

# 平差计算

(习题题解)

[西德] H. 沃尔夫

---

---

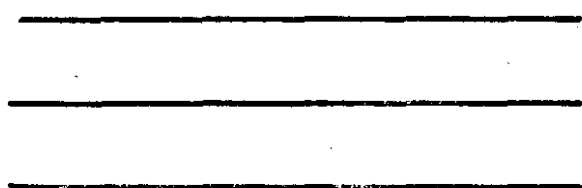
---

---

测绘出版社

# 平 差 计 算

(习题题解)



[西德] H·沃尔夫 著

方佩竹 译

胡明城 校

测绘出版社

## 内 容 提 要

本书作者 H·沃尔夫是当代西德理论测量学家，著述宏富，有著名的“沃尔夫平差法”。

《平差计算》分作两卷出版，第一卷是实用公式，译本已由我社于 1983 年出版；本书是第二卷，即习题题解，兼有部分示例。内容侧重平差计算在各种测量技术方面的应用。通过典型例题，着重解决计算中所遇到的困难。也吸收了最小二乘法的现代发展。

本书与第一卷在结构、计算技术和专业术语方面有紧密联系，又独立自成系统，每章均按矩阵书写方式列出简明公式一览表。

本书可供科研、教学和作业人员以及在校学生参考。

## 平 差 计 算

(习题题解)

[西德]H·沃尔夫 著

方佩竹 译

胡明城 校

\*

测绘出版社出版

测绘出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

\*

开本 850×1168 1/32·印张 11.75·字数 302 千字

1985 年 10 月第一版·1985 年 10 月第一次印刷

印数 1—5,500 册·定价 3.20 元

统一书号：15039·新 374

## 前 言

众所周知，平差计算是通过它的应用予以肯定的，并通过实用来证明它的正确性。事实上，平差计算除了以测量学为其主要应用领域之外，还在天文学、地球物理学、农业、国民经济和统计学等方面得到了广泛应用。然而，试图包罗最小二乘法的全部运用，并相应地通过习题予以说明，这将是一种空想，同样也是多余的。

因此，本例题集侧重于叙述平差计算在测量技术方面的应用。但并不要求完整性和处理测量学中会出现的一切平差情况，而是通过所选择的典型例题，着重于解决列出解答式子所遇到的困难。本书也吸收了最小二乘法的一些现代发展，它们可以概括为自由网、伪求逆、拟合推估、条样函数和统计假设检验等等概念，这些都是必须了解的。

本书与《平差计算》（实用公式）一书在结构、计算技术和专业术语方面是紧密联系的，本书许多地方出现的方括号提示均涉及前书有关内容。虽然如此，但是本例题集是独立的和自成系统的论著，因为每一章均按矩阵书写方式列有简明的公式一览表。

运用平差计算的困难，通常不在于对理论上公式推导的理解，而是在于平差方法的处理，因为当提出实际问题时，一旦认清了如何为此特定问题建立思维模型，运用何种基本关系式，则计算的实施不会再有困难。

因此，本书中各个例题严格按照函数模型或随机模型的类别排列：从非相关观测的简单问题到需要顾及观测量间相关性的较为费事的问题。

本书中只有一部分例题是用数字详细表述的，其它的例题只

列出解答式子。为了不致使人们产生一种以为平差计算问题就是数值计算的印象，这样的安排看来是适宜的，特别是当数值计算超过一定范围时，人们会以为平差计算所要考虑的只是用计算机进行计算和编制程序。

本书可作为学生家庭作业和考前准备的辅助读物，作业员也可以根据示例进行平差计算。

考虑到作业员只是偶尔从事平差计算，故书后附有详细的名称和主题索引，因而对出现的具体平差任务，可以比较容易地查考和得到解答。

H·沃尔夫 (Helmut Wolf)

1978年5月于波恩

# 目 录

## 第 I 篇 非相关观测

### 习 题:

|             |                             |        |
|-------------|-----------------------------|--------|
| I 1         | 根据真误差计算中误差 .....            | ( 1 )  |
| I 1.1       | 根据对真值的偏差计算中误差 .....         | ( 4 )  |
| I 1.1-Nr.1: | 光学测距的中误差 .....              | ( 4 )  |
| -Nr.2:      | 量取坐标的中误差 .....              | ( 5 )  |
| I 1.2       | 观测值之差的中误差 .....             | ( 6 )  |
| I 1.2-Nr.1: | 水准测量一公里的中误差 .....           | ( 6 )  |
| I 1.3       | 由不符值计算中误差 .....             | ( 7 )  |
| I 1.3-Nr.1: | 由三角形闭合差计算角度中误差 .....        | ( 7 )  |
| -Nr.2:      | 由三角形闭合差计算方向中误差 .....        | ( 9 )  |
| I 2         | 非相关观测的误差传播定律 .....          | ( 11 ) |
| I 2.1       | 观测量的线性函数的中误差 .....          | ( 13 ) |
| I 2.1-Nr.1: | 由分段水准测量求得的高差中误差 .....       | ( 14 ) |
| -Nr.2:      | 双程水准测量所必需的重复次数 .....        | ( 14 ) |
| I 2.2       | 观测量的非线性函数的中误差 .....         | ( 15 ) |
| I 2.2-Nr.1: | 几何中数的中误差 .....              | ( 15 ) |
| -Nr.2:      | 附加的从点的中误差 .....             | ( 15 ) |
| -Nr.3:      | 矩形面积的中误差 .....              | ( 16 ) |
| -Nr.4:      | 直角三角形斜边的中误差 .....           | ( 17 ) |
| -Nr.5:      | 三角形一边的中误差 .....             | ( 18 ) |
| -Nr.6:      | 采用水平辅助三角形测定塔高的<br>中误差 ..... | ( 20 ) |

|             |                                                         |        |
|-------------|---------------------------------------------------------|--------|
| -Nr.7:      | 度盘偏心常数的中误差 .....                                        | ( 21 ) |
| -Nr.8:      | 求积仪常数的中误差 .....                                         | ( 23 ) |
| -Nr.9:      | 中误差双曲线 .....                                            | ( 24 ) |
| -Nr.10:     | 总垂线偏差的中误差 .....                                         | ( 25 ) |
| -Nr.11:     | 平均垂线曲率的中误差 .....                                        | ( 26 ) |
| -Nr.12:     | 埃拉托色尼 (Eratosthenes, 公元前276~<br>195年,希腊学者)地球周长的测定 ..... | ( 27 ) |
| I 2.3       | 有形的误差传播 .....                                           | ( 28 ) |
| I 2.3-Nr.1: | 水准器气泡置中误差的测定 .....                                      | ( 28 ) |
| -Nr.2:      | 经纬仪照准误差的测定 .....                                        | ( 29 ) |
| -Nr.3:      | 角度的单测方式与复测方式的比较 .....                                   | ( 30 ) |
| I 3         | 非相关观测的平差 .....                                          | ( 31 ) |
| I 3.1       | 直接观测的平差 .....                                           | ( 31 ) |
| I 3.1-Nr.1: | 角度的加权平均值 .....                                          | ( 33 ) |
| -Nr.2:      | 水准环线的平差 .....                                           | ( 34 ) |
| I 3.2       | 间接观测平差 .....                                            | ( 35 ) |
| I 3.2-Nr.1: | 无多余观测时的计算步骤 .....                                       | ( 37 ) |
| -Nr.2:      | 在一测站上多次测定的方向角 .....                                     | ( 39 ) |
| -Nr.3:      | 全组合测角 .....                                             | ( 41 ) |
| -Nr.4:      | 一个站点上的方向组及复测角 .....                                     | ( 42 ) |
| -Nr.5:      | 不完全方向组, 依克拉克 (Clark)<br>迭代法平差 .....                     | ( 45 ) |
| -Nr.6:      | 水准网, 依对于标准零点的高程进行间接<br>观测平差 .....                       | ( 48 ) |
| -Nr.7:      | 水准网, 运用重复取中数法平差 .....                                   | ( 55 ) |
| -Nr.8:      | 沉陷地区的水准网 .....                                          | ( 57 ) |
| -Nr.9:      | 根据方向观测插入双点 .....                                        | ( 59 ) |
| -Nr.10:     | 用于求三角高程测量中折射的斜距<br>或平距 .....                            | ( 60 ) |

|             |                                  |         |
|-------------|----------------------------------|---------|
| -Nr.11:     | 运用方向、角度及距离观测插入三点 …               | ( 63 )  |
| -Nr.12:     | 桥梁控制网中精度的提高 ……………                | ( 77 )  |
| -Nr.13:     | 通过陀螺仪观测插入导线 ……………                | ( 80 )  |
| -Nr.14:     | 运用附加高程角的空间测边交会 ………               | ( 88 )  |
| -Nr.15:     | 空间导线 ……………                       | ( 90 )  |
| -Nr.16:     | 有多余观测和无多余观测的空间交会 …               | ( 95 )  |
| -Nr.17:     | 塔高测定 ……………                       | ( 100 ) |
| -Nr.18:     | 运用摄影测量获得的位置角进行空间<br>后交会 ……………    | ( 103 ) |
| -Nr.19:     | 平差直线及平差抛物线之下的面积<br>精度 ……………      | ( 108 ) |
| -Nr.20:     | 平差抛物线切线升角的中误差 ………                | ( 111 ) |
| -Nr.21:     | 借助于高斯算法建立正交多项式 ………               | ( 113 ) |
| -Nr.22:     | 精密缩放仪的调置 ……………                   | ( 116 ) |
| I 3.3       | 条件观测平差 ……………                     | ( 119 ) |
| I 3.3-Nr.1: | 水准网的直接平差和逐步平差<br>(高斯-福格勒法) …………… | ( 121 ) |
| -Nr.2:      | 在一条无误差的基线上的检定测量 ……               | ( 123 ) |
| -Nr.3:      | 通过闭合差分配进行全组合角度观测<br>平差 ……………     | ( 128 ) |
| -Nr.4:      | 将一高点引下 ……………                     | ( 130 ) |
| -Nr.5:      | 带有两条观测边长的三角网 ……………               | ( 134 ) |
| -Nr.6:      | 观测角度及距离的局部三角形 ………                | ( 144 ) |
| -Nr.7:      | 插有中间点的三角形中的基线传递 ……               | ( 147 ) |
| -Nr.8:      | 观测角度及距离的三射线中点形 ………               | ( 150 ) |
| -Nr.9:      | 完全四边形 ……………                      | ( 154 ) |
| -Nr.10:     | 带有大地四边形的三角锁 ……………                | ( 159 ) |
| -Nr.11:     | 通过改正数方程的测边网条件平差 ……               | ( 163 ) |
| -Nr.12:     | 根据条件方程的平差抛物线 ……………               | ( 166 ) |

|             |                               |       |
|-------------|-------------------------------|-------|
| I 3.4       | 带有未知数间条件方程的间接观测平差             | (167) |
| I 3.4-Nr.1: | 质量均衡的高程断面                     | (169) |
| -Nr.2:      | 事先给定的平差抛物线的切线方向               | (172) |
| -Nr.3:      | 两个附合点不可靠的自由水准网                | (174) |
| -Nr.4:      | 内精度与伪逆                        | (177) |
| -Nr.5:      | 样条函数                          | (181) |
| I 3.5       | 带有未知数的条件观测平差                  | (185) |
| I 3.5-Nr.1: | 使用未检定的标尺所测设的水准网               | (186) |
| -Nr.2:      | 由局部中点四边形的归心元素                 | (189) |
| -Nr.3:      | 以微波测距仪加常数作为未知量的<br>三边测量大地四边形锁 | (192) |
| I 3.6       | 特殊情况: 拟间接观测                   | (193) |
| I 3.6-Nr.1: | 由天顶距观测结果测时和纬度<br>(高度-位置线法)    | (194) |
| -Nr.2:      | 平差圆                           | (196) |
| -Nr.3:      | 漏斗形井坑的最或是模型                   | (198) |
| -Nr.4:      | 平差抛物线法线角的精度                   | (201) |

## 第 II 篇 相关观测

|              |                           |       |
|--------------|---------------------------|-------|
| II 1         | 相关矩阵及权矩阵                  | (204) |
| II 1-Nr.1:   | 等强度相关观测的矩阵求逆              | (207) |
| II 2         | 相关观测的误差传播定律               | (208) |
| II 2.1       | 一般情况                      | (208) |
| II 2.2       | 单一函数中误差的计算                | (209) |
| II 2.2-Nr.1: | 由相关距离测量结果求定的长方形面积的<br>中误差 | (209) |
| -Nr.2:       | 焦距的中误差                    | (210) |
| -Nr.3:       | 往测及返测之间的相关性               | (212) |

|              |                             |         |
|--------------|-----------------------------|---------|
| -Nr.4:       | 带有递归相关矩阵的等精度观测之和的中误差 .....  | ( 213 ) |
| -Nr.5:       | 拉普拉斯方程不符值的中误差 .....         | ( 215 ) |
| II 2.3       | 相关和非相关观测的多种函数               |         |
|              | 互方差-协方差矩阵的计算 .....          | ( 216 ) |
| II 2.3-Nr.1: | 用三角测高法测定的高差的Q矩阵 .....       | ( 216 ) |
| -Nr.2:       | 方向偏心量之间的Q矩阵 .....           | ( 218 ) |
| -Nr.3:       | 检定函数非等精度时相关距离间的Q矩阵 .....    | ( 219 ) |
| -Nr.4:       | 附加的从点的相关矩阵和中误差椭圆 ...        | ( 220 ) |
| -Nr.5:       | 平滑平均值之间的相关性 .....           | ( 222 ) |
| -Nr.6:       | 累积的总和之间的相关性 .....           | ( 224 ) |
| -Nr.7:       | 算术中数、几何中数以及调和中数之间的相关性 ..... | ( 226 ) |
| II 3         | 相关观测平差 .....                | ( 227 ) |
| II 3.1       | 直接观测平差 .....                | ( 228 ) |
| II 3.1-Nr.1: | 相关天顶角的平均值 .....             | ( 230 ) |
| -Nr.2:       | 由相关距离求算术中数 .....            | ( 233 ) |
| II 3.2       | 间接观测平差 .....                | ( 235 ) |
| II 3.2-Nr.1: | 拟合推估问题的赫尔默特技巧 .....         | ( 238 ) |
| -Nr.2:       | 带有观测未知数的水准测量网 .....         | ( 240 ) |
| -Nr.3:       | 通过相关距离和水平方向测定单点 .....       | ( 243 ) |
| -Nr.4:       | 两个不可到达的高点 .....             | ( 247 ) |
| -Nr.5:       | 带有相关斜距的空间导线 .....           | ( 252 ) |
| -Nr.6:       | 时序分析 .....                  | ( 256 ) |
| II 3.3       | 条件观测平差 .....                | ( 261 ) |
| -Nr.1:       | 含有两条相关基线的局部三角网 .....        | ( 262 ) |
| -Nr.2:       | 待放样的隧道两洞口间由三角测高所得的高差 .....  | ( 267 ) |

|                                                |       |
|------------------------------------------------|-------|
| -Nr.3: 运用角度及相关距离测定塔高 .....                     | (274) |
| II 3.4 带有未知数间条件方程的间接观测<br>平差 .....             | (280) |
| II 3.4-Nr.1: 圆弧段的测量 .....                      | (282) |
| -Nr.2: 在两新点间距离无误差的情况下采用方向<br>及相关距离进行双点插入 ..... | (287) |
| II 3.5 带有未知数的条件观测平差 .....                      | (293) |
| II 3.5-Nr.1: 根据摄影的恒星记录进行纬度测定 .....             | (295) |
| II 4 分组平差 .....                                | (298) |
| II 4.1 条件-条件方组平差 .....                         | (298) |
| II 4.1-Nr.1: 局部网内相继的位置平差和高程平差 .....            | (298) |
| II 4.2 间接-间接分组平差 .....                         | (302) |
| II 4.2-Nr.1: 检定观测与三边测量 .....                   | (302) |
| -Nr.2: 道路桥梁的垂曲度 .....                          | (307) |
| II 4.3 分组平差的拟合与推估 .....                        | (313) |
| II 4.3-Nr.1: 拟合推估的数值例题 .....                   | (313) |

## 第 III 篇 统计检验法

|                                                   |       |
|---------------------------------------------------|-------|
| III 1 拟合度检验法 .....                                | (320) |
| III 1-Nr.1: 三角形闭合差正态分布的检验 .....                   | (323) |
| -Nr.2: 剩余的方向改正数及边长改正数正态分布<br>的检验 .....            | (324) |
| -Nr.3: 方向改正数及边长改正数偏度及峰度<br>的检验 .....              | (327) |
| III 2 方差比检验法 .....                                | (329) |
| III 2-Nr.1: 两个测站平差的比较 .....                       | (331) |
| -Nr.2: 由观测值之差所得的方向中误差与由圆周<br>闭合差所得的方向中误差的比较 ..... | (332) |

|             |                                       |         |
|-------------|---------------------------------------|---------|
| [-Nr.3:     | 检验测站平差的方向中误差与网平差的方向<br>中误差 .....      | ( 332 ) |
| [-Nr.4:     | 相对于平差直线检验平差抛物线 .....                  | ( 334 ) |
| [-Nr.5:     | 多个度盘位置上的角度观测结果的<br>方差分析 .....         | ( 335 ) |
| [-Nr.6:     | 在采矿区由于地面沉降而增大的<br>水准测量一公里中误差的检验 ..... | ( 337 ) |
| III 3       | 巴特莱的同一性检验法 .....                      | ( 338 ) |
| III 3-Nr.1: | 多次水准测量一公里中误差的同一性<br>检验 .....          | ( 338 ) |
| III 4       | 参数检验法 .....                           | ( 340 ) |
| III 4-Nr.1: | 由一次插点所得坐标未知数的逐个<br>检验 .....           | ( 347 ) |
| -Nr.2:      | 两个角度平均值之差的检验 .....                    | ( 347 ) |
| -Nr.3:      | 相对于起始点位置的点位变化的检验 ...                  | ( 348 ) |
| -Nr.4:      | 平差后网的方向是否满足拉普拉斯条件<br>的检验 .....        | ( 350 ) |
| -Nr.5:      | 根据重复水准测量检验高程值 .....                   | ( 351 ) |
| -Nr.6:      | 两高程网或两重力网之间各个间隙值的<br>检验 .....         | ( 356 ) |
| -Nr.7:      | 当已知中误差时, 因瓦基线尺测量偏差的<br>检验 .....       | ( 358 ) |
| -Nr.8:      | 借助于相关系数进行线性检验 .....                   | ( 359 ) |
| III 5       | 超限误差检验法 .....                         | ( 360 ) |
| III 5-Nr.1: | 插点测量中超限误差的检验 .....                    | ( 362 ) |

# 第 I 篇 非相关观测

非相关观测的标志是, 在各观测结果之间, [C 2]中定义的所有相关系数  $r$  都为零。

## I 1 根据真误差计算中误差

对所有的真误差, 都假定其真值 (= 相对于总体的期望值, 参见[C 1.2.2]) 为零。

因为每一观测列或误差列在统计上可以看成为一个随机样本, 所以它的范围, 即所考察的观测个数不应过少, 这一点是很重要的。

### I 1.0 一般情况

区分为以下 A、B 和 C 三种情况

A) 一维误差

可以作为一维真误差处理的有

a) 观测值  $L$  对其真值  $\bullet X$  的偏差  $e$ :

参见[A 1.2]:  $e_i = X - L_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n_i$ )

(I 1.1-1)

( $n_i$  = 偏差值  $e$  的个数)。

那么一个  $L_i$  值的中误差  $m_i$  为

$$m_i = \sqrt{[ee]/n_i} \quad (\text{I 1.1-2})$$

---

● 就实用目的来说, 若其它观测值  $\bar{L}$  的精度比  $L$  高得多, 则把真值  $X$  作为  $\bar{L}$  的平均值就足够了。

b) 双观测  $L'$  及  $L''$  之间的差值  $d$ ;

参见[A1.6]:  $d_j = L''_j - L'_j$ , ( $j = 1, 2, \dots, n_d$ )  
(I 1.1-3)

( $n_d$  = 差值  $d$  的个数)。

然后一个  $d_j$  值 (权为  $p_j$ ) 的中误差  $m_{d_j}$  为

$$m_{d_j} = m_{d_0} / \sqrt{p_j}, \text{ 其中 } m_{d_0} = \sqrt{[pdd]/n_d}$$

(I 1.1-4)

c) 相互独立的不符值  $w$ ;

$w$  由观测值  $L$  组成, 参见[A3.7], 例如按线性 (或线性化) 的形式:

$$w_1 = a_1 L_1 + a_2 L_2 + \dots \quad w_2 = b_1 L_1 + b_2 L_2 + \dots$$

$$w_3 = c_1 L_1 + c_2 L_2 + \dots$$

即  $w_1 = [aL] \quad w_2 = [bL] \quad w_3 = [cL]$   
(I 1.1-5)

只要表明

$$[ab/p] = 0, [ac/p] = 0, [bc/p] = 0, \dots \quad (\text{I 1.1-6})$$

( $p_k = L_k$  的权,  $k = 1, 2, \dots, n_w$ )

然后一个  $L_k$  值 (权为  $p_k$ ) 的中误差  $m_k$  为

$$m_k = m_0 / \sqrt{p_k} \quad \text{而} \quad m_0 = \sqrt{[pww]/n_w} \quad (\text{I 1.1-7})$$

( $n_w$  = 不符值  $w$  的个数)。

式中  $p_1 = \frac{1}{[aa/p]}, p_2 = \frac{1}{[bb/p]}, p_3 = \frac{1}{[cc/p]}$   
(I 1.1-8)

假定熟悉矩阵计算, 参见[D], 则 (I 1.1-7) 亦可写成

$$m_0 = \sqrt{\underline{w}^T \underline{p} \underline{w} / n_w} \quad (\text{I 1.1-9})$$

式中

$$\underline{w}^T = [w_1, w_2, w_3, \dots], \quad p = \begin{bmatrix} p_1 & & & \\ & p_2 & & \\ & & p_3 & \\ & & & \dots \end{bmatrix} \quad (\text{I 1.1-10})$$

d) 彼此相关的不符值  $w$ ;

$w$  由观测值  $L$  组成;

(1) 若一开始即确定条件 (I 1.1-6) 未得到满足, 亦即各个不符值  $w$  并非互独立的, 则必须用下式代替上节各式进行计算:

$$m_i = m_0 / \sqrt{p_i}, \quad \text{而 } m_0 = \sqrt{\underline{w}^T \underline{Q}^{-1} \underline{w} / n_w} \quad (\text{I 1.1-11})$$

式中

$$\underline{Q}_w = \begin{bmatrix} [aa/p], [ab/p], [ac/p], \dots \\ [ab/p], [bb/p], [bc/p], \dots \\ [ac/p], [bc/p], [cc/p], \dots \\ \dots \end{bmatrix} \quad (\text{I 1.1-12})$$

(2) 在此情况下(即彼此相关的  $w$ ), 尽管应用了 (I 1.1-7), (I 1.1-9), 这只是具有近似计算的性质!

(3) 布耶哈马 (Bjerhammar) 给出一种代替公式, 他认为其结果与 (I 1.1-11) 所得的结果之差最大约为 10%。代替 (I 1.1-11) 的公式为

$$m_i = m_0 / \sqrt{p_i}$$

$$\text{而 } m_0 = \sqrt{[ww] / \left( \left[ \frac{aa}{p} \right] + \left[ \frac{bb}{p} \right] + \left[ \frac{cc}{p} \right] + \dots \right)} \quad (\text{I 1.1-13})$$

历史上的误差衡量标准:

(只用于  $a$ ) 的情况, 亦即用以代替 (I 1.1-2) 式)

(1)  $L_i$  的平均误差:  $t_i = [|e|] / n_i$

(2)  $L_i$  的或然误差:  $r_i = |\overline{e}|$

若将相应的误差列按  $|e|$  上升的顺序排列, 则上式中的  $|\overline{e}|$  正

是位于该列中央的 $|e|$ 值。 (I 1.1-14)

(3)  $L_i$  的似或然误差:  $r'_i = ([\sqrt{|e|}]/n_i)^2$

同时必须是  $|m| > |t| > |r'|$  (I 1.1-15)

B) 二维误差(在  $x, y$  平面上), 参见[A 1.2.2]

1) 坐标中误差  $m_x$  及  $m_y$ :

$$m_x = \sqrt{[e_x e_x]/n}, \quad m_y = \sqrt{[e_y e_y]/n} \quad (\text{I 1.1-16})$$

( $n = x$  坐标真误差  $e_x = x - L_x$  的个数, 与  $y$  坐标真误差  $e_y = y - L_y$  的个数相同)。

2) 点位中误差(依赫尔默特):

$$m_p = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = \sqrt{[e_x^2 + e_y^2]/n} \quad (\text{I 1.1-17})$$

没有根据认为  $x$  和  $y$  的精度必定不同, 因而不必分别求  $m_x$  及  $m_y$ , 而依下式计算综合的坐标中误差  $m_{x,y}$ :

$$m_{x,y} = m_p / \sqrt{2} = \sqrt{[e_x^2 + e_y^2]/2n} \quad (\text{I 1.1-18})$$

C) 关于三维或多维误差, 参见[A 1.2.2]

## I 1.1 根据对真值的偏差计算中误差

习 题 I 1.1-Nr.1: 光学测距的中误差

观 测:

采用光学测距仪(作地形测量), 得出作为等精度的  $L$ , 其真值为  $X$ .

试 求:

一个  $L$  值的中误差  $m$ , 以及相应的平均误差、或然误差与似或然误差。

解 答:

按照式 (I 1.1-2) 及 (I 1.1-14) 计算如下:

中误差  $m = \sqrt{4.007/10} = \pm 0.63\text{m},$

平均误差  $t = \pm 5.49/10 = \pm 0.55\text{m},$

或然误差  $r = \pm (0.50 + 0.55)/2 = \pm 0.52\text{m},$

似或然误差  $r' = \pm (6.920/10)^2 = \pm 0.48\text{m}.$

| $L=\text{实测值}$ | $X=\text{真值}$ | $e$                     | $e^2$ | $\sqrt{e}$ |
|----------------|---------------|-------------------------|-------|------------|
| $m$            | $m$           | $m$                     |       |            |
| 65.8           | 65.81         | +0.01                   | 0     | 0.100      |
| 68.0           | 67.85         | -0.15                   | 22    | 0.387      |
| 61.9           | 61.55         | -0.35                   | 122   | 0.592      |
| 64.5           | 64.97         | +0.47                   | 221   | 0.686      |
| 61.4           | 61.90         | +0.50                   | 250   | 0.707      |
| 69.5           | 68.95         | -0.55                   | 302   | 0.742      |
| 67.8           | 68.50         | +0.70                   | 490   | 0.837      |
| 62.8           | 63.52         | +0.72                   | 518   | 0.849      |
| 69.2           | 70.19         | +0.99                   | 980   | 0.995      |
| 64.7           | 63.65         | -1.05                   | 1.102 | 1.025      |
| 总和55.6         | 56.89         | +3.39<br>-2.10<br>+1.29 | 4.007 | 6.920      |

( $e$  及  $L$  按  $|e|$  值上升的顺序排列)

习 题 I 1.1-Nr.2: 量取坐标的中误差

观 测:

在一平板仪图幅上三次彼此独立地量取  $A$  点的坐标  $L_i$  及  $L_{\prime i}$  ( $i = 1, 2, 3$ ).

已 知:

$A$  点的真坐标  $X$  及  $Y$ .

试 求:

量取的中误差  $m_x$  及  $m_y$ , 综合的点位中误差  $m_{\prime}$ .

解 答:

按照式 (I 1.1-17) 及 (I 1.1-18) 计算:

$$a) \text{ 坐标中误差: } m_x = \sqrt{21.6/3} = \pm 2.6 \text{ m}$$

$$m_y = \sqrt{42.3/3} = \pm 3.8 \text{ m}$$

$$b) \text{ 点位中误差: } m_{\prime} = \sqrt{(21.6 + 42.3)/3} = \pm 4.6 \text{ m}$$

凑整:

$$m_x = \pm 3 \text{ m}, \quad m_y = \pm 4 \text{ m}, \quad m_{\prime} = \pm 5 \text{ m}$$