

周 仪 著

圆与曲线的直观度量

吉林科学技术出版社

青年科学家著作丛书

圆与曲线的直观度量

周 仪 著

吉林科学技术出版社

青年科学家著作丛书

圆与曲线的直观度量

周 仪 著

责任编辑：张瑛琳

封面设计：杨玉中

出版	吉林科学技术出版社	850 × 1168毫米32开本	5.75印张
发行		插页 4	133,000字
		1990年4月第1版	1990年4月第1次印刷
		印数：1 - 1180 册	定价：3.90元
印刷	长春市第五印刷厂	ISBN	7 - 5384 - 0506 - 2/O · 29

内 容 提 要

本书在总结、归纳前人经验、理论的基础上,进一步从数学、物理、力学、制图等不同角度对圆进行了科学的分析与新的探讨。

本书的新颖性在于提出了圆弧长度直观度量的理论方法及其应用工具——弧长仪,并进一步介入非圆曲线长度直观度量这一领域,是一部既探索了基础理论,又渗透于实际应用的著作。

本书的特点在于融知识性、实用性、可读性为一炉,基础理论由浅入深,图文并茂,直观易懂,适应于大中院校师生、工程技术人员、科技工作者等不同层次的读者。

祖国的希望 未来的曙光

——寄语青年科技工作者

王大珩

翻开吉林科学技术出版社送来的《青年科学家著作丛书》书目及作者名单，一个个自强好学，勇于探索创新的青年人仿佛就在眼前，使我欣慰，感到后生有望。所以在《丛书》编辑出版之际，我很乐于借此机会，同广大青年科技工作者讲几句共勉的话。

这些年来，一大批在五星红旗下诞生，成长起来的年轻科技工作者崭露头角，在面向国民经济主战场的应用研究和在基础科学以及高技术研究等诸多方面取得优异成就，有的居于国际领先地位，或达到国际先进水平，有的填补国内空白，这些成果对推动科学技术进步，发展国民经济起到了重要作用。为鼓励青年科技工作者的科学研究和发明创造，中国科学技术协会、中国科学院分别设立了青年科技奖和青年科学家奖，规定每两年评选一次。首届青年科技奖评出 94 名，首届青年科学家奖评出 25 名，他们是从全国数以百万计的青年科技工作者中层层遴选出的佼佼者。

在此基础上，经过中国科协和中国科学院的推荐，吉林科学技术出版社编辑出版首届部分获奖者的著作，并获得长白山学术著作出版基金的资助，这对广大青年

科技工作者是很大的鼓舞。出版社关心青年科技工作者的成长是值得赞扬的。

当今，在激烈的国际竞争中，重要的是看一个国家的综合国力，而其中重要的一个方面是科学技术的进步，所以各国都把科学技术作为推动经济发展和社会进步的重要手段。我国是一个拥有十一亿人口的大国，经济还很落后。但是我们有志气、有能力振兴中华，立足于世界民族之林。实现这样的宏愿，要靠我们几代人的艰苦奋斗。中国科学技术的兴旺发达要靠我们老中青科技工作者团结合作，但归根到底要靠你们青年人。长江后浪推前浪，一代更比一代强。党和人民把国家的前途、民族的命运寄托在你们青年人身上，正如江泽民同志所说：“你们是祖国希望所在，是中国未来的曙光。”

我们这些人都已年逾古稀，要你们接好班，要有理想、有志气。一个人也好，一个民族也好，都要有一点精神，要有使命感，要有民族自强心，要为国家、为民族争口气，奋发向上，勇于进取；作为优秀的青年科技人才，除业务上有突出成就外，还要有不计名利、无私奉献的高尚精神，现在尤其要提倡这种精神，还要有求实的科学态度，尊重知识，尊重他人的劳动；你们还要发扬中华民族的美德，那就是要有集体主义精神，要团结协作，自力更生，艰苦奋斗，不折不扣地去拼搏，满怀希望，开拓未来！

1990年2月

序

圆在人类知识结构总体中占有重要的地位，圆的理论与应用渗透到各学科领域。

读完这本《圆与曲线的直观度量》，我感到后生有望，我们中华民族曾经在圆的研究上为人类作出过卓越的贡献，这是我们民族的自豪。今天，在《青年科学家著作丛书》里又出现这一本对圆有进一步研究的著作，确实令人鼓舞。

本书取材广泛，博采古今中外大量有关圆的研究成果，资料翔实、内容丰富、视野开扩。

在认真总结前人经验的基础上，作者又提出了有关圆弧长度直观度量的问题，这是一项创新。圆弧曲线长度直观度量问题的解决，不但提供了相应的应用工具，同时也为二次曲线、高次曲线的直观度量提供了研究手段和方法。当然，本书对曲线长度的直观度量仅仅是开始，比起圆弧，非圆曲线的直观度量有着更广阔的研究天地，作者已经取得国家自然科学基金会的资助，开始了更高层次的研究。

本书有如下几点特色：

(1) 思路清晰，基本概念明确，基础理论方面既注重于严密的逻辑推理，又不拘泥于纯数学的严格。

(2) 注重理论和应用的结合，力求适应较宽的读者面，大、中学生或工程技术人员都可从中得益。

(3) 文字流畅，图文并茂，读来清新易懂，足见作者是下了一番功夫的。

总之，无论从题材的收集与新观点的阐述都体现了作者的

创新精神，是一本内容丰实，题材适当，难易适中，从中可以得到一定启迪的科技读物。

严 恺 1989年4月

(中国科学院学部委员，河海大学名誉校长，教授)

前 言

纵观人类几千年文明史，人们对自然规律的认识总是由浅入深、由低级向高级不断发展起来的。对圆和曲线的空间位置和数量关系及其开发应用也是这样，前人对圆和曲线做过大量的研究工作，使后人能在他们奠定的基础上循序渐进、继往开来。

我曾在一次生产实践中遇到了计算圆弧长度的问题，并因而萌发了探讨曲线长度直观度量的愿望，此后十余年探索在这一领域，终于取得了一点成绩，并为本书的撰写积累了资料和题材。

在本书出版之际，我首先要感谢老一辈给予我们的扶持和爱护，感谢尊敬的严老和许多老科学家给我们的关心和鼓励。同时，我由衷地感谢河海大学张智怀副教授的审稿，我还要感谢吉林科学技术出版社和长白山学术著作出版基金会，感谢他们为《青年科学家著作丛书》的出版付出了辛勤的劳动和财力上的资助。

总之，这本书决不是属于我自己的，她和这套《青年科学家著作丛书》一起，属于我们的国家，属于我们的人民，属于青年科技工作者在老一辈科学家关怀和指导下前仆后继的不懈努力和事业的执著追求。

周 仪

1989年12月

目 录

第 1 章	绪论	(1)
1.1	圆的起源	(1)
1.2	圆的定义与数学描述	(7)
1.3	圆的特性	(10)
第 2 章	圆周率	(13)
2.1	圆周率的研究史	(13)
2.2	圆周率的近似计算	(16)
2.3	π 的连分数表示	(19)
2.4	π 的级数计算	(21)
2.5	π 是无理数	(23)
2.6	π 的超越性	(26)
第 3 章	圆的知识库	(29)
3.1	圆的基本概念与一般性质	(29)
3.2	圆与其它几何图形的位置关系	(31)
3.3	和圆有关的角	(38)
3.4	和圆有关的多边形	(40)
3.5	和圆有关的比例线段与相似关系	(44)
3.6	圆的调和性	(57)
3.7	反演变换	(62)
3.8	与圆有关的各量计算公式	(66)
第 4 章	圆的应用	(77)
4.1	圆在容器及输液装置中的应用	(77)
4.2	圆在工程建设上的应用	(80)
4.3	圆在机械上的应用	(81)
4.4	圆周运动	(84)
第 5 章	圆弧长度的直观度量	(91)

5.1	弧长仪的原理	(92)
5.2	弧长仪及其使用方法	(94)
5.3	圆弧相关量的综合测量	(99)
5.4	角的任意分割	(102)
5.5	弧长仪在生产实践中的应用	(104)
5.6	弧长仪的精度与检测	(113)
第 6 章	与圆有关的曲线、曲面	(116)
6.1	圆锥曲线	(116)
6.2	圆的渐开线	(131)
6.3	摆线	(132)
6.4	螺旋线	(138)
6.5	曲线的曲率	(140)
6.6	与圆有关的曲面	(142)
第 7 章	非圆曲线长度的直观度量	(157)
7.1	非圆曲线弧长积分	(158)
7.2	曲线长度定位直观度量	(161)
7.3	凸形变曲率曲线长度的不定位直观度量	(167)
参考文献		(171)

第 1 章

绪 论

圆，司空见惯，自古以来就与人类的文明发展、科学进步、生产实践密切相关。

圆弧是大千世界里最简单、最有规律、最广泛受到应用的曲线。人类与圆的接触有着悠久的历史，人类对圆弧的认识和研究来源于社会实践，并随着社会的发展不断深化和提高，从无到有，由浅入深，从简单到复杂，由低级向高级，越来越科学，越来越透彻。反过来，圆弧曲线独具的优点又不断地作用于人类社会，促进科学技术与社会生产力的发展。

圆的基本理论和应用价值是人类知识宝库的一束瑰宝，圆对其他学科的渗透和交叉又为各学科领域的发展与进步增添了光彩，为此，人类必须不断地、系统地总结、归纳有关圆的知识，在前人深入研究的基础上，进一步开拓圆弧知识体系内尚未被人类开发的领域，填补空白，攀登新的高峰，使之更有效地为人类的今天和未来服务。

1.1 圆的起源

圆，作为自然界的一种物态，就象宇宙间永恒的太阳、月亮、山脉、水流一样，人们已经很难准确地考证它起源的年代。

然而，任何科学萌芽的产生，都和当时的社会条件有关。圆的起源，也遵循了这一规律。人类对圆的认识，是人类从猿到人，不断对自然界物体形态的观察、思考、抽象、概括，最后形成概念，由感性到理性逐渐拓宽的。

从原始社会开始，人类的早期社会实践与原始智力的开发促使人类对自然界的各种现象有了比动物更多的思维。原始人看到天上的太阳、月亮，树上的果实……就能一目了然地接受圆的形态。在原始人类生存时代的地球上，就已存在着各种被大自然造就的圆形，如：经河水长期冲刷的石块，变成了圆形、光滑的卵石；鸟类下的蛋；昆虫产的卵；树木的枝干……都是圆形，这一切潜移默化被原始人逐渐理解和接受。

随着几千年时间的推移，当人类动手能力、语言能力都有了提高的时候，人类就能以太阳、月亮、果实、鸟蛋……为模特儿，用语言或手势描绘出圆来。以后，人类开始画圆，加工圆，利用圆，使圆为人类造福，并对圆进行了循序渐进的深入研究。

古今中外，地球上大量的出土文物，足以证明人类掌握圆已经有漫长的历史。

我国是对圆有较早记载的国家之一，我国古代文明史是对圆的生成和发展的佐证。170万年前的云南元谋猿人学会加工石器，50万年前北京周口店人的遗址处也发现了上万件的石器。这些石器被敲凿成各种形状，其中很多被加工成圆形。可见旧石器时代，原始人类已经具备了制作圆的能力，可以推

测，人类对圆的启蒙认识比这更远古。

大约一万年前左右的新石器时代，人类对圆的加工制作能力更有长进，我国浙江余姚河姆渡原始社会遗址处发现了精美的石器和烧制的陶器，在木构件的化石上还留有凹凸相吻合的长方形和圆形的榫卯。

距今一万多年的山顶洞人的记数法是，在骨管上刻上圆孔，一个小圆孔表示一，一个长圆孔表示十，如图1-1所示。

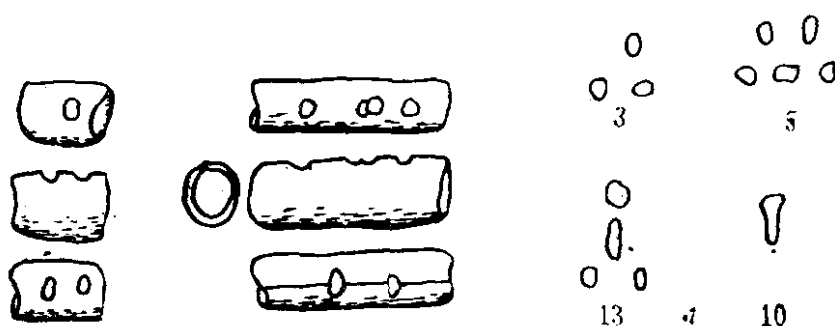


图1-1 骨管上的记数圆孔

丁村新石器时期的原始人用石头加工成球形工具，可以更准、更远地投掷野兽。陕西省半坡新石器遗址出土的陶器中有三足陶器，可见当时人们已经发现三足具有稳定性的特点，同时还有大量纺轮出土，这些纺轮呈圆柱状或圆台状，纺轮的中间都有从两面钻成的小圆孔，如图1-2所示。

丁村遗址还发现大批圆环，除了多数呈同心圆外，还有一些外圈带齿的特别形状，齿距虽不是绝对均匀，但大体上差不多，说明那时



图1-2 半坡遗址出土的圆形纺轮

候已经有了等分圆周的思想。特别是丁村还有一批大小不同的陶球出土，都很规则，说明当时球的观念已完全形成。

河北省磁县下潘汪新石器时代遗址出土的陶器的口沿不仅

是规则的圆形，而且底周外缘有花牙子，牙距均匀，如图 1-3 所示，明显地看出当时人类已经有了等分圆周的能力。屈家岭文化彩陶纺轮上有各种旋形纹样，正是纺轮旋转的一种摹拟，是当时人们纺线和编织的一种象征性图案，也是当时人们精神生活的一种直接反映。

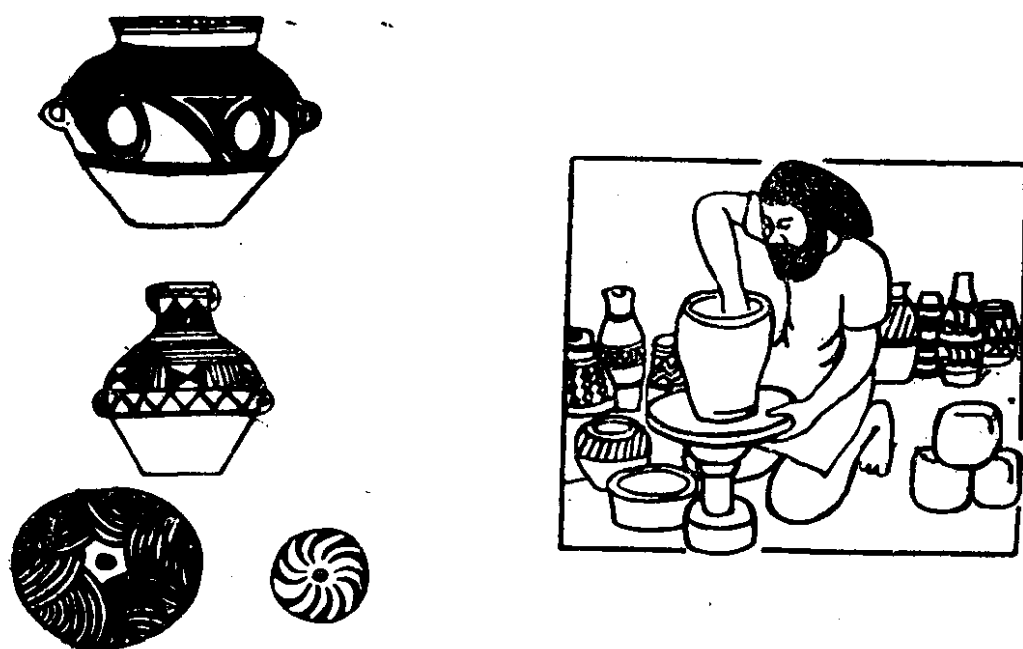


图1-3 古代陶器

人类对圆的早期研究可以从文化发展中找到大量的证据。例如商代的甲骨文中就已经有了“规矩”两字，规字写作“𠄎”，矩字写作“𠄐”，从这两个象形字可以看出圆规和直角尺的外形，说明在产生文字“𠄎”、“𠄐”之前已经有了圆规和直角尺实物，而从实物的形态上人类造出了象形文字，可见圆规和直角尺的发明比文字的产生更早。有了圆规，人类就可以画出规则的圆的图形，对圆的绘制和研究产生了质的飞跃。

车轮是人类进步的一大创举，最早的车轮是六千年前尼罗河三角洲以东美索不达米亚人制做的。当时的车轮仅是树桩做的一个圆盘，中间挖一个圆洞，穿过一个木头做轴，使圆盘能绕着轴转动。有了车轮，人类从此有了陆地运输工具，改变了

牛驮肩扛的原始运输状态。车轮的发明也可以证明人类对圆的测绘和计算达到了一定的水平。车轮是圆的，见图1-4，古代的车子多是木结构的，辐由毂向外呈放射形，把圆周角等分，辋一般是由数块弧形构件附在车轮上。我国商代已经使用车子，河南安阳殷墟多次发现古代车子的遗迹，

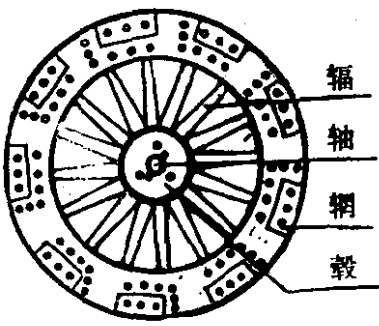


图1-4 车轮

西周出土的文物中有制造十分精致的马车，这都证实了当时人类对圆进行了较深入的研究，并且有了计算、测绘和等分圆周的数学方法。

《考工记》一书记载了战国时期制造弓箭的规格：“筑氏为削，合六而成规；天子之弓，合九而成规；诸侯之弓，合七而成规；大夫之弓，合五而成规；士之弓，合三而成规。”是说制造弓时，每张弓都成圆弧形，合几张弓成一圆周是根据当时的社会等级而决定的。一般人用的弓为圆周的六分之一；天子用的弓为圆周的九分之一，大夫用的弓为圆周的 五分之一，士兵用的弓为圆周的三分之一。如图1-5所示。当时人们不但把圆周用于兵器制造，而且对圆的几何认识也达到了一定的水平。

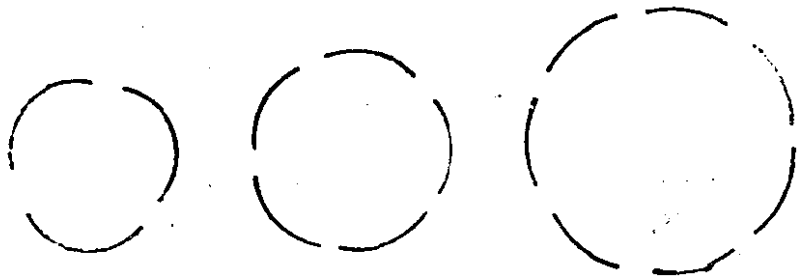


图1-5 《考工记》制造弓的规格

以后，圆的工艺制造水平不断提高，秦汉时期铜钱成为一种主要货币，铜镜也进入平民百姓家，铜钱和铜镜大多做成圆

形，上面还有精美的同心圆、连弧、正方形等几何图案。见图1-6。

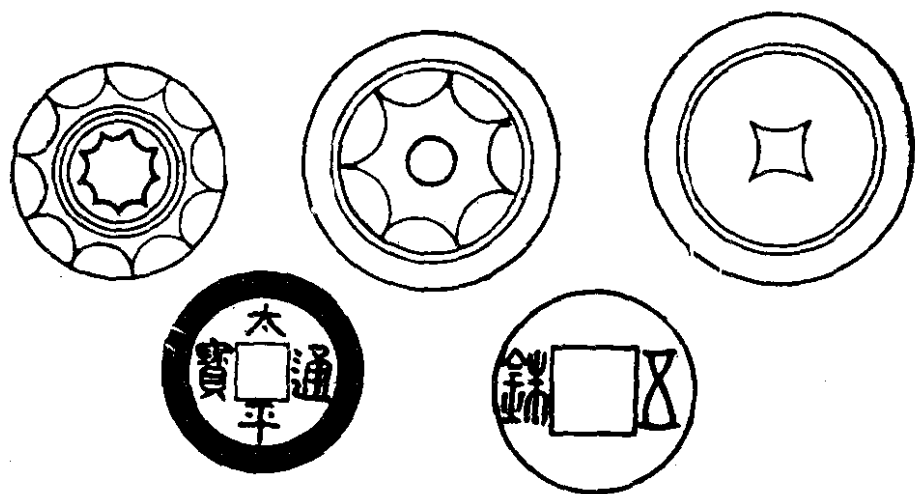


图1-6 铜镜、铜钱图案

据战国时尸佼所著《尸子》一书记载：“古者，倕为规、矩、准、绳，使天下仿焉。”说的是公元前二千五百多年以前黄帝和尧的年代，我们的祖先就有了圆、方、平、直的形体概念，并以此为规范，令后人效仿。

古代科学家为后人留下了研究圆的宝贵知识财富。公元前一百多年前的《周髀算经》给出了计算圆周长的法则。在亚历山大前期第一大数学家欧几里得（Eudid，约公元前330~275年）留下的巨著《几何原本》中，对点、线、面、角、圆、多边形等几何知识进行了归纳、整理。在公元纪元前后由众多中国古代数学家撰写、修订、增补的《九章算术》中对圆田、弧田（即圆与弓形）的面积计算进行了科学的总结。《九章算术》与西方最早的数学著作《几何原本》这两本对世界东西方数学研究起过重要的推动作用的著作各有特点，但又有很多相似之处，都为后人积累了研究圆的知识理论。

从刘徽割圆术，祖冲之圆周率……直至近代科学家对圆的高层次的研究，以及圆与其他学科的渗透、交叉和利用可以看出：圆，起源于人类的社会实践又服务于人类社会。人类对