

弹性波的衍射与 动应力集中

〔美〕鲍亦兴 毛昭宙 著

科学出版社

弹性波的衍射与动应力集中

〔美〕 鲍亦兴 毛昭宙 著

刘殿魁 苏先樾 译

刘贞荣 校

科学出版社

1993

(京)新登字 092 号

内 容 简 介

本书共分六章和一个附录,涉及面很广,概括了当今弹性波的衍射与动应力集中方面的主要研究成果,是弹性波理论的重要著作之一。第一章回顾弹性波理论的发展历史,并给出有关的基础知识。第二章介绍分析方法。以下四章分别介绍圆形、椭圆形、抛物形和球形孔洞引起的弹性波的衍射和动应力集中的问题。附录收入了鲍亦兴为纪念《应用力学杂志》创刊 50 周年应美国机械工程师协会之邀撰写的著名长篇综述评论“固体中的弹性波”。

本书可供从事力学、材料、地震研究的科研人员和从事工程设计的工程师以及有关专业的大学生、研究生和教师阅读、参考。

Yih-Hsing Pao and Chao-Chow Mow
Diffraction of Elastic Waves and
Dynamic Stress Concentrations
Crane, Russak & Company Inc. in US, 1973
Adam Hilger Ltd. in UK, 1973

弹性波的衍射与动应力集中

[美] 鲍亦兴 毛昭宙 著

刘殿魁 苏先榭 译

刘贞荣 校

责任编辑 杨 岭

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100707

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1993 年 4 月 第 一 版 开本: 850×1168 1/32

1993 年 4 月 第一次印刷 印张: 16 1/2 插页: 2

平 1—800

字数: 433 000

印数: 精 1—400

ISBN 7-03-003038-9/O·560 (平)

ISBN 7-03-003039-7/O·561 (精)

定价: 平 装 17.90 元
纸面精装 20.20 元

中译本序言

本书包括两部分：一是1973年出版的鲍亦兴院士与其合作者毛昭宙博士合著的《弹性波的衍射与动应力集中》一书的全部译文，二是译者增译的鲍亦兴院士于1983年为美国机械工程师学会(ASME)撰写的长篇论文“固体中的弹性波”(作为本书附录)。两者可称为近代力学界对弹性波理论发展的两次权威性总结，系统地论述了波动力学的基本原理和求解方法，讨论了波动力学几个重要方面的问题和发展方向。

波动理论研究已有百余年历史了。最初，它与光的传播联系较多；至本世纪初叶，Lamb 和 Love 建立了弹性波的理论基础。第二次大战期间，军火工业蓬勃发展，诸如装甲坦克的破坏机制、深水炸弹对潜艇的影响、飞机结构的疲劳破坏以及核爆炸的地震效应等，莫不藉助于弹性波理论作解释。战争与国防一度是促进这门学科发展的因素。50年代中期，Kolsky 的著作问世，进一步使弹性波理论与工程、材料科学紧密地结合起来，成为工程力学的一个重要分支。在今天的和平时期，弹性波理论与人类的生产和生活仍有广泛联系。石油勘探是个例子，地震效应又是一个例子，此外，有许多新兴科技领域促使弹性波理论的应用范围日益扩大。在中国，弹性波理论研究也正处于方兴未艾的阶段，举凡地震波传播理论、高速撞击和穿甲机理、材料动态性能等方面的研究都在进展之中。无论教学与科研都需要一本系统论述这门学科的发展的著作作为指南。本书的出版适应了这个要求，无疑会受到广大读者的称赞和欢迎。

我是从事地震工程研究的一员，深感地震现象在许多方面要从应力波的传播才能获得深透的解释。因此在所在机构——中国科学院工程力学研究所（现属国家地震局）于60年代就开辟了这

个研究方向，但接触到鲍亦兴院士与毛昭宙博士这本著作则是近年的事，真是拜读恨晚。现在终究由几位热心同行合作译出，以饷读者，诚属快事。

我与本书两位作者，既为同行，又有同属康乃尔大学和伦塞勒理工学院校友之谊，熟知他们在弹性波理论方面造诣颇深；他们治学的严谨态度和学者风度，以及对发展祖国科学事业和培养国内青年人才的热忱，尤其令人钦佩。值本书中文译本出版之际，我乐为之序，以表祝贺。

刘恢先

1990年6月

原 著 作 者 小 传

鲍亦兴博士 (Dr. Yih-Hsing Pao), 祖籍江苏东台, 1930年1月19日出生于南京; 1947年入上海交通大学学习土木工程, 后转入台湾大学, 于1952年毕业, 获学士学位, 1953年赴美国留学, 先后在纽约州伦塞勒理工学院 (Rensselaer Polytechnic Institute) 及哥伦比亚大学 (Columbia University) 获得硕士 (1955) 与博士 (1959) 学位, 主修力学。毕业后即在同州的康乃尔大学 (Cornell University, Ithaca, New York) 任教迄今。其间, 曾任该校理论与应用力学系主任, 现为该校工学院理论与应用力学讲座教授。1984年应邀去台湾大学创办应用力学研究所, 任客座教授兼所长两年。1989年复在该校客座任教。

鲍博士曾任第九届全美力学大会主席 (1982), 1985—1986年先后当选为美国国家工程科学院院士及台湾中央研究院院士。在美国与史光东女士结婚, 有一子二女。

毛昭宙博士 (Dr. Chao-Chow Mow), 祖籍浙江奉化, 1930年4月20日出生于南京; 1947年随父去美, 入纽约州伦塞勒理工学院习机械工程, 1953年毕业获学士学位, 1959年复在该校得哲学博士学位, 主修力学。曾在伦塞勒、加州大学洛杉矶分校及圣迭哥分校等校任教。并在水乡兵工厂 (Waterville Arsenal)、迈特公司 (Mitre Corp.) 及兰德公司 (Rand Corp.) 等处从事研究工作, 专攻板壳力学、应力波动学及生物力学。在兰德公司期间, 主持研究核弹对地下结构物之影响, 著有论文多篇, 并与鲍亦兴博士共同完成本书。毛博士现任西世纪发展公司 (Century West Development Inc.) 董事长兼总经理。在美国与黄碧翠女士结婚, 有二子二女。

英文版序言

本专著是作者对弹性波的衍射和动力加载对地下洞室及结构的影响进行长期研究的产物。作者首次对该问题产生兴趣是在60年代初期,并很快发现,虽说弹性波衍射的课题已经历了一百多年的研究,应力集中问题差不多也被研究了100年,但相比之下,留下的文献资料确很少,有关动应力集中因子的数值结果更是寥寥无几。这一点也是显而易见的,要更好地了解地面冲击波与地下空穴或洞室的相互作用,就必须对波的衍射产生的动态影响问题作出回答。

从50年代末以来,由于各级政府机构的支持和鼓励,该领域的研究工作一直加速进行,研究成果不断发表。到60年代中期,在各类专业期刊以及政府机构和产业部门的研究报告中所发表的有关理论与数值分析结果已达到相当可观的数量。由于弹性波的衍射和动应力集中的研究成果具有广泛的应用性,所以作者认为,系统地介绍这些成果的时机已经成熟。这些成果不仅可应用于地下防爆结构的研究,还可应用在机械设计、超声波、结构设计、复合材料力学以及断裂理论等领域中。

因此,本书的目的有两个:(1)系统地介绍由于障碍物发生衍射的稳态波和瞬态波的求解方法,(2)给出在不同几何形状障碍物上的动应力集中的数值结果。作者已尽力从公开的刊物上,以及向政府机构、产业部门甚至个人搜集资料。但是由于准备手稿的时间有限,兼之该领域的研究正处在方兴未艾的时期,所以最新发表的许多研究成果不能在本书中一一引述。

作者在撰写本书的过程中,没料到篇幅会增到如此之大。他们原打算写成一部自成体系的专著,并打算给出一个完整的叙述,使读者能免去查阅大量参考文献。这样的计划显然是想入非非和

过分庞大了。后来，作者对计划作了某些修改。作者没有引用标准教材和原始文献的内容，否则毫无疑问可以删去许多的公式和推导。

从原计划中删去的内容有：第四章，有关积分方程方法在 P 波和 SV 波衍射问题上的应用一节；第五章，有关 Wiener Hopf 方法在由半无限条片引起的 P 波和 SV 波衍射问题上的应用一节；第六章，有关 SV 波在球面上的散射一节；有关扁球形障碍物（扁球坐标表示的弹性波）一章；最后有关实验方法和对弹性波衍射的观察一章。然而，即使把原计划的每个内容都写进去，也还不能说这本专著全面论述了弹性波的衍射问题。本书显然删掉了一个内容，即通过数值结果和曲线图详细讨论由障碍物引起的声波在液体中的散射问题。另一个删掉的内容是多个障碍物引起的多重散射问题。作者对那些因删去这些内容而感到失望的读者深表歉意。

据说一本专著的问世标志着该书所属学科的活跃研究工作的结束。但本学科的情况肯定不会是这样，因为本专著没有涉及到目前正在进行的弹性波衍射的研究。如果本专著在完成以上提出的两项任务外，还能使人们对弹性波衍射和动应力集中问题产生更大的兴趣，激发出更多的研究热情，作者将感到莫大的欣慰。

在本书的准备过程中，许多朋友和同行提出了有益的忠告和建议。作者特别感谢对这项工作作出贡献的 Rand 公司委员会的成员和顾问们，他们是：Richard Schamberg 和 D. J. Masson，感谢他们在本项计划初期给予的鼓励和支持；W. B. Graham 和 D. N. Morris，感谢他们长期的支持和耐心；Tiina Repnau，感谢她卓有成效的协助为本书获得了许多新的数值结果；David Gakenheimer，感谢他对成稿提出的批评意见和有助的建议；最后但并非是最不重要的，Jeanne Dunn, Nancy Hope, Mary McCabe, Maggie Milstead, Alrae Tingley 和 B. J. Verdick，感谢他们在书稿的准备过程中给予的卓越合作和坚韧的信心。

作者还要感谢伊利诺伊州立技术学院力学系的 Stephen A.

Than, 感谢他阅读了手稿的第五章。

本项工作是由 Rand 公司资助的,它是为美国空军进行的一系列研究计划的一部分。

鲍亦兴

毛昭宙

1972 年 10 月

目 录

第一章 绪论	3
1 弹性波衍射理论的发展简史	3
2 弹性力学的理论要点	25
3 弹性力学的二维近似	45
4 弹性固体的稳态和瞬态响应	56
第二章 分析方法	72
1 SH 波在圆柱面上的散射.....	73
2 积分方程方法	91
3 积分变换方法	114
4 弹性波的摄动法	131
第三章 圆形柱体问题	138
1 基本方程和平面波的表述	139
2 圆柱坐标方程和 Bessel 函数.....	143
3 空穴和刚性夹塞物的稳态解 (平面波).....	160
4 “弹性”夹塞物的稳态响应.....	187
5 圆形孔洞的瞬态响应	205
6 弯曲波的散射	219
7 入射波曲率的影响	231
8 壳体与弹性介质的瞬态相互作用问题	244
附录.....	261
第四章 椭圆形柱体问题	268
1 椭圆坐标方程和 Mathieu 函数.....	268
2 SH 波的衍射.....	298
3 P 波和 SV 波的散射.....	305
4 SH 波衍射的积分方程	317

第五章 抛物柱问题	339
1 抛物柱坐标方程和 Weber 函数	340
2 SH 波的衍射	361
3 P 波和 SV 波在半无限平面上的衍射	369
4 P 波和 SV 波在抛物柱面上的散射	383
5 齐次解	390
第六章 球形夹塞物问题	407
1 球坐标基本方程	407
2 弹性夹塞与极限情况	416
3 球形空穴周围的动应力	424
4 球夹塞物的瞬态响应	439
附录	455
参考文献	461
附录 固体中的弹性波	484

在现代设计的许多问题中，靠应用材料强度理论获得的初等解是不够的，必须借助弹性理论的一般方程以获得满意的结果。所有的应力集中问题便属此类。

S. 铁木辛柯，1925 年

（摘自《美国机械工程师学会会刊》，1925 年，第 47 卷，237 页）

第一章 绪 论

1 弹性波衍射理论的发展简史

弹性波衍射理论是在对光的本质的长期探索中形成的。一道光束通过孔隙边缘时总会略为弯曲, Grimaldi (Fr. Francesco Maria Grimaldi, 1618—1663) 把这种现象称为衍射。现在用这个术语来描述波在传播时射线偏离直线、而又不能解释为反射或折射的现象。在19世纪上半叶, 光被解释为一个扰动在弹性以太中的传播, 当时用于描述这种传播的动力学理论, 后来发展成现在的弹性力学理论。所以, 早在弹性力学理论应用于结构和机械构件应力分析之前, 弹性波传播理论已经就建立起来了。

应力分析的主要问题之一, 是如何确定应力集中。所谓应力集中, 是指由于结构构件的几何不连续性, 例如, 有孔洞、转角和缺口的存在, 使某个局部区域的应力陡然增加超过了标称值。在20世纪上半叶, 应力集中课题从数学上的好奇发展成为工程设计的一个重要组成部分。不过, 当时对于应力集中的了解, 尚仅局限于静力载荷情况, 就是说, 力或与之等价的其他力源是逐渐和缓慢地施加于结构构件之上的, 使质量惯性的影响能够忽略, 或者对结构构件的加载远在进行测量之前, 使观测到的数据不致和时间发生关系。动载荷下应力集中问题的研究是最近才开始的。同静力情况一样, 动应力集中问题的分析, 也是基于弹性力学理论的。所以, 动应力集中能与波的传播联系起来, 这就不足为奇了。动载荷的影响是它能够产生一种在结构或机械构件内传播的弹性波。当弹性波穿过几何不连续点时会发生衍射, 这与光线在孔隙边缘处的衍射是一样的。因此, 动应力集中是弹性波衍射的结果。

自从光的电磁与量子理论问世以后, 就再没有人接受弹性固

体理论了。1888年, Lord Rayleigh 在为《大英百科全书》撰写的“光的波动原理”一文中说道:“弹性固体理论作为一种纯粹的动力学推理是有价值的,但若没有对其真实性的数学模拟就不行了;在光学上,弹性固体理论只能算是一种说明。”我们就是根据这种精神把重温“光的弹性固体理论”作为本节的开端。沿着这条历史途径,我们将会发现弹性固体理论是如何发展起来的,并能找出自然界所有波动,包括声波(音响),电磁波和弹性波的共同本质。

本节的前四小节涉及光、声和弹性波的衍射和散射,以及有关的数学理论与方法的历史回顾。我们将在各个阶段提醒读者注意这门学科的开拓者们的光辉成就,及其对于现代弹性波衍射理论的影响。静应力集中这个题目将分别列为一个单独内容在第五小节里介绍,然后在最末一个小节中将它与弹性波衍射和动应力集中问题联系起来,后者也包括了静应力集中,这是把它作为动应力频率趋近于零时的一种极限情况。

1.1 光的弹性固体理论¹⁾

1665年在法国博洛涅出版了 Grimaldi 的遗著²⁾《光、彩色和汽珠与虹的物理数学》(Physico-Mathesis du Lumine, Coloribus et Iride)。作者在书中描述了这样一个试验,让一道光束通过前后排列的两个狭缝,然后射在一个黑色表面上。他发现光带在黑面上的宽度比刚进入第一狭缝时略为宽了一些。因此,他深信光束在孔隙边缘处是轻微地向外弯曲了。这与过去观察到的反射与折射现象是不一样的,于是便将这种现象命名为衍射。

几年以后, Robert Hooke (1635—1703) 观察到同样的现象。虽然 Hooke 与其同时代的 Christian Huygens (1629—1695) 都是光的“波动理论”的早期创始人,但对一些光学现象他们还不

1) E.T. Whittaker 对光的弹性固体理论作过深入讨论,详见参考文献 [1.1]。

2) Grimaldi 的书是很早一本有关光的著作。比它更早的可能只有 G. B. Della Porta 写的《论折射》,1593年在法国里亚波利出版,见参考文献 [1.2]。

能作出解释,衍射即是其中之一。尚若光是按声波方式传播¹⁾,那末,光在蔽光屏后就会均等地扩散,而不至于一片黑暗。到19世纪初叶,衍射、偏振和双折射(在晶体中)现象成为光波(纵波)理论面临的几个主要难题。

1801年, Thomas Young (1773—1829) 发现了光的干涉定律^[1.3a, b], 这为 Augustin Jean Fresnel (1788—1827) 发现衍射的真正成因铺平了道路。光的干涉可以简单地描述成两束波在交混时整个或部分地相互削弱(或加强)。1818年 Fresnel 因发表光的“衍射”的论文而获法国科学院奖, 论文提出的观点是, 光的衍射是由于从一个孔隙发射出来的次生波的相互干涉形成的。如果设想入射波到达一个屏障的孔隙后就被阻断了, 那末, 按照 Huygens 原理, 孔隙的每个组成部分都可看作是次生扰动的中心。在入射波阵面的法线周围, 向外发散的球面波的强度是不会因方向改变而突然变化, 任何一个观察点的扰动都可取成全部次生波所引起的扰动的总和。由于从扰动中心到观察点的距离不同, 使每个次生波的位相产生滞后, 到达的次生波当然就会互相干涉, 导致衍射。

不久后, Francois Arago (1786—1853) 和 Fresnel 共同通过试验发现, 正交平面上的两束偏振光是不会互相干涉的。这个发现促使 Young 相信: 光是以太中的一种横波^[1.5], 波中的质点是在与波的传播方向成直角的某个固定方向上运动着的。这种现象被称为偏振²⁾。

Young 对偏振所作的解释立刻被 Fresnel 所接受, 并作了进一步说明。Fresnel 根据横波概念分别于 1821 和 1822 年向法兰西科学院提出三篇讨论晶体双折射的文章^[1.7]。他断定光以任何方向在晶体中传播都会被分解成两个速度不同的平面偏振分量。

1) 声以波的形式进行传播的观点的是在牛顿时代(1642—1727)建立起来的。

2) 太阳光反射的偏振现象, 是 1809 年为 Stephen Louis Malus (1755—1812) 首先发现的。Arago, Malus, Fresnel 和 Young 的小传以及他们的科学贡献均载入参考文献 [1.6], 其中附有译者趣味深长的记注和评语。

由于当时还没有以太中的横波波动理论,他从纯几何观点出发断定这两个速度必须是一个二次方程的根。通过研究以太中的波动所引起的相对位移,他导出了这个方程。所以,在十年稍多一点的时间里,一向被认为是光的波动理论所固有的一切主要难题,都已得到解决。在长达一个世纪之久的有关光的性质问题的探讨上,可以用这样一句话来作为结论:光是弹性以太中的横波运动。

虽然在空气中以及在以太中的声波(纵波)方程已在18世纪末期被推导出来了¹⁾,但还没有提出一个通用方法可以研究对体积变化和扭转二者具有抵抗力的弹性以太的运动。1821年,即Fresnel提出晶体光学文章那一年,Claud Louis-Marie-Henri Navier (1785—1836)提出了弹性体的分子理论,给出了弹性固体中的一个质点位移的运动方程^[1.8]。他的理论立刻引起另外那些从事弹性以太的横向运动控制方程研究的院士们的注意。后来,Cauchy (Augustine-Louis Cauchy, 1789—1857)从完全不同的观点出发提出我们今天所称的“弹性力学数学原理”(见第2节)。他不仅引进了应力、应变和应力-应变关系这些概念,同时还正确地确定了弹性常数的数目,即各向同性体为2,晶体为21。如果固体的体积模量等于它的剪切模量的5/3,Cauchy原理中的运动方程与Navier的运动方程一致²⁾。

Cauchy原理载于他在1828年发表的著作中^[1.11]。同年,Poisson (Siméon Denis Poisson, 1781—1840)将位移分解成无旋的与无散的(等体积的)两个组成部分,每一部分都是一个波动方程的解,从而成功地解出了弹性固体运动的微分方程^[1.12]。直到今天,人们在研究固体中的波动时,仍然沿用Poisson的分析方法(见第2节)。然而,他在固体中发现的双波现象给光学原理带来新的困难。因为如果一个光亮的以太是像弹性固体那样工作的话,

1) 1750年 Jeanle Rond D'Alembert(1717—1783)推导出了振动弦的偏微分方程。1759年 Joseph Louis Lagrange (1736—1813)将弦当作是一串珠子的极限情况,又导出了同样的运动方程。

2) 关于弹性力学原理的发展历史以及对该原理有贡献的科学家的传略小记,请参考文献[1.9]和[1.10]。