，又可将电磁量的测量方法分为直读测量法和比较测量法两类。

●(1) 直读测量法 直读测量法是根据一个或多个仪表的读数，直接判断、确定被测量的大小的测量方法。例如，用电流表测量电流，用伏安法测量电阻，用功率表测量电功率等，都属于这类测量。

直读测量法的缺点是受仪表准确度的限制，测量准确度不高。但这种方法具有设备简单测量方便等优点，仍然得到极为广泛的应用。

●(2) 比较测量法 比较测量法是将被测量与已知的标准量进行比较，从而确定被测量大小的方法。比较测量法可分为指零法，差值法和替代法三类。

●a. 指零法 指零法是依靠较量仪，把被测量与标准量（或大小决定于标准量的已知电磁量）进行比较，根据示零器指零时的读数确定测量结果的方法。由于指零法的测量准确度决定于标准量的准确度和示零器的灵敏度，因此指零法的准确度很高。指零法中，电桥法和补偿法应用极为广泛。

●b. 差值法 差值法是利用测量仪器，将被测量与标准量进行比较，根据被测量与标准量的差值（或正比于差值的量）确定被测量大小的方法。其特点是被测量与标准量的差值越小，测量准确度越高。

●c. 替代法 替代法是将被测量和一个可调已知量分别接入测量装置进行比较，当二者的效应相同时，被测量即等于该已知量。其特点是测量装置的系统误差不会传递给测量结果，测量的准确度极高。因此，它也是一种消除系统误差的典型方法。

●2. 电路 电流流通的路径称为电路。电磁学实验几乎都是组合实验，只有用导线把电源，各种电测仪表，元器件和其它用具联成一体，构成电路，才能进行实验。不论简单电路还是复杂电路，一般都由以下四部份组成。

●(1) 电源：是电路中提供电能或发出电信号的设备。它可以把其它形式的能量转换成电能，或者把电能转换成另一种形式的电能和电信号。

●(2) 控制调整部份：其作用是控制电路的通断，并根据实验要求调整电路中的电流或电压。

●(3) 测量读数部份：是根据实验需要接入电路的各种电测仪表和测量指示装置。

●(4) 负载或待测研究对象。

图0—6是伏安法测电阻的电路。图中用虚线框出的1、2、3、4四个部分，与上述组成电路的四个部份相对应。

●3. 常用基本仪器。

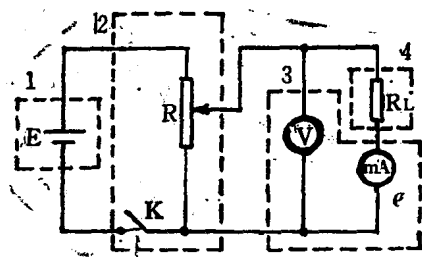


图0—6

●(1)电源 实验室常用的电源有两类,即直流电源,交流电源。

●a.直流电源 常用的直流电源有干电池、蓄电池和直流稳压电源。干电池把化学能转换为电能,电动势约1.5伏,随着使用时间的延长,内阻逐渐增大,端电压逐渐下降直到报废。在要求不太高的场合,干电池是很好的直流电源。蓄电池具有容量大,稳定性高的特点,单个蓄电池的电动势为2伏,额定供电电流约2安,是理想的稳压稳流电源。其缺点是维护比较麻烦。目前实验室中使用最广泛的是直流稳压电源。这种电源稳定性高,内阻小,输出功率较大,输出电压电流连续可调,使用十分方便,但要注意不能超过其最大输出电压和电流。如WYJ—30型直流稳压电源,最大允许输出电压为30伏,输出电流为3安。

●b.交流电源 常用的交流电是电网电源,即频率为50赫芝的工频交流电,线电压380伏,相电压220伏。另一种是音频电源,即音频信号发生器,它能把电能转换成一定的电信号。

注意:无论用何种电源,切忌短路!

●(2)电阻 电阻分为固定电阻和可变电阻两大类。实验室中最常使用的是滑线变阻器和电阻箱。

●a.滑线变阻器 滑线变阻器的外形结构和接线端钮如图0—7(a)、(b)所示,均匀绕在瓷筒上的电阻丝两端分别与接线柱A、B连接(A、B称为固定端), R_{AB} 即为变阻器的总电阻,滑块C可在金属棒上自由滑动,通过触片实现与电阻丝的良好接触。金属棒一端或两端装有接线柱C'(或C'、C''),因为金属棒电阻极小,C'、C''和C相当于同一点(称为滑动头),改变滑动头C的位置,就可以改变AC和BC间的电阻,即改变 R_{AC} 和 R_{BC} 的电阻值。

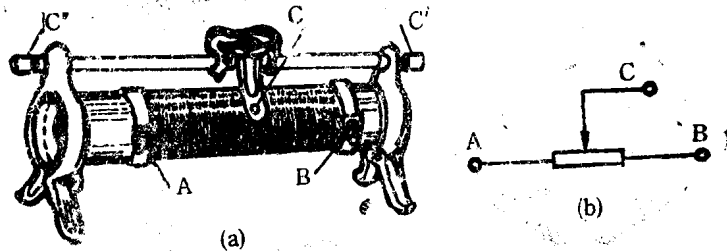


图0—7

滑线变阻器的规格是指全电阻(R_{AB} 值)和额定电流(变阻器允许通过的最大电流),实验中应注意正确选择和使用变阻器,否则变阻器有可能被损坏。

滑线变阻器在电路中的联接方式不同,作用也不同。常用的联接方式有两种:

●(a)限流接法(作限流器)。变阻器的限流接法如图0—8所示,接线特点是将任意一个固

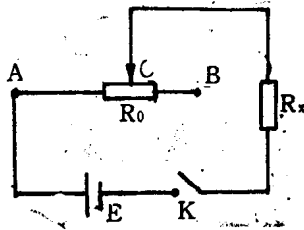


图0—8

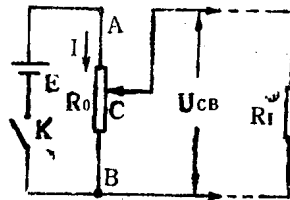


图0—9

定端(如A端)和滑动端C接入电路,另一个固定端(如B端)空着不用。改变C端的位置,