

电动力学教程

(修订版)

李承祖 赵凤章 编著

国防科技大学出版社

电 动 力 学 教 程

(修订版)

李承祖 赵凤章 编著

国防科技大学出版社

内 容 简 介

书中系统阐述了电动力学的基本理论和方法。内容包括:数学准备,电动力学的理论基础,静电场,稳恒电场和稳恒磁场,电磁波的传播,电磁波的辐射和散射,狭义相对论和相对论电动力学,微观电磁现象的经典近似理论等。全书结构严谨,主线条清晰,注重数学工具的掌握和分析能力的训练。

本书可作为理工科大学本科生电动力学课教材,也可供综合大学、高等师范院校物理专业的学生选用。亦可供有关专业研究生、教师参考。

电动力学教程

(修订版)

李承祖 赵凤章 编著

责任编辑 李 毅

责任校对 陈文宽

*

国防科技大学出版社出版

(长沙市砚瓦池正街 47 号)

邮编:410073 电话:4555681

新华书店总店北京发行所经销

国防科技大学印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张:12.75 字数:320 千

1994 年 8 月第 1 版 1997 年 6 月第 2 版第 1 次印刷 印数:3000 册

ISBN 7-81024-295-4

O·33 定价:15.00 元

再版前言

本书第一版印出后,作为教材已使用三年。此次再版我们对某些内容又作了些删节、补充或重写。为了突出电动力学基本理论的实际工程应用,这次修订把“导行电磁波”作为一章单独列出,同时补充了金属圆柱形波导管和圆柱形介质波导的分析等内容。此外,吸取学生的意见,还做了以下变动:1. 除第一章“数学准备”外,在每章后增加了“小结”;2. 书后附上了各章习题的答案;3. 书中所有外国人名都使用了原文;4. 重要的专业名词在首次出现时都给出了英文翻译。希望上述改动能使本书更便于读者使用。

此次修订时间仓促,书中仍可能存在错误或不当之处,诚恳欢迎读者批评指正。

作 者

1997 年 1 月 30 日

前 言

本书是作者在国防科技大学应用物理系多年讲授电动力学讲稿的基础上修改补充而成的。

全书共分九章。第一章介绍了书中使用的主要数学工具。第二章通过对电磁现象实验规律的分析概括,总结出电磁现象的普遍规律。第三~第六章由这些普遍规律出发,分别讨论了静电场,稳恒电磁场,电磁波的传播,电磁波的辐射和散射。第七章阐明狭义相对论的基本原理、狭义相对论对物理规律可能的数学形式的限制,并由此讨论了相对论电动力学和相对论力学等内容。第八章把宏观电动力学理论作为微观电磁现象的近似理论,讨论了带电粒子和电磁场的相互作用,并用电子与电磁场相互作用这种微观机制,解释介质的某些宏观电磁性质。

在本书编写过程中,作者致力于以下几点:

1. 努力把教材内容纳入主线条清晰、结构严谨、内在逻辑性强的理论体系。作者认为这样不仅有利于学生把握电动力学理论、方法,而且有助于对学生加强科学方法的训练。

2. 注重数学工具的掌握和分析能力的训练。书中一些关键点都给出了详尽的数学推导。

3. 努力加强理论与实际联系。在强调基本理论训练的同时,也讨论了诸如各向异性媒质中的波,多层介质中的波,辐射和散射问题的积分方程等工程实际问题。比较详细地讨论了波导管和谐振腔。为了适应高速计算机出现后电磁场数值分析的需要,还尽量使

表述和结论适合于数值计算。比如采用传输矩阵方法分析多层介质中的波,采用纵向场方法处理波导问题就是基于这种考虑。辐射和散射问题的积分方程都有有效的数值解法,静电场和稳恒电磁场的泊松方程本身就很适合数值分析。

4. 精选了和教学内容进度配合比较密切、深浅较为适宜的例题和习题。

我们希望通过上述努力,在加强基本理论训练的同时,进一步缩小电动力学理论与实际应用之间的距离。

本书第三、四章由赵凤章起草,其余各章由李承祖执笔。李承祖负责全书的统一、整理。

白铭复教授审阅了全部书稿,并对整体结构,内容安排,数学推导以及文字叙述提出了许多重要修改意见和建议。况蕙孙教授对全书结构也提出了许多宝贵意见。作者在此表示衷心感谢。

由于时间仓促,编者学识、水平有限,书中错误,不当之处在所难免。诚恳欢迎读者批评指正。

作 者

1993 年 12 月

目 录

前 言

第一章 数学准备

§ 1.1	场、梯度、散度和旋度.....	(1)
	场 数量场的方向导数和梯度 矢量场,纵场、横场 矢量场的 通量和散度 矢量场的环量、环量面密度和旋度	
§ 1.2	矢量微分算子 ∇	(7)
	∇ 算子 关于 ∇ 算子的计算公式 关于纵场和横场的两个定理	
* § 1.3	正交曲线坐标系	(11)
	正交曲线坐标系 正交曲线坐标系中的微分线元 梯度、散度、旋 度以及 Laplace 算子在正交曲线坐标系下的表达式 梯度、散度、旋度 和 Laplace 算子在柱坐标和球坐标系下的表达式	
§ 1.4	物理量的分类 张量	(18)
	坐标系转动变换 物理量按在坐标系转动变换下性质的分类 二 阶张量的表示 张量的代数运算 张量的微分运算	
§ 1.5	积分变换公式	(27)
	体积分和面积分之间的变换 面积分和线积分之间的变换 Green 公式	
§ 1.6	δ 函数	(30)
	δ 函数 δ 函数的微商 δ 函数的一个重要性质 δ 函数的两个具 体表达式	
§ 1.7	关于矢量场的几个定理	(33)
	标量势存在定理 矢量势存在定理 关于矢量场分量的定理 矢量场唯一性定理	
习题		(38)

第二章 电动力学的理论基础

§ 2.1	电荷、电流和电荷守恒定律·····	(41)
	电荷 电流 电荷守恒定律	
§ 2.2	真空中的静电场方程·····	(45)
	Coulomb 定律 电场强度, 电场迭加性 静电场的散度, Gauss 定理 静电场的旋度	
§ 2.3	稳恒电流磁场方程·····	(49)
	Ampere 定律 磁场, Biot — Savart 定律 稳恒电流磁场的散度 稳恒磁场的旋度, Ampere 环路定理	
§ 2.4	真空中的 Maxwell 方程组, Lorentz 力公式·····	(54)
	Faraday 电磁感应定律, 变化情况下电场的旋度和磁场的散度 电场的 散度 位移电流, 变化情况下磁场的旋度 真空中的 Maxwell 方 程组 Lorentz 力公式	
§ 2.5	介质中的电荷、电流和介质中的 Maxwell 方程组·····	(60)
	介质, 介质和电磁场的相互作用 介质极化 介质磁化 传导 电位移矢量、磁场强度, 介质中的 Maxwell 方程组 介质的电磁性质 方程	
§ 2.6	电磁场的边值关系·····	(69)
	边值关系, 积分形式的 Maxwell 方程组 场量沿界面法向分量的边值 关系 场量沿界面切向分量的边值关系	
§ 2.7	电磁场能量和动量·····	(74)
	电磁场能量, 能量密度和能流密度 电磁场动量, 动量密度和动量流 密度张量	
小结	·····	(80)
习题	·····	(84)

第三章 静电场

§ 3.1	静电场势, 小区域电荷远场势的多极展开·····	(86)
	静电势的存在性 有限区域电荷在无界空间的电势 小区域电荷 在远区电势的多极展开	
§ 3.2	静电场势微分方程和静电场唯一性定理·····	(93)

第五章 电磁波的传播

§ 5.1	均匀线性媒质中的单色电磁波方程	(172)
§ 5.2	各向同性无耗媒质中的平面单色波	(174)
	各向同性无耗媒质中的平面单色波 平面波的能量和能流 关于复型量二次式时间平均值的公式 平面波的极化状态	
§ 5.3	导电媒质中的平面单色电磁波	(180)
	导电媒质的有效介电常数 导电媒质中的平面单色波 良导体内电磁波的一般特点	
* § 5.4	各向异性媒质中的平面单色电磁波	(187)
	磁化等离子体的有效电磁性质 磁化铁氧体的有效电磁性质 各向异性媒质中的平面单色波	
§ 5.5	平面波的反射和折射	(194)
	反射和折射定律 Fresnel 公式 Fresnel 公式的几个应用 全反射 电磁波在良导体表面的反射和折射	
* § 5.6	分层介质中的电磁场和多层介质波的反射和透射系数	
		(204)
	分层介质中的电磁场 相邻层波振幅的递推关系, 传输矩阵 多层介质的反射和透射系数	
小结		(210)
习题		(214)

第六章 导行电磁波

§ 6.1	导行电磁波的分析方法和基本波型	(216)
	导行波场纵向分量和横向分量 导行波的三种基本波型 纵向场分量满足的方程式和边界条件	
§ 6.2	金属矩形波导管	(221)
	金属矩形波导管内的电磁场 金属波导管波传输特性 功率和功率损耗	
§ 6.3	矩形波导中的 TE_{10} 波	(227)
	TE_{10} 波的电磁场和传输功率 TE_{10} 波的管壁电流和功率损耗	

	电势满足的微分方程和边值关系	静电唯一性定理	
§ 3.3	分离变量法		(100)
	球坐标系下分离变量	柱坐标系下分离变量	直角坐标系下分离变量
	解 Poisson 方程边值问题的特解法		
§ 3.4	电象法		(108)
§ 3.5	Green 函数方法		(115)
	Green 函数	用 Green 函数表示 Poisson 方程边值问题的解	简单边界的 Green 函数
§ 3.6	静电场能量和静电作用力		(123)
	静电场能量	电荷系的相互作用能	小区域中的电荷在外场中的能量
	静电作用力		
小结			(130)
习题			(134)

第四章 稳恒电场和稳恒磁场

§ 4.1	稳恒电场		(137)
	稳恒电场方程和边值关系	稳恒电场和静电场的比较, 稳恒电场的解法	
§ 4.2	稳恒电流磁场的矢势, 小区域电流在远区矢势的磁多极展开		(142)
	稳恒电流磁场的矢势	小区域电流远区磁场矢势的多极展开	
§ 4.3	稳恒磁场矢势的微分方程和磁场唯一性定理		(147)
	矢势 A 的微分方程和边值关系	* 稳恒磁场的唯一性定理	二维问题
§ 4.4	磁标势法		(156)
	磁场可以用标势描述的条件	磁标势的微分方程和边值关系	磁标势和静电场标势的比较
§ 4.5	稳恒磁场能量和磁作用力		(161)
	稳恒磁场能量	磁场对电流作用力	
小结			(167)
习题			(170)

	TE_{10} 波的相速度和群速度	
§ 6.4	金属圆柱形波导管	(230)
	金属圆柱形波导管内的电磁场 截止频率和截止波长	
§ 6.5	圆柱形介质波导	(234)
	圆柱形介质波导电磁场纵向分量 圆柱形介质波导的电磁场和模式 本征值方程 轴对称模式和轴对称模式截止条件	
§ 6.6	谐振腔	(239)
	矩形谐振腔中的电磁场 谐振腔的本征频率和品质因数 矩形谐 振腔的 TE_{101} 模	
小结		(244)
习题		(247)

第七章 电磁波的辐射和散射

§ 7.1	辐射电磁场势	(248)
	变化电磁场的矢势和标势 Lorentz 规范条件, D'Alembert 方程 D'Alembert 方程的特解——推迟势 D'Alembert 方程的一般解	
§ 7.2	计算辐射场的泰勒展开方法	(255)
	谐变电荷电流系统辐射场的势 计算远区场势 A 的 Taylor 展开方法	
§ 7.3	电偶极辐射	(258)
	电偶极辐射场 电偶极辐射的角分布和辐射功率	
§ 7.4	磁偶极辐射和电四极辐射	(261)
	矢势展开中 $A^{(1)}$ 的物理意义 磁偶极辐射 电四极辐射	
§ 7.5	天线辐射	(267)
	细直天线上的电流分布 短天线辐射 半波天线辐射 * 柱状天 线电流分布的积分方程	
§ 7.6	电磁波的散射	(274)
	散射问题描述 * 电磁可透入体散射的体积分方程	
§ 7.7	电磁波的衍射	(278)
	Kirchhoff 标量积分公式 Kirchhoff 假设条件 Fraunhofer 衍射	
小结		(283)
习题		(288)

第八章 狭义相对论和相对论电动力学

§ 8.1	Maxwell 电磁理论与旧时空理论的矛盾	(290)
	Galileo 变换, 绝对时空理论 力学相对性原理, Newton 方程的协变性 经典速度相加定理 Maxwell 电磁理论与旧物理学原理的矛盾	
§ 8.2	狭义相对论的基本原理, Lorentz 变换	(295)
	狭义相对论的基本原理 间隔和间隔不变性 Lorentz 变换关系 “钟”和“尺”	
§ 8.3	相对论的时空性质	(301)
	同时的相对性 Lorentz 收缩 Einstein 运动时钟延缓 因果律 对讯号速度的限制, 极限速度原理 相对论的速度相加定理	
§ 8.4	符合相对论要求的物理规律的数学形式	(308)
	四维时空 四维空间中的标量和矢量 Lorentz 变换的几何意义, Lorentz 协变式的数学形式 四维速度矢量	
§ 8.5	真空中电动力学基本方程式的协变性	(313)
	四维电流密度矢量, 电荷守恒定律的协变性 D'Alembert 方程的协变 性, 四维势矢量 电磁场张量, Maxwell 方程组的协变性 Lorentz 力密度公式的协变性 * 电磁场的动量-能量张量	
* § 8.6	介质中的 Maxwell 方程组的协变性	(323)
	电磁感应张量, 介质中的 Maxwell 方程组的协变形式 各向同性媒质 电磁性质方程的变换 运动介质中电磁场的边值关系	
§ 8.7	相对论力学方程	(327)
	四维力矢量 四维动量矢量, 相对论力学方程 质能关系 动量 和能量关系 相对论的 Doppler 效应和光行差现象	
小结		(335)
习题		(341)

* 第九章 微观电磁现象的经典近似理论

§ 9.1	任意运动带电粒子的推迟势和电磁场	(344)
	Lienard-wiecher 势 任意运动带电粒子的电磁场 匀速运动带电 粒子的电磁场	
§ 9.2	加速运动带电粒子的辐射	(352)

加速运动带电粒子辐射角分布和辐射功率	低速情况下的辐射
高速情况下的辐射	
§ 9.3 运动带电粒子的电磁场对粒子本身的反作用	(358)
电磁质量	辐射阻尼力
§ 9.4 带电粒子对电磁波的散射	(361)
自由电子对电磁波的散射	束缚电子对电磁波的散射
§ 9.5 介质的色散和吸收	(366)
稀薄气体介质的色散和吸收	* 稠密介质的色散和吸收
	* 导电介质的色散和吸收
小结	(371)
习题	(374)

附 录

习题答案	(376)
本书有关的物理学常数	(331)
索引	()
参考书目	(333)

第一章 数学准备

§ 1.1 场、梯度、散度和旋度

一、场

如果在一个空间区域中,某个物理量在其中每一点都取确定值,就称这个空间区域存在该物理量的场(field)。如果这个物理量是数量,就称这个场是数量场或标量场(scalar field);这个物理量若为矢量,就称这个场是矢量场(vector field)。例如温度场、电势场是标量场,而电场、磁场是矢量场。

二、数量场的方向导数和梯度

由上述数量场的定义,分布在数量场中各点的物理量 u 是场中点坐标的单值函数:

$$u = u(x) \quad (1.1.1)$$

给定了函数 u 的具体形式,数量 u 在场中的分布就完全确定。在研究数量场时,常常还需要知道 u 在场中各点沿各个方向的变化情况, u 在场中的变化情况往往有更重要的物理意义。例如,若 u 就是电势 φ , φ 在场中各点的变化就决定了各点的电场强度。若 u 是温度, u 在各点的变化就决定了这些点上热传导进行的方向和速度。为了讨论场在空间各点的变化,首先引入方向导数的概念。

方向导数 在场中取一点 M_0 , 由 M_0 点引射线 l , 其方向由方向余弦 $(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ 确定。在 l 上取另一点 M (图 1.1.1), 记 $\Delta u = u(M) - u(M_0)$, $\rho = \overline{M_0M}$, 定义 u 在 M_0 点沿 l 的方向导数(directional derivative) 为

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial l}|_{M_0} &= \lim_{M \rightarrow M_0} \frac{u(M) - u(M_0)}{M_0M} \\ &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\rho}\end{aligned}\quad (1.1.2)$$

方向导数刻画 u 在 M_0 点沿 l 方向的变化率。

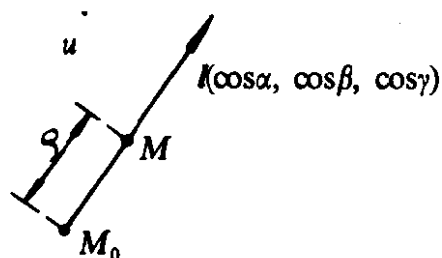


图 1.1.1

设函数 u 在 M_0 点可微, 在直角坐标系下有

$$\Delta u = \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial u}{\partial z} \Delta z + \omega \rho$$

其中 ω 是在 $\rho \rightarrow 0$ 时亦趋于零的小数。将上式代入式(1.1.2)中, 注意到 $\Delta x/\rho, \Delta y/\rho, \Delta z/\rho$ 就是直线 l 的方向余弦, 得方向导数的计算公式

$$\frac{\partial u}{\partial l} = \frac{\partial u}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial u}{\partial z} \cos \gamma \quad (1.1.3)$$

此式对 l 上任意点成立。

一般说来, 在场中一点沿着不同的方向 l , 场量 u 有不同的方向导数。如果在数量场 u 中定义一个矢量 G :

$$G = \frac{\partial u}{\partial x} i + \frac{\partial u}{\partial y} j + \frac{\partial u}{\partial z} k \quad (1.1.4)$$

i, j, k 是沿直角坐标系坐标轴 x, y, z 方向的单位矢量, 在场中任意点, 矢量 G 是唯一的。记沿 l 方向的单位矢量为 l_0 , 由式(1.1.3)得

$$\frac{\partial u}{\partial l} = G \cdot l_0 = |G| \cos \theta \quad (1.1.5)$$

θ 是矢量 G 和 l_0 的夹角。式(1.1.5)表明 G 具有这样的意义: 它在任意方向的投影就给出沿这个方向 u 的方向导数。因此, 矢量 G 的方向就是 u 变化率最大的方向, 其模就是变化率的最大值。式(1.1.4)的 G 称为数量场 u 的梯度 (gradient), 记为 $\text{grad} u = G$ 。引进矢量微分算子 (del operator)

$$\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \quad (1.1.6)$$

就可把梯度记为

$$\nabla u = i \frac{\partial u}{\partial x} + j \frac{\partial u}{\partial y} + k \frac{\partial u}{\partial z} \quad (1.1.7)$$

三、矢量场,纵场、横场

在研究矢量场时,为形象起见,常引进矢量线描述矢量场。矢量线上每一点的切线方向即为该点矢量场的方向。每一点矢量场的大小,由过该点且与该点矢量场垂直的单位面积上穿过的矢量线条数表示。矢量线的疏密分布形象地反映了矢量场强度的分布。

可以有两种不同的矢量场,如图 1.1.2 所示,一种矢量场它的矢量线从场中一些点发出,终止在另外一些点上或无穷远处,这类矢量场称为纵场(longitudinal field)。另外一类矢量场,其矢量线没有起点,终点,是无头无尾的闭合回线,这类

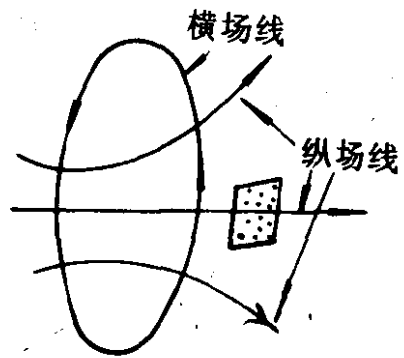


图 1.1.2

矢量场称为横场(transverse field)。横场和纵场具有完全不同的物理意义和数学性质。

四、矢量场的通量和散度

矢量场 $A(x)$ 沿场中任一有向曲面 S 的积分

$$\Phi = \int_S A \cdot d\sigma \quad (1.1.8)$$

称为矢量场 A 穿过曲面 S 的通量(flux)。

散度 当式(1.1.8)中的 S 为一小闭合曲面时,取曲面正法向由内向外,记 S 包围的空间区域为 Ω ,其体积为 ΔV 。由于横场矢量线是闭合曲线,横场对任何闭曲面的通量为零,仅纵场对式(1.1.8)的积分贡献才可以是非零的。当式(1.1.8)中 Φ 为正值,表明有纵场矢量线从 Ω 中发出, Ω 中有纵场源;若 Φ 为负,表明有纵场线终止在 Ω 中, Ω 中有吸收矢量线的汇。如果把汇看作是负源,穿过闭合曲面 S 的通量 Φ 不为零,就表明 Ω 中存在纵场源。

定义矢量场的散度如下: 在矢量场 A 中取一点 x_0 , 作一包围 x_0 点的闭合有向曲面 S , 设 S 包围的空间区域为 Ω , 体积为 ΔV (图 1.1.3)。以 $\Delta\Phi$ 记穿过 S 的通量, 当 Ω 以任意方式缩向 x_0 ($\Delta V \rightarrow 0$) 时, 极限值

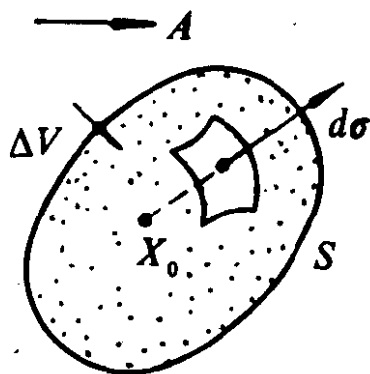


图 1.1.3

$$\lim_{\Omega \rightarrow x_0} \frac{\oint A \cdot d\sigma}{\Delta V} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta V}$$

(1.1.9)

称为矢量场 A 在 x_0 点的散度(divergence), 记为 $\text{div}A$.

由此可见, 矢量场中任一点的散度, 就表示该点作为纵场源的强度。

在直角坐标系中, 一个矢量 A 可表示为

$$A(x) = A_x(x)i + A_y(x)j + A_z(x)k$$

A_x, A_y, A_z 是矢量场 A 沿坐标轴的三个分量。 A 穿过任一小闭合有向曲面 S 的通量为

$$\Delta\Phi = \oint_S A \cdot d\sigma = \oint_S (A_x \cos\alpha + A_y \cos\beta + A_z \cos\gamma) d\sigma$$

利用 Gauss 积分变换公式有

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \int_{\Omega} \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) d\tau \\ &= \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right)_{x^*} \Delta V \end{aligned}$$

其中第二步利用了积分中值定理, x^* 为区域 Ω 中某一点, ΔV 是 Ω 的体积。将上式代入式(1.1.9)中, 得

$$\text{div}A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (1.1.10)$$

即为散度在直角坐标系下的表达式。引用 del 算子, 式(1.1.10) 可简记为

$$\text{div}A = \nabla \cdot A \quad (1.1.11)$$