

磁流体力学不稳定性

[美]贝特曼

原子能出版社

磁流体力学不稳定性

〔美〕贝特曼 著
徐 复 薛明伦 译
陈乐山 唐福林 译
张扬忠 校

原子能出版社

内 容 简 介

近年来，在受控热核聚变的研究中，托卡马克的实验和理论工作取得了巨大的进展。本书先详细讲述了磁流体力学(MHD)方程、某些一般的不稳定现象，然后主要总结了托卡马克的研究成果，其中包括实验上观察到的重要现象、线性和非线性稳定性理论、有限电阻效应和环形效应等。这些结果对于其他受控热核聚变装置以及自然界中等离子体现象，都具有重要的参考价值。

本书可作为从事等离子体物理和磁流体力学工作(如受控热核聚变、天体物理和空间物理等)的研究人员、高等学校教师、研究生及高年级学生的参考书。

MHD Instabilities

[美] Glenn Bateman

磁流体力学不稳定性

[美] 贝特曼 著

徐复 薛明伦 译

陈乐山 唐福林

张扬忠 校

原子能出版社出版

(北京2108信箱)

国防科委印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

☆

开本787×1092 1/32·印张9 3/4·字数216千字

1982年1月第一版·1982年1月第一次印刷

印数001—3,150·统一书号: 15175·372

定价: 1.20元

目 录

作者序	(1)
1. 引言	(4)
1.1 历史概述	(5)
1.2 托卡马克	(9)
1.3 本书概貌	(23)
1.4 文献目录	(26)
1.5 参考文献	(28)
2. MHD方程组	(30)
2.1 引言	(30)
2.2 磁通与 Faraday 定律	(32)
2.3 磁力线的运动	(35)
2.4 $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ 力	(39)
2.5 MHD 方程的守恒形式	(41)
2.6 MHD 模型所忽略的效应	(44)
2.7 总结	(50)
2.8 参考文献	(50)
3. Rayleigh-Taylor不稳定性	(52)
3.1 不可压缩流体模型	(58)
3.2 可压缩流体模型	(56)
3.3 MHD不可压缩Rayleigh-Taylor不稳定性	(59)
3.4 总结	(62)
3.5 参考文献	(63)
4. MHD平衡	(64)
4.1 力的平衡方程	(64)
4.2 面量	(65)

4.3	q 值	(69)
4.4	Grad-Shafranov方程	(71)
4.5	具有拉长截面的直柱——一个有分叉 点的例子	(77)
4.6	在导电壁间受到挤压的等离子体	(83)
4.7	托卡马克的平衡	(87)
4.8	总结	(95)
4.9	参考文献	(96)
5.	线性化方程组及能量原理	(99)
5.1	线性化方程组	(100)
5.2	方程组的 ξ 形式	(102)
5.3	能量原理	(104)
5.4	能量原理的不同形式	(107)
5.5	线性稳定性分析中采用的各种方法	(110)
5.6	总结	(112)
5.7	参考文献	(113)
6.	圆柱的不稳定性	(115)
6.1	平衡态	(116)
6.2	电流驱动不稳定性的物理图象	(118)
6.3	一维本征值方程	(123)
6.4	一维能量原理	(126)
6.5	固定边界不稳定性	(129)
6.6	自由边界不稳定性	(136)
6.7	总结	(139)
6.8	参考文献	(139)
7.	环形不稳定性	(141)
7.1	磁通坐标	(141)
7.2	Mercier稳定性判据	(147)

7.3	Mercier判据的应用	(156)
7.4	轴对称环的大尺度不稳定性	(160)
7.5	总结	(164)
7.6	参考文献	(165)
8.	高 β 托卡马克	(167)
8.1	拉长截面	(168)
8.2	高 β 不稳定性: 表面电流模型	(172)
8.3	磁通守恒托卡马克	(182)
8.4	总结	(192)
8.5	参考文献	(192)
9.	非线性不稳定性理论	(195)
9.1	非线性方法	(196)
9.2	自由边界不稳定性	(200)
9.3	固定边界不稳定性	(204)
9.4	参考文献	(209)
10.	电阻不稳定性	(211)
10.1	磁岛	(213)
10.2	电阻撕裂模的增长	(220)
10.3	$m=1$ 的电阻撕裂模	(228)
10.4	电阻交换模	(233)
10.5	总结	(238)
10.6	参考文献	(238)
11.	理论和实验间的比较	(241)
11.1	锯齿振荡	(242)
11.2	Mirnov振荡	(248)
11.3	破裂不稳定性	(251)
11.4	参考文献	(256)
附录 A:	问题注释	(259)

附录 B: 词汇表.....	(276)
英汉索引.....	(282)

作者序

1969年初，苏联物理学家 L. A. Artsimovich 在美国作了一系列演讲来说明受控热核聚变研究中托卡马克装置的优越性。建造托卡马克这类实验装置的目的在于试图把灼热的氢气，或称等离子体，约束到足够长的时间以使核反应能够产生可利用的能量。同年稍后，一个英国物理学家小组公布了测量结果，独立地证实了苏联在托卡马克上进行的测量，这样，没有几年，全世界就有十多个托卡马克在实验室内建造起来了。到1976年，在橡树岭和巴黎附近的托卡马克上达到的温度已高于太阳中心的温度，在普林斯顿和莫斯科则实现了1/20秒的约束时间，而在MIT（麻省理工学院）则产生了密度达到反应堆要求的等离子体。从此，一个增加能量密度和改善约束，旨在将受控热核聚变由潜在能源转变成现实新能源的宏大计划开始了。

托卡马克和别的大多数等离子体约束装置的一个共同特点是它们的运行范围受不稳定性的限制。甚至在通常的运行情况下，托卡马克也有不稳定性，它表现为等离子体的中心受到搅动，而在边缘附近产生饱和的螺旋结构。当企图在更高的电流或等离子体密度条件下运行时，那就更易发生强烈的不稳定性，它使等离子体放电突然中断并可损坏容器器壁。由于上述原因，能预测受约束等离子体中大尺度不稳定性的特性颇为重要。

这些不稳定性的很多特点都可按照磁流体力学(MHD)模型进行预测。这种简单的数学模型是将等离子体看作一种受磁力和压力驱动力作用的理想导电流体。在相当广泛的一类磁约束位形上，它是用来作为预测平衡和大尺度不稳定性的一种有用的出发点。与别的等离子体模型相比，它已可用于处理更复杂的几何位形，并能对热等离子体实验和天体物理观测中的一些现象提供不少直观知识。

本书是根据1975年首次于橡树岭国立实验室发表的一系列演讲编成的。在六个多月的时间里，各种不同领域的科学家和工程师，完全出自他们的主动精神，每周在午餐时间聚会一次。凡有同行在某一方面比我工作得更好，只要有可能，我就邀请他来作这方面的演讲。关于环形平衡态的报告是Lee Berry作的；David Nelson从数学上讨论了稳定的充分条件；Carl Copenhaver作了电阻不稳定性研究的入门介绍；Julian Dunlap概述了托卡马克实验中所观测到的大尺度不稳定性；而Fred Marcus则对等离子体约束实验装置作了内容丰富的综述。由于这些报告对本书有重大的影响，我谨在此，并将在全书的有关章节衷心表示感谢。

约一年之后，我先接受Dieter Sigmar的邀请在MIT，后来接受George Miley的邀请在伊利诺斯大学作了这些报告。由于这些报告，使我有机会将侧重点逐渐转到更实际的结果和更直观的论证之上。每次报告时，大学生们对几乎在本书每节中出现的命题、佯谬及悬而未决问题都表现出极大的兴趣。他们经常提出他们自己新的观点和问题，这些给了我巨大的帮助。

在以后本书的整理过程中，David Nelson, John Johnson

Dieter Sigmar, Al Mense, Lee Berry, Bruce Waddell, James Rome 以及我在橡树岭和世界各地的同行们都提出了新的见解和简化的推导。许多物理学家慷慨地提供了插图，其余图画由 Eugene L. Watkin 制作，谨在此一一致谢。

1. 引言

受控热核聚变计划的研究目的就是将由轻元素组成的气体加热至大大高于太阳中心的温度，并把此灼热等离子体约束到足够长的时间，以使核反应所产生的能量可以大于消耗的能量。例如，应用氘、氚混合物，要求温度至少达5—10 keV (这里 $1\text{keV}=10^3\text{eV}$, $1\text{eV}=11600\text{K}=1.602\times 10^{-19}\text{J}$, 13.6eV 是氢的电离电位), 而为了产生可利用的能量, 粒子密度与约束时间的乘积至少为 (Lawson, 1958; Rose 和 Clark, 1961)

$$n\tau \geq 10^{14}\text{cm}^{-3}\cdot\text{s} \quad (1.0.1)$$

对其他燃料则要求更高的温度和更长的约束时间。

大尺度不稳定性是受控热核聚变研究通向成功之途的主要障碍。这些不稳定性对总电流和能用磁场约束的压力加上了苛刻的限制。为了使人们能够接受这种看法，并使读者能对本课题有一物理直观了解，在第一章将阐述磁约束环形等离子体实验中观测到的大尺度不稳定性，并大体上按发现他们的先后次序来叙述，在此刻，不打算将它们按任何理论模式来进行分类。本书的其余部份将应用现有最简单的可用模型——磁流体力学(MHD)模型来预测这些不稳定性。重点主要放在下面讲到的所谓托卡马克这类约束装置上。在第11章将更详细地阐述在托卡马克实验中观测到的不稳定性以及理论与实验之间的若干比较。

本书的详细纲要可见于1.2节。每章末都注有参考文献目录。散见于正文内的问题是为了激起读者的兴趣，并扩大本书涉及的范围。它们大都可用少于一页的推导来加以回答，虽然有些也很难对付。附录中给出答案和提示。请参考此领域中专用名词定义的汇编。除有注明外，全书一律应用国际单位制(mks)。所有电流或电荷都将以显式表示，因此只需真空磁导率和真空电容率。为简便起见，把下标“0”取消，这样， μ_0 和 ϵ_0 将表示为

$$\mu \equiv 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m} (\text{V} \cdot \text{S} / (\text{A} \cdot \text{m}))$$

$$\epsilon \equiv 8.854 \times 10^{-12} \text{F/m} (\text{C} / (\text{V} \cdot \text{m}))$$

1.1 历史概述

五十年代初期，为了创造进行受控热核聚变所需的环境，最初的实验是让电离气体柱中通过强电流，以此来加热并约束电离气体(Cousins和Ware, 1951; Kurchatov等, 1956; Bishop, 1958)。这电流在等离子体柱周围产生一个使灼热等离子体和固壁热绝缘的磁场，并产生一向内的径向力来约束等离子体压力。此电流至少以两种方式加热等离子体。欧姆加热是由于电流和等离子体内阻相互作用而产生的。此外，当磁场感生得足够快时，它产生一向等离子体柱中心传播的激波，在传播途中，激波横扫荷电粒子，并将动量传递给离子，然后这些离子在等离子体灼热稠密的核心区热化。目前欧姆加热和激波加热方法仍然广泛地应用着。

问题1.1.1 等离子体热力学压力与磁压之比是

$$\beta \equiv 4.03 \times 10^{-16} \frac{n[\text{cm}^{-3}]T[\text{keV}]}{(B \text{ T})^2} \quad (1.1.1)$$

式中 n 是每立方厘米的粒子（离子和电子）总数。目前受控热核聚变的目标是获得 10 keV 的温度，以及一秒钟的约束时间内 10^{14}cm^{-3} 的密度。这时压力为多少大气压？假如磁压和热力学压力相等 ($\beta=1$)，在等离子体表面磁场强度应为多大？这一压力是否最终必然被周围的结构所吸收？

早期实验碰到的主要问题是等离子体柱在后来被称为 $m=0$ 腊肠不稳定性（如图 1.1a 所示）的过程中自发地将其自身箍断。这种不稳定性的机制是十分简单的。假如有一扰动使等离子体柱的一些部分稍加收缩，而其它部分向外膨胀，则当纵向电流通过收缩部分的较小截面积时，在周围产生一较强的角向磁场，而在膨胀部分周围的磁场就要弱些。围绕每一收缩部分的较强磁场就对等离子体产生一较大的向内力，以至使等离子体进一步收缩。每一收缩及随之而来的磁场迅速改变，又感生出强大的纵向电场，它将等离子体内的离子加速至高达几百 keV 的能量。这一过程在 Anderson 等人 (1958) 写得极佳的实验文章中进行了分析。所产生的中子爆发是短暂的、而不稳定性又迅速将等离子体掷向固壁，使等离子体温度急剧下降。诚然，由与此类似的不稳定性所加速的过热离子，曾使人过早地宣布受控热核聚变业已成功 (Nature 181, 217—233 (1958))。然而现在公众都承认必须先把如此强烈的不稳定性抑制住，才能产生有用的热核能量。

只要在等离子体柱中渗入一个强度与柱周围角向磁场相当的纵向磁场，腊肠不稳定性就很容易被稳住。理解这种致稳机制的一个方法，

就是注意到等离子体柱的任何收缩都要求有压缩等离子体内纵向磁场的能量。在第 2 章将看到，导电流体中的磁场

可想像为在垂直于磁力线的方向上对流体作用一个压力，而在沿磁力线的方向上则作用一个张力。等离子体内纵向磁场受压缩时，磁压增加从而产生一恢复力。

然而，当存在中等强度的纵向磁场时，还会产生一种新的不稳定性，等离子体柱弯曲成螺旋形状，如图1.1b中所示的开塞钻一样。这种 $m=1$ 扭曲不稳定性的驱动机制可由下列事实看清，即当等离子体柱的任一部分发生弯曲时，弯曲处内边缘的角向磁场变得

比外边缘的磁场强。所合成的磁压将柱进一步弯曲，并迅速将等离子体推向固壁。在第6章还叙述了考察这种不稳定性的另几种方法。在1958年于日内瓦召开的第二届联合国和平利用原子能会议的会议录上有几张这类不稳定性的很好的照片。这次会议标志着在受控热核聚变的课题解密后，大量文献能公开发表的开始。

为了稳住 $m=1$ 的扭曲模，纵向磁场必须足够强，等离子

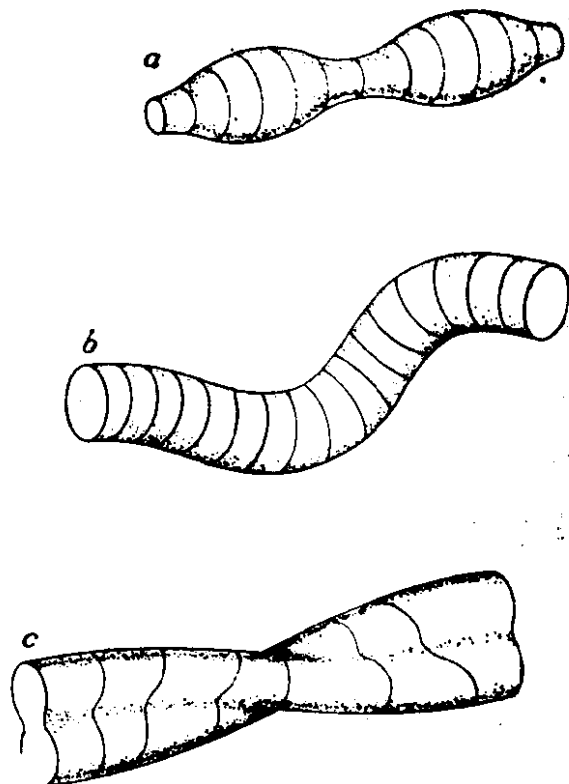


图1.1 直圆柱等离子体中不稳定性的示意图

- (a) $m=0$ 腊肠不稳定性;
- (b) $m=1$ 扭曲不稳定性;
- (c) $m=2$ 不稳定性。

图中画的是截面轮廓线，而不是磁力线。

体柱又必须足够粗，以至等离子体与固壁间的任一磁力线都不会在沿等离子体柱的长度上走一圈后就自身封闭。这就是所谓的Kruskal-Shafranov 稳定性判据。粗糙地讲，与纵向磁场有关的张力阻止等离子体柱由弯曲导致扭曲。在6.1节中将对这种致稳机制给出更为详尽的描述。对于给定的纵向磁场，Kruskal-Shafranov条件对可能通过等离子体柱的电流加上了严格的限制。

问题1.1.2 一环形等离子体，小半径为 r ，大半径为 R （典型值是 $R/r \simeq 3$ ），等离子体边缘的环向场为 B_{tor} （沿长周）和角向场为 B_{pol} （沿短周），Kruskal-Shafranov判据意味着

$$q \simeq \frac{rB_{tor}}{RB_{pol}} > 1 \quad (1.1.2)$$

（ q 值的意义将在第4章讨论）。典型的要求是此 q 值必须高于3以避免产生使等离子体约束崩溃的激烈的内部不稳定性。假定在问题1.1.1中描述的等离子体仅由角向场来约束，而真空环向磁场只是为了稳定性而采用， B_{tor} 应为多大？ B_{tor} 对产生其自身的线圈作用多大的磁压力？产生这样的磁场现实吗？

六十年代，注意力转向环形装置中等离子体恶劣的约束行为。由于观察到的约束比用单粒子碰撞模型所估计的要坏得多，于是认为正是精细尺度的脉动输送等离子体横越磁场。在这阶段，MHD不稳定性的理论研究集中于定域不稳定性，应用了漂亮的数学方法以探索最稳定的等离子体位形。此时建立的许多实验都应用煞费苦心设计的磁场，企图严格控制等离子体柱的形状和剖面。然而，最成功的实验倒是在莫斯科库尔恰托夫研究所的一组称作托卡马克的装置上得到的。他们采用了在强纵向磁场中将很粗的等离子体进行欧姆加热

这一简单的直接方法。由于托卡马克是目前世界各地许多实验室受控热核聚变研究努力的中心，且因它们又是本书的主要议题，因此有必要在下节对托卡马克及其不稳定性进行更为详尽的描述。

1.2 托卡马克

托卡马克实验系列所需要的基本要素在1958年就已知道了(Dolgov-Saveliev等人, 1958),但在那时,结果并不引人注目。六十年代在库尔恰托夫研究所建立了一系列装置,其大小、功率和脉冲长度虽逐渐增加,但仍未被世界各地注意。其转折点发生在1968年国际原子能机构新西伯利亚会议后,西方物理学家考察了苏联托卡马克,随后1969年L. A. Artsimovich又在美国发表了一系列演讲。同年稍后,英国一个物理学家小组(Peacock等人,1969)报道了他们到库尔恰托夫研究所进行的激光散射诊断实验,证实了苏联关于高温和能量约束时间相当长的断言。在一年之内,普林斯顿的仿星器-C被改装成托卡马克,接着世界各地都有实验室建造托卡马克。七十年代,一批给人印象深刻的诊断用于研究托卡马克等离子体,并在广阔的变化范围内进行了探索——特别是辅助加热方法,已经产生了离子温度高达2 keV的等离子体,其密度在 10^{14} cm^{-3} 的量级,而能量约束时间为20 ms量级。还报道了在各不相同的条件下获得更高的密度和更长的约束时间。

托卡马克实质上是一个变压器,它驱使电流通过处于强磁场中的胖而轴对称的环形等离子体(见图1.2)。托卡马克

一词是俄文“最大电流”的缩写。等离子体一般被两重固壁

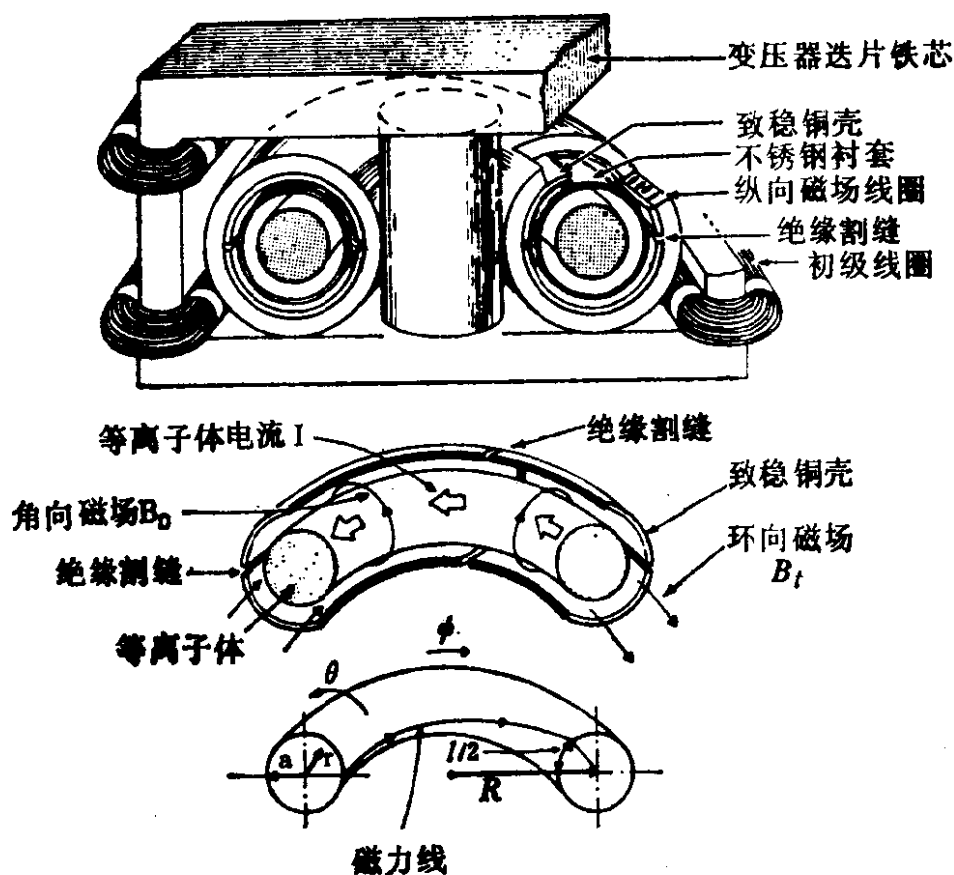


图1.2 托卡马克简图
取自 WASH-1295.

所包围。第一层固壁或由具有陶瓷间隙的不锈钢薄板组成或采用整体式高电阻波纹管结构，这样，大部分电流就都由等离子体而不是由固壁通过。还发现不锈钢带入等离子体的杂质要比陶瓷、玻璃或石英少。限制器由难熔物质如钨或钨制成，一般用于节制等离子体的直径，并保护第一层固壁免遭逃逸电子的破坏，这种逃逸电子在低气压放电时，很容易将难熔物质烧穿一个洞。由于杂质在确定托卡马克的放电特性中起着很大的作用，因此在第一层固壁的准备工作中还出