大学物理实验

主编：饶明英　龚勇清　王　庆　杨秀芳

航空工业出版社

前　言

大学物理实验是对高等院校学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修基础课程，是学生进入大学后受到系统实验方法和实验技能训练的开端，是工科类专业对学生进行科学实验训练的重要基础。

物理学是一门实验科学，物理理论和实验的发展，哺育着近代高新技术的成长和发展，物理实验的思想、方法、技术和装置常常是自然科学研究和工程技术发展的生长点。可以说，现代高技术的发明和突破，无不源于物理学上的重大发现，而高新技术的发展，又不断推动着实验物理研究的手段、方法和装备的发展，大大改变着人类对物质世界认识的深度和广度。

为了适应21世纪科学技术更为迅猛发展的需要，高等工科院校培养的跨世纪人才必须具备坚实的物理基础、出色的科学实验能力和勇于开拓的创新精神，在高等工业院校中，物理实验是物理基础教学的一个重要组成部分。这门课的优势在于：物理实验课程内涵丰富，所覆盖的知识面和所包含的信息量以及能够对学生完成的基本训练内容是其他课程的实验环节难以比拟的。物理实验课程在学生深入观察现象，建立合理的物理模型，定量研究变化规律，分析、判断实验结果准确度，激发学生的想象力、创造力，培养和提高学生独立开展科学研究工作的素质和能力方面具有重要的奠基作用。

本书是根据南昌航空工业学院物理实验室教师多年教学实践，为了适应物理实验教学需要和新的教学大纲要求编写的。从1996年10月至今，本教材已经过三次较大的修改和补充，此次正式出版，对一些传统的实验教学内容进行了精心取舍，删除了气轨上测滑块速度和加速度、碰撞实验、气轨上简谐振动的研究、金属的线膨胀系数的测定等验证性或系统误差较大的实验；还删去了交流电桥测电容和电感、串联谐振等多年来未开设的，新的教学大纲中未列入的实验；同时，为适应新仪器的更新，重新编写替换了利用霍尔效应测量磁场和全息照相等实验，并对附录中部分仪器的使用说明作了新的删节与调整。本教材突出之处是在保证基础的条件下，加强了近代物理实验部分，新编了光电效应普朗克常数测定，夫兰克一赫兹实验，光纤位移传感器实验，并与全息照相和迈克尔逊干涉实验等合编入第五部分，以利于学生理解近代物理概念，提高进行综合实验的能力。本教材还精选了一些复习与思考题，帮助学生适应实验试题的类型。

全书由饶明英、龚勇清、王庆、杨秀芳主编。副主编有易江林、陈敏、刘军民、万雄。参加编写的还有赵希圣、黄清龙、刘玉萍、程小金、周日贵和乐淑萍等。我们还特别致谢一些曾在本室工作过的李顺如、黄纪陶等同志对本书做的贡献，特别感谢黄竺生同志为本书的出版所给予的全力支持。

本书由何兴道同志主审，并为本书的初稿提出了很好的修改意见。我们还得到学院有关部门的支持和帮助，在此一并致谢。由于编者的水平有限，编写和出版时间仓促，肯定存在不少的缺点和错误，我们恳切地希望广大师生批评指正，不胜感激！

编　者

1999年5月

目　录

绪 论

第一节 进行物理实验的必须知识

一、明确物理实验课的重要地位和任务

物理学是技术科学的重要基础课之一。作为基础课的物理实验，它的目的与作用不仅仅是配合讲课，验证理论，而主要的是使学生受到基本实验技术能的训练，培养科学实验的素养，从实践中提高分析问题与解决问题的能力。养成严肃认真，实事求是的科学作风。而这样的培养与训练，决不是课堂讲授所能完成的，必须通过学生的亲身实践。一个大学毕业生独立工作能力的强弱，科学实验素养的高低是衡量学校教育质量的重要标志之一。为了达到上述目的，物理实验的具体任务是使学生掌握基本物理量的测量方法，掌握常用仪器仪表的基本原理、性能及使用方法；能正确记录实验数据和正确处理数据，会分析和判断实验结果，具有编写实验报告的能力，通过实验加深和巩固理论知识，更深入的认识与理解各种物理现像和物理规律。

二、实验课的学习方法

1. 每次实验前，每个学生必须认真阅读实验讲义，作好实验预习，要把实验原理、仪器的使用操作方法，实验步骤及注意事项了解清楚。明确该次实验做什么？该怎么做？要记录哪些数据？并在实验记录本上画好记录数据的表格。要准备好实验中要求准备的各种用具。

2. 实验中，每个学生都要养成勤动手，细心操作，认真观察，尊重实际，认真分析和研究实验中发生的现像和问题，认真研究实验误差和故障原因，并合理的排除故障和减少误差，如实地记录数据，圆满地完成每次实验。整个实验过程中要贯穿着严肃认真，实事求是的科学态度和作风。

3. 实验中注意培养爱护国家财产的优良品质，爱护仪器，注意安全。要养成按操作规程使用仪器的习惯。如遇发生事故要冷静、沉着、迅速报告指导教师，共同采取措施，排除事故。

4. 课后认真研究实验结果，做好数据处理、写出比较完备的实验报告。

5. 实验完毕，必须将实验数据记录交指导教师审查认可，签字后，并按规定交接好实验仪器，方能拆去实验电路或实验装置，整理实验场地，才能离开实验室。

第二节 测量、误差和数据处理的基本概念

一、测量

人类为了定量的认识客观世界的规律就要进行测量。测量分直接测量和间接测量。

1. 直接测量：凡是用量具、仪器仪表去对物理量进行测量，可以直接从量具、仪表上将其数值读出来，这种测量叫直接测量。例如用米尺测物体的长度，用天平和砝码测量物体的质量，

用电流表去测线路中的电流，用直流电桥去测电阻数值等。

2. 间接测量：由于没有或没有提供直接测量的量具或仪表，对被测物理量的测量，就要首先测量与它有关的几个量，然后根据客观存在与这些量之间的数学关系进行运算得出结果，这种测量叫做间接测量。例如测物体的密度时，$\rho=\frac{m}{V}$，而 $V=\frac{\pi}{4}D^2h$，必须先测出该物体（圆柱体）的直径 D、高度 H 和质量 m，再根据公式进行运算，才得出密度的测量结果。对其他几个量的直接测量，也就是对这个量的间接测量。在物理实验中所进行的测量，绝大多数是间接测量。

二、误差

对一物理量进行测量，希望测量到其应有的确定的数值。它不随我们的测量方法不同而异，这个数值称为这个物理量的真实数值，简称为真值。我们用各种量具、仪表进行测量，而且总是希望把真值测量出来。但是由于测量条件的限制，特别是量具、仪表和人的感觉器官的限制，任何一个测量结果，只能是待测量的近似值，它与真值之间，总是存在着一个差数，这种差数称为误差。即

$$误差=测值-真值$$

$$\Delta N=N_{测}-A$$

产生误差的原因很多，原则上可将误差分为三类：系统误差、偶然误差和过失误差。

1. 系统误差：其特点是测量结果始终偏大或偏小，与测量次数无关。这种误差产生的原因是：

(1) 仪器误差。由仪器本身的不准确性产生的，如天平不等臂；光学仪器转动部分的偏心；标尺刻度不均匀；仪表机械零点不准，电零点的漂移等。

(2) 理论（方法）误差。由所用理论的近似性和实验方法不完善产生的。如力学实验中，没有考虑各种摩擦作用；热学实验未考虑热量散失；电路中仪表本身内阻对被测量数据的影响等。

(3) 个人误差。由个人习惯与偏向产生的，如有人读数总是偏高，有的人读数却总是偏低，用停表计时时，有人常失之过长，有人常失之过短等等。

系统误差的存在有很大的危害，必须研究它的规律尽量消除它。通常对量具、仪表进行校准；改进实验方法；引进修正项等都是消除系统误差的有效办法。在一个实验中，必须考虑将系统误差消除到可忽略的程度。为此，在设计实验时应加以考虑，作完实验后应作估计。

2. 偶然误差：其特点是若对同一量重复测量若干次，每次测得数值一般都不一样，有的偏大，有的偏小，产生的原因是由于人的感觉器官（听觉、视觉、触觉）灵敏程度有限，周围环境的干扰以及随测量而来的其他不可预测的偶然因素造成的。如实验者对仪表的指示值观测不准确，操作仪器不稳定，外界的振动，电压的波动，温度不均匀，杂散的电磁场，噪声等都能引起测量结果的无序变化。

偶然误差具有随机性，故又叫做随机误差。

偶然误差是无法控制的，也无法从实验中完全消除，但它服从统计规律，如果对一物理量重复测量多次，求其算术平均值，便可达到减小偶然误差的目的。

3. 过失误差：限人为误差。由于测量者粗心，缺乏经验、疲劳等原因，造成读数、记数错误；随意改变了实验条件或观测记录有遗漏；或量具、仪表的安装和调整不合要求的情况下测出数

据。这种误差的特点是无一定规律，误差很突出，无法理解。有了这种误差，如果全部数据受到影响，则全部数据作废，重作测试。个别数据受影响，则剔去不用。去除这种误差的根本办法是实验者加强责任感，实验时，认真细致，对所测量数据自己经常注意审核。实验完毕交指导教师审查，每次实验都应避免出现这种差错。

测量误差大，即为测量精度低。一般说测量精密度高，是指偶然误差小；测量准确度高是指系统误差小，而精确度（有时简称精度）是把两者都包括进去。影响测量结果的精确度，有时主要因素是偶然误差，有时主要因素是系统误差，有时也可能两者都起作用。对于每项具体测量要进行具体分析，测量结果的总误差是系统误差和偶然误差的总合。

三、数据处理

在实验中往往需要进行很多测量，记录大量数据。如何从这些大量数据中得出正确测量的结果呢？这就是数据处理的任务。实验数据处理方法包括：测量的有效数字、测量的误差计算、图示法等。

第三节　有效数字、误差计算、数据图示法和数据列表

一、有效数字

1. 有效数字概念

在实验中要求用“有效数字”来正确地表达测量和计算结果。

（1）有效数字定义。实验所得数据的数字中，除去表示小数点位置的“零”外，其他各数叫有效数字，也可以说，正确而有效地表示测量和实验结果的数字称为有效数字。它由可靠数字和一位可疑数字构成。例如我们用最小分度为毫米的米尺测量一个物体的长度。如图 0-1 所示经过比较读出物体的长度为 1.37cm，这读数的前二位 1.3 是从米尺上直接读出的准确数字称为可靠数字，而最末一位 0.07 是从最小分度之间估计出来的，称为可疑数字（尽管可疑，但还是有一定的根据的，是有价值的）。把可靠数字和一位可疑数字合起来，称为有效数字。这个数据即为三位有效数字，这里的 0.07cm，已经是估计出来的，因而用这样规格的尺来进行测量已不可能再精确了。但是如果用其他精度高一些的仪器，如用千分尺（最小分度为 0.01mm）进行测量，还能够更准确地加以确定。例如测得的数据为 1.3724cm，这时有效数字增加到了五位。这里 0.0004cm 是估计出来的可疑数字。由此可见，同一长度用不同精度的尺子量，有效数字的位数不一样。这说明一个测量结果的有效数字的位数不一样。这说明一个测量结果的有效数字的位数多少与测量仪器的最小分度（也叫精确度）有关而不是任意的。

（2）有效数字的位数与小数点的位置无关。例如：0.213m、21.3m、0.00213m 都是三位有效数字，这里的“0”所表示的是小数点的位置，即表示数量级的大小，不称作有效数字。在书写时可以写作标准形式：2.13×10^{-1}m、2.13×10m、2.13×10^{-3}m。

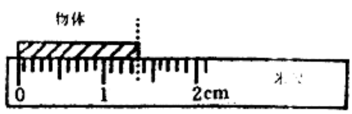

图 0-1

（3）两数之间和小数点后末尾的 0 是有效数字。例如 17.05cm 和 13.50cm、18.00cm 各数

中的“0”都是有效数字。而且各个数都是四位有效数字。18.00cm 这个数据和 18cm 不同，从数学的观点来看是毫无区别的，但从测量的意义上看，则是根本不同的，因为写成 18cm，就表示 cm 以下数是无法测量的。它们完全有可能不是“0”，写出 18.00cm 就表示厘米以下的两位数都可量出来，它们就是“0”，所以小数点末位的 0 是表示测量的准确度，不能省去。

（4）有效数字不能因单位变化而增加。例如 13.2m，有效数字是三位，化成毫米单位时，如果写成 13200mm，就变成了五位有效数字，应写成 1.32×10^4mm。又如 5.00m 是三位有效数字，化成以公里为单位时，应写成 0.00500km，仍有三位有效数字，可写成 5.00×10^{-3}km。

2. 有效数字运算规则

实验中，间接测量是将直接测量的有关数据（它们都以有效数字表示的）经过某些运算（加、减、乘、除、乘方、开方等）而得到结果的。因此，在计算时，应当使结果具有足够的有效数位，不能少算也不能多算。少算会降低结果的精确度，多算是没有意义的，虽然它可以给出很多位数字，但决不可能减小结果的误差。只会使人产生错误的认识，因为仪器精度一定。

（1）加减运算结果的有效数字。

例 1.

$$1.38\underline{9}+17.\underline{2}+8.6\underline{4}+94.1\underline{2}=121.\underline{3}$$

$$\begin{array}{r} 1.38\underline{9} \\ 17.\underline{2} \\ 8.6\underline{4} \\ +94.1\underline{2} \\ \hline 121.\underline{3}\,\underline{4}\,\underline{9} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 1.4 \\ 17.\underline{2} \\ 8.6 \\ +94.1 \\ \hline 121.\underline{3} \end{array}$$

$$19.6\underline{8}-5.84\underline{8}=13.8\underline{3}$$

$$\begin{array}{r} 19.6\underline{8} \\ -5.84\underline{8} \\ \hline 13.8\underline{3}\,\underline{2} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 19.6\underline{8} \\ -5.8\underline{5} \\ \hline 13.8\underline{3} \end{array}$$

有效数字的末位是可疑数字，在数字下面用一横表示，即“—”。凡是与有“—”的数字相加减得的数也都是可疑数，也用“—”表示，运算结果的最后一位数，只保留到所有数据中都有的那一位为止。数据中过多的位数，在运算前就可以按四舍五入法去掉。因此结果应写成“121.3”和“13.83”，这与其左式中计算结果一致。左式结果“121.349”和“13.832”中的“349”和“32”都是可疑数（数字下面有横线表示），按有效数字规定，只能保留一位，其后面一位则按四舍五入法处理，故有“121.3”和“13.38”。

（2）乘除运算结果的有效数字。

例 1.

$$3.8\underline{5}\times9.7\underline{3}\times26.1\underline{9}=98\underline{1}$$

$$\begin{array}{r} 3.8\underline{5} \\ \times)\ 9.7\underline{3} \\ \hline \underline{1}\underline{1}\underline{5}\underline{5} \\ 269\underline{5} \\ +346\underline{5} \\ \hline 37.\underline{4}\underline{6}\underline{0}\underline{5} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 37.\underline{4}\underline{6} \\ \times)\ 26.\underline{1}\underline{9} \\ \hline \underline{3}\underline{3}\underline{7}\underline{1}\underline{4} \\ 37\underline{4}\underline{6} \\ 22\underline{4}\underline{7}\underline{6} \\ +74\underline{9}\underline{2} \\ \hline 98\underline{1}.\underline{0}\underline{7}\underline{7}\underline{4} \end{array}$$

由以上计算可以看出：$3.8\underline{5}\times9.7\underline{3}$ 所得结果应当取 $37.\underline{5}$ 即三位有效数字；$37.\underline{4}\underline{6}\times26.19$所得结果，应当取 981，也是三位有效数字。其余的数字虽然计算出来，但它们是不可靠的，故都应当舍去。由上式计算还可以看出，为了避免附加误差的影响，对中间运算的结果应当多保留一些数字(即保留两位可疑数)。如果将 $37.\underline{4}\underline{6}\times26.\underline{1}\underline{9}$ 变成 $37.\underline{5}\times26.\underline{1}\underline{9}$ 则最后计算结果为 982。为避免增加误差，故应取 $37.\underline{4}\underline{6}$ 而不取 $37.\underline{5}$。

例 2.

$$4.12\underline{8}\times10.\underline{1}=41.\underline{7}$$

$$\begin{array}{r} 4.12\underline{8} \\ \times)\ 10.\underline{1} \\ \hline \underline{4}\underline{1}\underline{2}\underline{8} \\ 000\underline{0} \\ 412\underline{8} \\ \hline 41.\underline{6}\underline{9}\underline{2}\underline{8} \end{array}$$

例 3.

$$3828\underline{6}\div12\underline{3}=31\underline{1}$$

$$\begin{array}{r} 31\underline{1}.2\cdots \\ 123\,\overline{)\,3828\underline{6}} \\ 36\underline{9} \\ \hline 1\underline{3}8 \\ 1\underline{2}\underline{3} \\ \hline \underline{1}\underline{5}\underline{6} \\ 12\underline{3} \\ \hline \underline{3}\underline{3}\underline{0} \\ \vdots \end{array}$$

由以上三例可以得出结论：乘除运算结果的有效数字位数，应与原来各数中有效数字位数最少的一个相同。

这个结论，恰是有效数字计算的一般原则，由于测量和计算中各种因素的影响，有时会有例外，例如

$$
\begin{array}{r}
31.\underline{1} \\
\times)\quad 4.\underline{1} \\
\hline
\underline{3}\,\underline{1}\,\underline{1} \\
+124\underline{4} \\
\hline
12\underline{7}.\underline{5}\underline{1}
\end{array}
$$

$$\therefore \quad 31.\underline{1}\times 4.\underline{1}=12\underline{8}$$

最后结果取两位有效数字，结果就不对。因测值的首位数字相乘大于10（3×4=12），要向上进一，因而有效数字多取一位。同理

$$
\begin{array}{r}
0.41 \\
\hline
311)12\underline{8}.0 \\
124\underline{4} \\
\hline
\underline{3}\underline{6}\underline{0} \\
\underline{3}\underline{1}\underline{1} \\
\vdots
\end{array}
$$

$$\therefore \quad 12\underline{8}\div 31\underline{1}=0.4\underline{1}$$

最后结果三位有效数字，结果不对。因首位数字不够除，因而有效数字少取一位。

要想精确确定间接测量结果的有效数字位数，除原则上按上述方法外，还必须根据间接测量的绝对误差数值，最后确定测量结果应有的有效数字的位数。

（3）有效数字乘方（开方），底数（被开方数）有几位有效数字，结果中就保留几位有效数字。

例如 $\sqrt{16.4}=4.0\underline{5}$ $\quad (7.\underline{5})^2\approx 5\underline{6}$

（4）指定数式常数。

如果式中有指定数或常数的运算，则在确定运算结果的有效数字位数时，不必考虑它的位数。例如，将半径 r 化为直径 d 时，$d=2r$ 中出现的倍数"2"，它是指定数而不是有效数；又如，圆周长 $L=2\pi r$，常数 π 的位数应取得与 r 的有效数字位数相同。若 $r=1.375$mm，应取 $\pi=3.142$，则得 $L=8.640$cm。运算中遇到其他常数（如 g、h、e 等）均可按此例取有效数字的位数。

二、测量误差的计算

1. 多次测量的平均值及误差计算

对实验误差估计，首先要估计并设法消除系统误差，只有在系统误差为零或基本消除以后计算偶然误差才有意义。用实验方法消除测量中的偶然误差是不可能的，但是通过多次测量求平均值的方法，可以减少偶然误差对最后结果的影响。

设对某一物理量 N 测量 n 次，测值分别为 N_1、N_2……N_n，则算术平均值为

$$\overline{N}=\frac{N_1+N_2+\cdots N_n}{n}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}N_i \tag{1}$$

测量次数越多，$\overline{N}$ 就和该物理的真值越接近，如果 $n\to\infty$，则 $\overline{N}$ 就和真值无限接近。所以当测量的次数足够多时，我们就要把 $\overline{N}$ 叫做该物理量的最佳值，或近似真值。所以，$\overline{N}$ 值就作为 N 的测量结果。

(1) 算术平均绝对误差

把各次测值与平均值 $\overline{N}$ 之差，代表各次测值的偶然误差。因取其绝对值，故也叫各次测值的绝对误差，即 $\Delta N_1=|N_1-\overline{N}|$，$\Delta N_2=|N_2-\overline{N}|$，……$\Delta N_n=|N_n-\overline{N}|$。取它们的算术平均值，则为平均绝对误差，以 $\overline{\Delta N}$ 表示。

$$\Delta\overline{N}=\frac{\Delta N_1+\Delta N_2+\cdots+\Delta N_n}{n}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta N_i \tag{2}$$

(2) 均方根误差（标准误差）

把各次测量值 Ni 与平均值 $\overline{N}$ 的误差记为 di，$i=1、2、3\cdots n$，再取其平方的平均值后开方，称为均方根误差，即

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}d_i^2}=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(N_i-\overline{N})^2} \tag{3}$$

算术平均绝对误差与均方根误差都可作为测定误差的量度，它们都表示在一组多次测量的数据中，各个数据之间分散的程度，如果各个数据之间差别较大，那么，其算术平均绝对误差 ΔN 和均方根误差也都较大，这说明测量不精密，偶然误差大。

在上述两种误差的计算方法中，均方根误差与偶然误差理论中的高斯误差分布函数的关系更为直接和简明，因此在正式的误差分析和计算中，都采用均方根误差作为偶然误差大小的量度，所以又得到标准误差的名称。但对于初学者来说，主要是树立误差的概念和对实验进行粗略的简明的分析，因此，可采用算术平均绝对误差来进行误差的分析和运算，这样要简明得多。

严格来讲，误差是测量值与真值之差，而测量值与平均值之差称为偏差，这两者是有差别的。当测量次数很多时，多次测量的平均值 N 最接近于真值，因此各次测量值与 N 的偏差也就很接近于它们与真值的误差。这样，我们就不去区分偏差的细微区别，分别把均方根偏差称为均方根误差，把算术平均绝对偏差称为算术平均绝对误差。

最后，多次测量结果的表示为

$$N=(\overline{N}\pm\Delta\overline{N})(\text{单位}) \tag{4}$$

或

$$N=(\overline{N}\pm\sigma)(\text{单位}) \tag{4'}$$

上述式为测量结果的完整表示，它包括测量结果 $\overline{N}$ 值，测量误差 $\pm\overline{\Delta N}$ 或 $\pm\sigma$ 和单位，并且 N 值最后一位数应和绝对误差的有效数字所在位对齐。绝对误差 ΔN 或 $\overline{\Delta N}$ 一般只取一位有效数字。

例如，测量某物体的长度时，共测了五次，各测值为 $L_1=2.32$cm，$L_2=2.34$cm，$L_3=2.36$cm，$L_4=2.30$cm，$L_5=2.37$cm，试表示测量结果。

计算平均值

$$\begin{aligned}\overline{L}&=(L_1+L_2+L_3+L_4+L_5)/5\\&=(2.32+2.34+2.36+2.30+2.37)/5=2.34(\text{cm})\end{aligned}$$

计算各次测量的绝对误差

$$\Delta L_1=|\overline{L}-L_1|=|2.34-2.32|=0.02(\text{cm})$$

$$\Delta L_2=|\overline{L}-L_2|=|2.34-2.34|=0.00(\text{cm})$$
$$\Delta L_3=|\overline{L}-L_3|=|2.34-2.36|=0.02(\text{cm})$$
$$\Delta L_4=|\overline{L}-L_4|=|2.34-2.30|=0.04(\text{cm})$$
$$\Delta L_5=|\overline{L}-L_5|=|2.34-2.37|=0.03(\text{cm})$$

测量结果的平均绝对误差：

$$\Delta L=(0.02+0.00+0.01+0.03+0.02)/5=0.02(\text{cm})$$

测量结果应表示为：

$$L=\overline{L}\pm\Delta\overline{L}=(2.34\pm0.02)(\text{cm})$$

这表明物体的长度是在2.32到2.36cm之间。绝对误差表示测值的起V程度，绝对误差一般只取一位有效数字。

(3) 相对误差

上述的ΔN、$\Delta\overline{N}$和σ是以误差的绝对值来表示测值的误差，故称为绝对误差。但为了表示一个测量结果的精确性，故引入相对误差

$$E=\frac{\Delta N}{N_{测}}\times100\% \tag{5}$$

例如，用普通米尺去量一铜棒之长，测得$L=(49.56\pm0.05)$cm，用游标卡尺去量铜棒直径得$D=(2.55\pm0.01)$cm，如果单看绝对误差，显然后者比前者小得多(后者是前者的1/5)，但相对误差

$$E_L=\frac{\Delta L}{L_{测}}\times100\%=\frac{0.05}{49.56}\times100\%=0.1\%$$
$$E_D=\frac{\Delta D}{D_{测}}\times100\%=\frac{0.01}{2.55}\times100\%=0.4\%$$

可以看出，E_L比E_D小四位，前者测量更精确，因此，评价测量结果的优劣时，不但要看绝对误差的大小，还要看被测量量本身的大小。

相对误差通常用百分数表示，故又称为百分误差。相对误差的有效数字位数只取一位或两位，$E<1\%$时取一位，$E>1\%$时，取两位。

对于多次测量的相对误差即为平均相对误差，即

$$E=\frac{\Delta\overline{N}}{N}\times100\% \tag{5'}$$

2. 单次直接测量的误差估算

凡用量具、仪器进行测量时，测量结果的误差一般都决定仪器的误差。这是因为，任何测量仪器，不管它如何精密灵敏，也都不能做到绝对准确，有着一定的误差。

各种仪器的误差是国家计量局统一规定的，不同的仪器又有不同的规定，同一种仪器也分若干个等级，误差各不相同。例如天平，从最精密的到普通的共分九级，而砝码则分五等。又如螺旋测微器(千分尺)也分三级，即0级、1级、和2级。1级千分尺示值误差不能超过±0.004mm，示值变动性误差不超过±0.001mm，故总的示值误差不能超过±0.005mm。20分度游标卡尺，规定示值误差不能超过±0.05mm。

电压表电流表等的误差也有它的具体规定。目前我国生产的电气测量指示仪表。根据我国国家标准GB776-65《电气测量指示仪表通用技术条例》的规定，准确度分为七级，即0.1、0.2，0.5，1.0，1.5，2.5，5.0级。我国的旧标准中准确度的最后一级为4.0级(目前4.0和5.0级都有)。为了确定其测量误差，应先了解一下仪表的引用误差(标称误差)。

引用误差＝示值误差÷测量量限

即 $$K\% = \frac{\Delta N_{max}}{A_m} \tag{6}$$

式中 K——表示准确度等级，ΔN_{max}——以绝对值表示的最大示值误差，A_m——测量量限（或称测量上限、量程、满刻度值）。$K\%$——表示该仪表在规定的正常工作条件下作用时所允许的最大引用误差，不同等级引用误差不同，如电压表：

$$\frac{\Delta V}{V_{量限}} = 0.1\% \qquad (0.1\ 级)$$

$$\frac{\Delta V}{V_{量限}} = 0.5\% \qquad (0.5\ 级)$$

$$\frac{\Delta V}{V_{量限}} = 1.5\% \qquad (1.5\ 级)$$

引用误差是指仪表本身的准确度，说明仪表本身的性能好坏。故上述七个准确度等级的仪表，最大引用误差分别不会超过 0.1%、0.2%、0.5%、1.0%、1.5%、2.5%、5.0%。

例如，检定 2.5 级量限为 100V 的电压表，发现 50V 刻度点的绝对误差为 2V，并且较其它各刻度点的误差为大，所以该电压表最大引用误差为 2%。2.5 级的含义是给出符合这种规格的仪表最大引用误差不会超过 2.5%，所以该电压表是合格的。

从上例可以看出，如果仪表为 K 级，说明该级合格仪表最大引用误差不会超过 $K\%$，但不能认为它在各该度点上示值误差都具有 $K\%$ 的准确度。

根据仪表的准确度估算测量误差。

(1) 绝对误差

由(6)式可知，测量结果的最大绝对误差（即最大示值误差）为

$$\Delta N_{max} = K\% \times A_m \tag{7}$$

(2) 相对误差

若测得值为 $N_{测}$，则测量结果的最大相对误差为

$$E = \frac{\Delta N_{max}}{N_{测}} = \frac{K\% \times A_m}{N_{测}} \tag{8}$$

式中 $N_{测}$ 是在 A_m 量限中某测量点的测量值。若测量点愈接近"0"点，即测量值小，相对误差愈大，准确度低。一般使 $N_{测} \to A_m$，即测量点愈接近量限（满刻度值）。相对误差愈小，故准确度愈高。因此，人们利用这类仪表测量时，根据被测值在大选择量限，尽可能选被测值占量限 2/3 以上的量限进行。从(8)式还可看出，E 一般不等于仪表的引用误差 $K\%$。

举例：某待测电压约为 100V，现有 0.5 级 0～300V 和 1.0 级 0～100V 的电压表，问用哪一个电压表测量较好？

用 0.5 级 0～300V 测量 100V 时的最大相对误差为

$$E = \frac{\Delta N_1}{N_{测}} = \frac{A_m \times K\%}{N_{测}} = \frac{300 \times 0.5\%}{100} = 1.5\%$$

而用 1.0 级 0～100V 测量 100 时的最大相对误差为

$$E = \frac{\Delta N_2}{N_{测}} = \frac{A_m \times K\%}{N_{测}} = \frac{100 \times 1.0\%}{100} = 1.0\%$$

所以，用 0～100V 的电压表测量更准确。

由此可见，量限选择恰当，用 1.0 级仪表进行测量反比用 0.5 级仪表准确。因此，在选用仪

表时，要纠正单纯追求准确等级，兼顾仪表的级别，可以使测量的准确度提高，误差减小。

对一个物理量的直接测量只进行了一次称为单次直接测量。在一般的情况下，对于偶然很小的测定值，可按仪器出厂检定书上或仪器上直接注明的仪器误差作为单次测量的误差。如果没有注明，也可取仪器最小分度的一半作为单次测量的误差，对于电气测量指示仪表（即电压表电流表等）的误差，则按(7)和(8)式计算。

单次测量结果的表示，也应包括测量值 $N_{测}$、测量误差（绝对误差 ΔN 或相对误差 E）和测量单位三部分，即

$$N=(N_{测}\pm\Delta N)\qquad(单位)$$

$$N=N_{测}(1\pm E)\qquad(单位)$$

举例：

(1) 用最小分度为 0.2℃的温度计测温，读数为 32.46℃，测得结果表示应为 $T=(32.5\pm 0.1)$℃。

(2) 用 20 分度的游标卡尺测一物体的长度，测得值为 4.355cm，故测得结果表示为：$L=(4.355\pm0.003)$cm。

(3) 用一 0.5 级量限为 10A 的电流表测电流，其读数为 8.40A，测量结果应表示为：$I=(8.40\pm0.05)$A。

3. 间接测量的误差估算

间接测量是由直接测量的量代入计算公式，得到结果。直接测量有误差，因此，间接测量也必然有误差，这就是误差的传递。

设 N 为间接测量量，而 A、B、C…… 为直接测量量，它们之间满足关系为 $N=f(A,B,C\cdots)$ 如果各直接测量可以表示为：$A=A_{测}\pm\Delta A$；$B=B_{测}\pm\Delta B$；$C=C_{测}\pm\Delta C\cdots$，将这些测量结果代入计算公式，便可求得间接测量结果。

$$N=N_{测}\pm\Delta N\qquad\qquad E=\frac{\Delta N}{N_{测}}$$

其中 $N_{测}=f(A_{测},B_{测},C_{测}\cdots)$ 为间接测量的测得值，ΔN 为间接测量的绝对误差。（如果直接测量是多次测量，则式中的 $N_{测}$ 应为 $\overline{N}=f(\overline{A},\overline{B},\overline{C}\cdots)$，$\Delta N$ 应为$\overline{\Delta N}$）。

(1) 加法（或减法）运算中的误差

若 $$N=A+B,\ A 和 B 均有误差$$

则 $$N_{测}\pm\Delta N=(A_{测}\pm\Delta A)+(B_{测}\pm\Delta B)$$

容易看出 $$N_{测}=A_{测}+B_{测}$$

$$\pm\Delta N=\pm\Delta A\pm\Delta B$$

由于 A、B 都是独立的，又考虑到最不利情况下会产生最大误差，故绝对误差相对误差分别为：

$$\Delta N=\Delta A+\Delta B$$

$$\frac{\Delta N}{N_{测}}=\frac{\Delta A+\Delta B}{A_{测}+B_{测}}$$

可见，和差运算的绝对误差等于各直接测量的绝对误差之和。

(2) 乘法（或除法）运算中的误差

$$N=A\cdot B,\qquad A、B 均有误差$$

$$N_{测}\pm\Delta N=(A_{测}\pm\Delta A)(B_{测}\pm\Delta B)$$

$$=A_{测} \cdot B_{测}+A_{测}(\pm \Delta B)+B_{测}(\pm\Delta A)+(\pm\Delta A)(\pm\Delta B)$$

$$N_{测}=A_{测} \cdot B_{测}$$

$$\pm\Delta N=A_{测}(\pm\Delta B)+B_{测}(\pm\Delta A)+(\pm\Delta A)(\pm\Delta B)$$

由于 $\Delta A \cdot \Delta B$ 为二级小量，可以忽略不计。又考虑到最不利情况下最大误差，所以

$$\Delta N=A_{测} \cdot \Delta B+B_{测} \cdot \Delta A$$

$$\frac{\Delta N}{N_{测}}=\frac{A_{测} \cdot \Delta B+B_{测} \cdot \Delta A}{A_{测} \cdot B_{测}}=\frac{\Delta B}{A_{测}}+\frac{\Delta B}{B_{测}}$$

由此可见，乘除运算 N 的相对误差等于各直接测量的相对误差之和。

(3) 一般运算关系(函数)的误差计算公式可用微分法求得

设：　$N=f(A、B、C\cdots\cdots)$ $A、B、C$ 为独立的物理量　(9)

它的全微分

$$\mathrm{d}N=\frac{\partial f}{\partial A}\mathrm{d}A+\frac{\partial f}{\partial B}\mathrm{d}B+\frac{\partial f}{\partial C}\mathrm{d}C+\cdots\cdots$$

即当 $A、B、C\cdots\cdots$ 有微小变化 $\mathrm{d}A、\mathrm{d}B、\mathrm{d}C\cdots\cdots$ 时，N 改变 $\mathrm{d}N$，通常误差小于测得值，把 $\mathrm{d}A、\mathrm{d}B、\mathrm{d}C\cdots\cdots$ 看作误差，分别用 $\Delta A、\Delta B、\Delta C$ 代替，又考虑误差出现最大值，故 N 的绝对误差公式为

$$\Delta N=\left|\frac{\partial f}{\partial A}\right|\Delta A+\left|\frac{\partial f}{\partial B}\right|\Delta B+\left|\frac{\partial f}{\partial C}\right|\Delta C+\cdots\cdots \tag{10}$$

由公式(10)得到的结果中，若出现 $A、B、C\cdots\cdots$，分别以 $A_{测}、B_{测}、C_{测}$ 代入计算。

把(9)式取对数后再求微分，有

$$\ln N=\ln f(A、B、C\cdots\cdots)$$

$$\frac{\mathrm{d}N}{N}=\frac{\partial \ln f}{\partial A}\mathrm{d}A+\frac{\partial \ln f}{\partial B}\mathrm{d}B+\frac{\partial \ln f}{\partial C}\mathrm{d}C+\cdots\cdots \tag{11}$$

将上式改为下式，即为相对误差公式

$$\frac{\Delta N}{N_{测}}=\left|\frac{\partial \ln f}{\partial A}\right|\Delta A+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial B}\right|\Delta B+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial C}\right|\Delta C+\cdots\cdots \tag{11'}$$

(11)式得的结果中出现 $A、B、C、N$，则分别为 $A_{测}、B_{测}、C_{测}、N_{测}=f(A_{测}、B_{测}、C_{测})$。代入计算。

间接测量的标准误差公式为

$$\sigma=\sqrt{(\frac{\partial f^2}{\partial A})\sigma A^2+(\frac{\partial f^2}{\partial B})\sigma B^2+(\frac{\partial f}{\partial C})^2\sigma C^2+\cdots} \tag{12}$$

公式(10)、(11)、(12)即为误差传递公式。当间接测量的公式中，只含有和差运算时，运用公式(10)，先算出绝对误差，后算相对误差较为方便。

举例：(1)测一圆柱体的体积，测得其直径 $D=(4.00\pm0.01)\mathrm{cm}$，高度 $h=(4.00\pm0.01)\mathrm{cm}$，求圆柱体的体积测量结果及误差。

解：圆柱体体积公式为：$V=\frac{\pi}{4}D^2 \cdot h$，

计算圆柱体体积测得值：$V_{测}=\frac{\pi}{4}D_{测}{}^2 \cdot h_{测}$

$$=\frac{3.14}{4}\times4.00^2\times4.00=50.2(\mathrm{cm}^3)$$

计算相对误差

$$\ln V=\ln\frac{\pi}{4}+2\ln D+\ln h$$

$$\frac{\mathrm{d}V}{V}=2\frac{\mathrm{d}D}{D}+\frac{\mathrm{d}h}{h}$$

$$E=\frac{\Delta V}{V_{测}}=2\frac{\Delta D}{D_{测}}+\frac{\Delta h}{h_{测}}=2\frac{0.01}{1.00}+\frac{0.01}{4.00}=0.0075=0.75\%$$

计算绝对误差

$$\Delta V=E\cdot V_{测}=0.0075\times 50.2=0.4(\mathrm{cm}^3)$$

圆柱体体积测量结果表示为

$$V=(50.2\pm 0.4)\mathrm{cm}^3;\quad \frac{\Delta V}{V_{测}}=0.75\%$$

(2) 求圆环的面积 $S=\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)$ 的误差公式

解：由公式(10)可得

绝对误差

$$\Delta S=\frac{\pi}{2}(D_{测}\Delta D+d_{测}\Delta d)$$

相对误差

$$\frac{\Delta S}{S_{测}}=\frac{\frac{\pi}{2}(D_{测}\Delta D+d_{测}\Delta d)}{\frac{\pi}{4}(D_{测}^2-d_{测}^2)}=\frac{2(D_{测}\Delta D+d_{测}\Delta d)}{(D_{测}^2-d_{测}^2)}$$

4. 用比较法估算测量误差

估算误差的另一方法，是有时将测量结果 $N_{测}$ 和标称值(或公认值、理论值)N_0 进行比较来判断测量的准确度，也用百分数来表示：

$$E_0=\frac{|N_0-N_{测}|}{N_0}\times 100\%$$

这种百分误差说明测量值与标称值(或公认值、理论值)偏离的百分比，它不应与通常的测量误差相混淆。

三、实验数据的图示法

图示法是根据解析几何原理，用几何图线将实验结果表示出来。在物理实验中，当需要求出两个以上的物理量之间的变化关系，如电阻与温度、二极管的伏安特性、弹簧伸长与外力、对各种仪器进行校准等，都大量采用图示法，不仅形式简明、直观，而且可以简化一系列的测量和计算。

表 0-1　间接测量的常用运算关系的误差计算公式

运算关系 $N=f(A,B,C\cdots)$	绝对误差 ΔN 相对误差 $\frac{\Delta N}{N_{测}}$
(1) $N=A+B+C+\cdots$	$\Delta N=\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots\cdots$
(2) $N=A-B$	$\Delta N=\Delta A+\Delta B$
(3) $N=A\cdot B$	$\frac{\Delta N}{N_{测}}=\frac{\Delta A}{A_{测}}+\frac{\Delta B}{B_{测}}$
(4) $N=A\cdot B\cdot C$	$\frac{\Delta N}{N_{测}}=\frac{\Delta A}{A_{测}}+\frac{\Delta B}{B_{测}}+\frac{\Delta C}{C_{测}}$
(5) $N=A^n$	$\frac{\Delta N}{N_{测}}=n\frac{\Delta A}{A_{测}}$

续表 0-1

运算关系 $N=f(A,B,C\cdots)$	绝对误差 ΔN 相对误差 $\frac{\Delta N}{N_{测}}$
(6) $N=\frac{A^{k}B^{m}}{C}$	$\frac{\Delta N}{N_{测}}=K\frac{\Delta A}{A_{测}}+m\frac{\Delta B}{B_{测}}n\frac{\Delta C}{C_{测}}$
(7) $N=\frac{A}{B}$	$\frac{\Delta N}{N_{测}}=\frac{\Delta A}{A_{测}}+\frac{\Delta B}{B_{测}}$
(8) $N=KA$	$\Delta N=K\Delta A;\frac{\Delta N}{N_{测}}=\frac{\Delta A}{A_{测}}$
(9) $N=\sqrt[n]{A}$	$\frac{\Delta N}{N_{测}}=\frac{1}{n}\cdot\frac{\Delta A}{A_{测}}$
(10) $N=\sin A$	$\Delta N=(\cos A_{测})\cdot\Delta A;\frac{\Delta N}{N_{测}}=(ctg A_{测})\cdot\Delta A$
(11) $N=\cos A$	$\Delta N=(\cos A_{测})\cdot\Delta A;\frac{\Delta N}{N_{测}}=tg A_{测}\,\Delta A$

例如：有一组实验数据，表明某一导体在不同温度下的电阻值。采用图示法后，如下图所示，就很直观的看出电阻随温度而变化的关系了。图示法的一般方法和规则如下：

t(℃)	15.0	29.5	42.9	60.0	75.5	91.9
R(Ω)	10.212	10.367	10.530	10.715	10.899	[illegible]

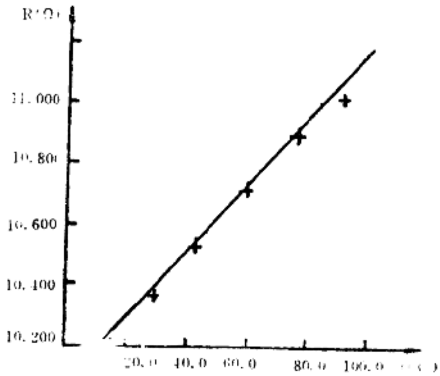

图 0-2 电阻～温度曲线

1. 作图经常选用 mm 方格纸，以 X 轴代表自变量、Y 轴代表因变量，在轴上画出坐标轴的方向，在轴的末端标明其所代表的物理量（符号）及单位；如果数据特别大或特别小，可以提出乘积因子，如 $\times10^{5}$、$\times10^{-2}$ 放在坐标轴上最大值的右边。

2. 坐标纸的大小及坐标轴的比例，应根据所测得数据的有效数字和结果的需要来定。原则上数据中的可靠数字在图中应为可靠的。数据中不可靠的一位在图中应是估计的，即图纸中一小格对应数值中可靠数字的最后一位。否则，分得过细，会超过实验精确度，分得过粗，会有损实验精确度。

3. 根据已定的坐标轴的比例，在轴上每隔一定距离标明物理量的数值，这称为坐标轴"标度"，横轴和纵轴的标度可以不同，两轴的交点也可以不从零而取比数据最小值再小些的整数开始标值，以便调整图线的大小和位置。

4. 标点，根据测量数据在坐标系中标出点。由于图上的点不醒目，在描曲线时容易被遮盖，而且同一坐标系中有几条曲线时，点子可能混淆，故常以数据点为中心，用＋、×、○、△等符号中的任一种符号标明，同一曲线上的点要用一种符号，不同曲线要以不同符号或用不同颜色以示区别。

5. 连线，根据不同情况，把点连成直线、光滑曲线或折线。若连成直线或光滑曲线时，不能