船体外板计算展开

戴寅生
于金生
编著

国防工业出版社

编著者的话

船体数学放样这门新工艺新技术已经成功地在造船生产中得到了广泛的应用，并形成具有一定规模的船体建造集成系统。它将推动我国造船事业的发展，早日实现造船生产过程的自动化。

船体外板计算展开是船体数学放样一个组成部分。本书取材于几年来我们在这方面的科研成果及上海市造船公司数学放样研究组的部分科研成果。书中详细地介绍了外壳板几种展开计算的数学模型、计算程序框图、展开实例以及有关的应用数学基础知识。其中所述的部分展开计算方法已在造船生产中应用，并收到了良好的经济效益。

本书§4-4由于金生编写，其余章节由戴寅生编写。在编写过程中，得到广州造船厂、大连造船厂、大连工学院、上海船舶工艺研究所等单位大力支持；董守富、纪卓尚、赵晓非、梁仲煊等同志帮助审阅初稿，提供宝贵意见；最后，全稿又经熊西文副教授、汪保华工程师审核。对此，一并表示深谢。

由于我们经验和水平所限，书中难免有错误或不足之处，请广大读者批评指正。

编著者

内容简介

本书系统介绍船体外板几种计算展开方法。全书共分四章：第一章简要介绍外板展开所用的运算公式；第二章介绍几种常用的数值计算方法及其在外板展开中的应用；第三章详细地叙述曲线光顺与插值的原理和方法；第四章详细介绍外板几种展开计算方法。在各章中均附有详细计算程序框图，以供参考。

本书可供有关造船技术人员及大专院校有关师生参考。

船体外板计算展开

戴寅生 于銮生 编著

*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168 1/32　印张 7 1/2　198 千字

1985年7月第一版　1985年7月第一次印刷　印数：0,001—1,650册

统一书号：15034·2806　　定价：1.40元

目　录

第一章　基本数学运算公式

在这里，先复习一下解析几何学中某些简单而又基本的数学运算。

§1-1　直线方程

一、求过两点的直线方程

设有两点 (x_1, y_1)、(x_2, y_2)。

令直线M通过这两点，且和x轴夹角为α，见图 1-1。

则直线M的斜率表示为：

$$K=\operatorname{tg}\alpha=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

故直线M方程为：

$$K=\frac{y-y_1}{x-x_1}$$

即

$$y=K(x-x_1)+y_1 \tag{1.1}$$

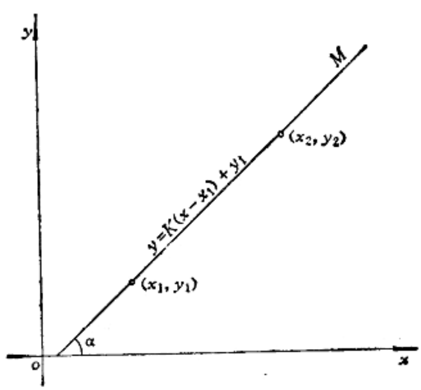

图1-1　直线方程

二、求平行已知直线的直线方程

设已知直线为M，且和x轴夹角为α，见图 1-2。

过图中一点（x_0，y_0），作直线M的平行线，记为N，则直线N和x轴夹角也为α，其斜率为：

$$K_1 = \mathrm{tg}\,\alpha$$

故直线N方程为：

$$y = K_1(x - x_0) + y_0 \tag{1.2}$$

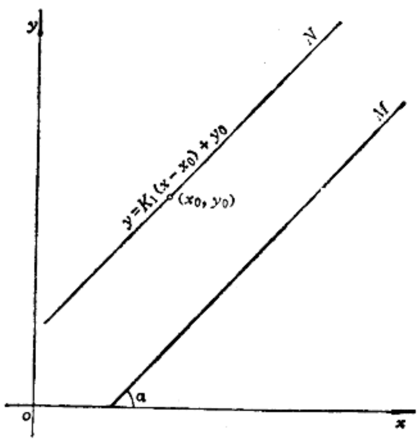

图1-2　平行已知直线的直线方程

三、求通过一点且垂直已知直线的直线方程

设已知一点（x_0，y_0）及直线M，见图 1-3。

过点（x_0，y_0）作直线M的垂线，记为N。

令直线M和直线N与x轴夹角分别为α、β，其斜率分别为K、K_1，则：

$$K = \mathrm{tg}\,\alpha$$

$$K_1 = \mathrm{tg}\,\beta$$

因为直线M垂直直线N，并设$\beta > \alpha$，则：

$$\beta = \pi - \theta$$

故

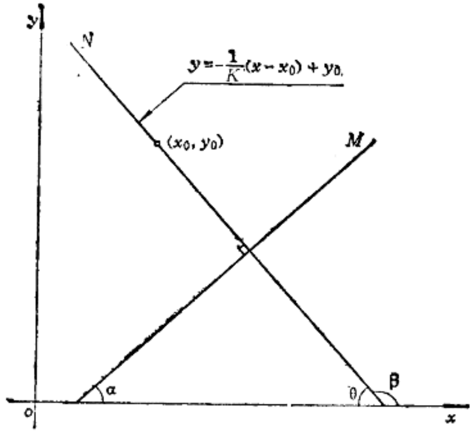

图1-3　垂直已知直线的直线方程

$$\operatorname{tg}\beta=\operatorname{tg}(\pi-\theta)=-\operatorname{tg}\theta$$

又有：

$$\theta=\frac{\pi}{2}-\alpha$$

则有：

$$\operatorname{tg}\beta=-\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=-\operatorname{ctg}\alpha=-\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

即

$$K_1=-\frac{1}{K}$$

故所作垂线的直线方程为：

$$y=-\frac{1}{K}(x-x_0)+y_0 \tag{1.3}$$

§1-2　求两直线的交点

设两已知直线为M与N，其斜率分别为K_1、K_2，见图1-4。直线M与直线N的方程分别为：

$$\begin{cases} y = K_1(x - x_1) + y_1 \\ y = K_2(x - x_2) + y_2 \end{cases}$$

其中

$(x_1,\ y_1)$——直线M通过的已知点；

$(x_2,\ y_2)$——直线N通过的已知点。

联立上述二方程，消去y可得：

$$K_1(x - x_1) + y_1 = K_2(x - x_2) + y_2$$

故

$$x = \frac{K_1x_1 - K_2x_2 + y_2 - y_1}{K_1 - K_2} \tag{1.4}$$

将x代入任一直线方程中，可得y值。

$(x,\ y)$即为直线M与N的交点。

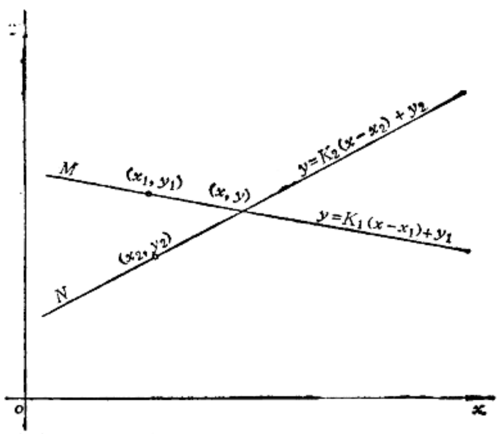

图1-4　两直线的交点

讨论：

当$K_1 = K_2$时，两直线平行，故没有交点。

§1-3　求直线与圆的交点

设直线通过点$(x_0,\ y_0)$，其斜率为K，圆的圆心为(x_1, y_1)，

其半径为 R_1，见图 1-5。

令直线与圆的交点为（x，y）。

直线与圆的方程分别为：

$$y = K(x - x_0) + y_0 \qquad ①$$

$$(y - y_1)^2 + (x - x_1)^2 = R_1^2 \qquad ②$$

由方程①得：

$$y = Kx + y_0 - Kx_0$$

令

$$b = y_0 - Kx_0$$

则有：

$$y = Kx + b \qquad ③$$

将③式代入②式可得：

$$(1 + K^2)x^2 + 2(Kb - Ky_1 - x_1)x + b^2 - 2y_1 b + y_1^2 + x_1^2 - R_1^2 = 0$$

令

$$E = 1 + K^2$$

$$F = 2(Kb - Ky_1 - x_1)$$

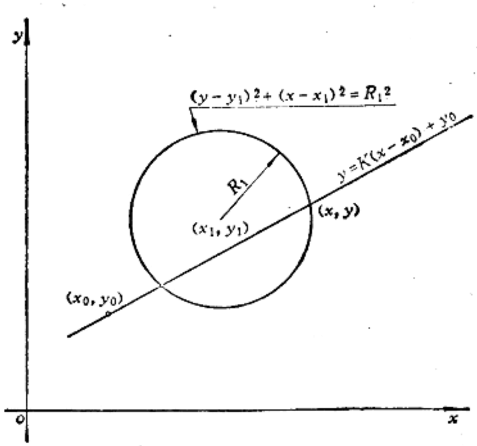

图1-5　直线与圆的交点

$$G=b^2-2y_1b+y_1^2+x_1^2-R_1^2$$

则有：

$$Ex^2+Fx+G=0 \qquad ④$$

解方程可得：

$$x=\frac{-F\pm\sqrt{F^2-4EG}}{2E}$$

再令
$$H=\sqrt{F^2-4EG}$$

则有：

$$x=\frac{-F\pm H}{2E} \qquad (1.5)$$

$$y=Kx+b \qquad (1.6)$$

讨论：

（1）当$H<0$时，方程④没有实根，直线与圆没有交点；

（2）当$H=0$时，方程④只有一解，直线与圆相切。

直线与圆求交点的过程，命名为LR。

该过程调用方式：

$LR(X0, Y0, R0, X1, Y1, R1)$;

其中

$(X0, Y0)$——直线通过的已知点；

$R0$——直线的斜率；

$(X1, Y1)$——已知圆的圆心；

$R1$——该圆的半径。

过程中用到的非局部量：

$(A1, A2)$——直线与圆的一个交点；

$(A3, A4)$——直线与圆的另一个交点。

直线与圆求交点的计算程序框图如下：

```
B:=Y0-R0*X0;        E:=1+R0↑2;
F:=2*(R0*B-R0*Y1-X1);
G:=B↑2-2*Y1*B+Y1↑2+X1↑2-R1↑2;
H:=SQRT(F↑2-4*H*G);
A1:=(-F+H)/(2*E);  A2:=R0*A1+B;
A3:=(-F-H)/(2*E);  A4:=R0*A3+B;
```

返回

§1-4　求两圆的交点

设两圆的圆心分别为 $(x_0,\ y_0)$、$(x_1,\ y_1)$，其半径分别为 R_0、R_1，见图 1-6。

两圆的方程分别为：

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R_0^2 \qquad ①$$

$$(x-x_1)^2+(y-y_1)^2=R_1^2 \qquad ②$$

展开方程①、②得：

$$x^2-2x_0x+x_0^2+y^2-2y_0y+y_0^2=R_0^2 \qquad ③$$

$$x^2-2x_1x+x_1^2+y^2-2y_1y+y_1^2=R_1^2 \qquad ④$$

令

$$s_1=R_0^2-x_0^2-y_0^2$$

$$s_2=R_1^2-x_1^2-y_1^2$$

使方程③-④得

$$2(x_1-x_0)x+2(y_1-y_0)y=s_1-s_2$$

整理后得：

$$y=\frac{s_1-s_2}{2(y_1-y_0)}+\frac{x_0-x_1}{y_1-y_0}x$$

令

$$a=\frac{s_1-s_2}{2(y_1-y_0)}$$

$$b = \frac{x_0 - x_1}{y_1 - y_0}$$

则有：

$$y = a + bx \qquad ⑤$$

将⑤代入③得：

$$(1 + b^2)x^2 + (2ab - 2x_0 - 2y_0 b)\,x + a^2 - 2y_0 a - s_1 = 0$$

令

$$F = 1 + b^2$$

$$G = 2ab - 2x_0 - 2y_0 b$$

$$H = a^2 - 2y_0 a - s_1$$

则有：

$$Fx^2 + Gx + H = 0$$

解之可得：

$$x = \frac{-G \pm \sqrt{G^2 - 4HF}}{2F}$$

再令

$$I = \sqrt{G^2 - 4HF}$$

故

$$x = \frac{-G \pm I}{2F} \qquad (1.7)$$

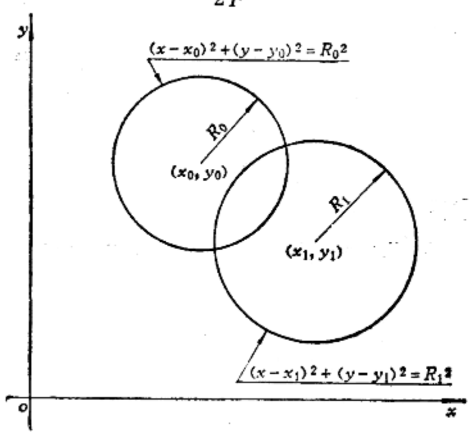

图1-6 两圆的交点

$$y = a + bx \tag{1.8}$$

讨论：

（1）当 $I < 0$ 时，两圆无交点；

（2）当 $I = 0$ 时，两圆相切。

两圆求交点的过程，命名为 CR。

该过程的调用方式：

$$CR(X0, Y0, R0, X1, Y1, R1);$$

其中

$(X0, Y0)$——一圆圆心；

$R0$——该圆半径；

$(X1, Y1)$——另一圆圆心；

$R1$——另一圆半径。

过程中用到的非局部量：

$(A1, A2)$——两圆交点之一；

$(A3, A4)$——两圆交点之二。

两圆求交点计算程序框图如下：

```
S1:=R0↑2-X0↑2-Y0↑2;
S2:=R1↑2-X1↑2-Y1↑2;
A:=(S1-S2)/(Y1-Y0)/2;
B:=(X0-X1)/(Y1-Y0); F:=1+B↑2;
G:=2*A*B-2*X0-2*Y0*B;
H:=A↑2-2*A*Y0-S1;
I:='SQRT(G↑2-4*F*H);
A1:=(-G+I)/(2*F);
A2:=B*A1+A;
A3:=(-G-I)/(2*F);
A4:=B*A3+A;
```

返回

注：（1）0为数字零；（2）ф为英文字母“O”；（3）*为算术乘号；（4）在框图中，若两个和两个以上字母中间没有“*”号，则它们代表一个标识符，即有一个意义；（5）上述说明，以后类同。

§1-5 求圆弧实长

一、给出圆弧的始点和终点，且圆弧在始点处与基线相切

设圆弧的始点为 $(x_1,\ y_1)$，终点为 $(x_2,\ y_2)$，见图 1-7。

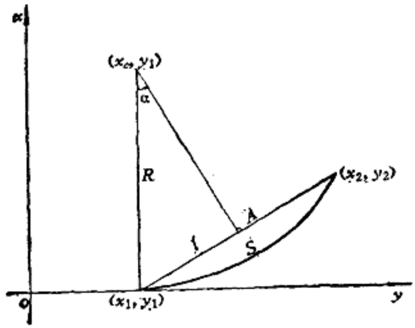

图1-7 求圆弧实长

令点 $(x_1,\ y_1)$ 与 $(x_2,\ y_2)$ 间的圆弧长度为 S。

作圆弧 S 的弦线，取其中点为 A，坐标为：

$$x_A=\frac{x_1+x_2}{2}$$

$$y_A=\frac{y_1+y_2}{2}$$

过点 A 作圆弧弦线的中垂线，其直线方程为：

$$y=K(x-x_A)+y_A \qquad ①$$

式中

$$K=\frac{x_1-x_2}{y_2-y_1}$$

将 x_A，y_A，K 值代入①式中，得：

$$y=\frac{x_1-x_2}{y_2-y_1}\left(x-\frac{x_1+x_2}{2}\right)+\frac{y_1+y_2}{2} \qquad ②$$

令 圆弧的圆心为 $(x_c,\ y_1)$，半径为 R。

由②式可得：

$$x_c = \frac{(y_1-y_2)(y_2-y_1)+(x_1-x_2)(x_1+x_2)}{2(x_1-x_2)}$$

则圆弧半径为：

$$R = x_c - x_1 = \frac{(y_1-y_2)(y_2-y_1)+(x_1-x_2)(x_2-x_1)}{2\,(x_1-x_2)}$$

圆弧长度可表达为：

$$S = 2\alpha R \tag{1.9}$$

式中

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{l}{R}\right)$$

$$l = \frac{1}{2}\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

讨论：

当此处板厚较大时，应在板厚中和轴处计算圆弧实长：

$$S = 2\arcsin\left(\frac{l}{R}\right)\left(R+\frac{t}{2}\right) \tag{1.10}$$

式中 t 为板厚。

二、给出圆弧的始点、终点和中间一点

设有三点 $P_1(x_1, y_1, z_1)$、$P_2(x_2, y_2, z_2)$、$P_3(x_3, y_3, z_3)$，并有一圆通过这三点，其圆心为 o 点，半径为 R，圆心角为 α，见图 1-8。

令　圆弧长度　　$\overset{\frown}{P_1P_2P_3} = S$，

则有：

$$S = \alpha R \tag{①}$$

再令

$$\overline{A1}^2 = (x_1-x_3)^2+(y_1-y_3)^2+(z_1-z_3)^2$$

$$\overline{A2}^2 = (x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2$$

$$\overline{A3}^2 = (x_2-x_3)^2+(y_2-y_3)^2+(z_2-z_3)^2$$

在 $\triangle P_1OP_3$ 中，由余弦定理得：

$$\overline{A1}^2 = 2R^2 - 2R^2\cos\alpha$$

$$\frac{\overline{A1}^2}{2R^2} = 1 - \cos\alpha$$

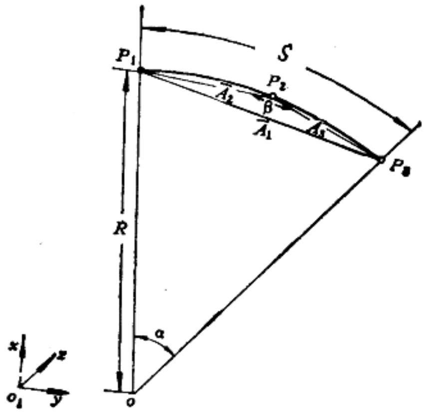

图1-8　求通过三点的圆弧实长

$$\frac{\overline{A}_1^2}{2R^2} = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\overline{A}_1}{2R}$$

$$\alpha = 2\arcsin\left(\frac{\overline{A}_1}{2R}\right)$$

将α值代入①式中得：

$$S = 2R\arcsin\left(\frac{\overline{A}_1}{2R}\right) \qquad ②$$

引入三角级数展开反正弦函数 arc sin(x)，则有：

$$\arcsin(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1\cdot3}{2\cdot4\cdot5}x^5 + \frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6\cdot7}x^7 + \frac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{2\cdot4\cdot6\cdot8\cdot9}x^9 + \frac{1\cdot3\cdot5\cdot7\cdot9}{2\cdot4\cdot6\cdot8\cdot10\cdot11}x^{11} + \cdots \qquad ③$$

在$\triangle P_1P_2P_3$中，应用余弦定理又有：

$$\cos\beta = \frac{\overline{A}_2^2 + \overline{A}_3^2 - \overline{A}_1^2}{2\overline{A}_2\overline{A}_3}$$

$$\sin^2\beta = 1 - \left(\frac{\overline{A}_2^2 + \overline{A}_3^2 - \overline{A}_1^2}{2\overline{A}_2\overline{A}_3}\right) \quad ④$$

由正弦定理得：

$$\frac{2R}{\sin 90^\circ} = \frac{\overline{A}_1}{\sin(\pi - \beta)}$$

$$2R = \frac{\overline{A}_1}{\sin\beta}$$

则

$$\sin\beta = \frac{\overline{A}_1}{2R}$$

再由②式得：

$$S = \frac{\overline{A}_1 \sin^{-1}\left(\frac{\overline{A}_1}{2R}\right)}{\frac{\overline{A}_1}{2R}} = \frac{\overline{A}_1 \sin^{-1}(\sin\beta)}{\sin\beta} \quad ⑤$$

展开④式，若重新将 $\overline{A}_1^2$，$\overline{A}_2^2$，$\overline{A}_3^2$ 记为 $\overline{A}_1$，$\overline{A}_2$，$\overline{A}_3$，则得：

$$\sin^2\beta = \frac{1}{4}\left\{\frac{\overline{A}_1[2(\overline{A}_1\overline{A}_2 + \overline{A}_2\overline{A}_3 + \overline{A}_3\overline{A}_1) - \overline{A}_1^2 - \overline{A}_2^2 - \overline{A}_3^2]}{\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3}\right\}$$

令

$$\overline{A} = \frac{\overline{A}_1[2(\overline{A}_1\overline{A}_2 + \overline{A}_2\overline{A}_3 + \overline{A}_3\overline{A}_1) - \overline{A}_1^2 - \overline{A}_2^2 - \overline{A}_3^2]}{\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3} \quad (1.11)$$

式中

$$\overline{A}_1 = (x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2 + (z_1 - z_3)^2$$
$$\overline{A}_2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2$$
$$\overline{A}_3 = (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (z_2 - z_3)^2$$

则有：

$$\sin^2\beta = \frac{\overline{A}}{4}$$

$$\sin\beta = \frac{\sqrt{\overline{A}}}{2} \quad ⑥$$

将⑥式代入⑤式得：