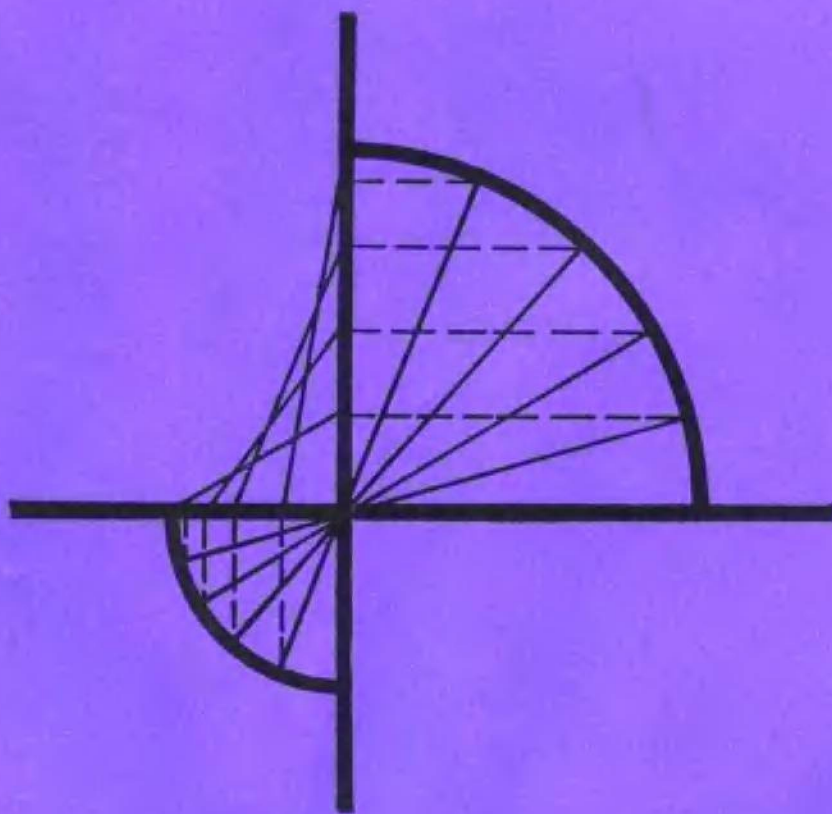


测量平差基础自学指导

任慧龄 编



测绘出版社

测量平差基础自学指导

任慧龄 编

测绘出版社

本书是根据测绘出版社 1983 年版《测量平差基础》(增订本)及武汉测绘学院本课程函授教学大纲编写的。

本书对怎样学好《测量平差基础》一书作了总的说明,逐章逐节将内容作了综合和归纳。通过各节内容提要指出了学习重点和思路;为了帮助读者检查所学内容的掌握情况,每节列有自我检查题;书中除了指定必做的习题外,每章末列有综合作业题,以利对全章内容的加深理解。

本书是高等院校测量专业函授学生学习《测量平差基础》的辅助教材,也可作为已修完高等数学、工程数学(概率和数理统计,线性代数部分)及测量学的读者自学《测量平差基础》的辅助参考书,并可作为日校学习的课外阅读参考书。

本书需与《测量平差基础习题集》(1983 年测绘出版社出版)配合使用。

测量平差基础自学指导

任慧龄 编

*

测绘出版社出版

测绘出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16·印张 11.25·字数 251 千字

1985 年 10 月第一版·1985 年 10 月第一次印刷

印数 1—6,500 册·定价 2.40 元

统一书号: 15039·新 385

前 言

测量平差基础是测绘专业的技术基础课。作为自学者,如何学好这门课程,按照什么样的步序学习,怎样把握住教材的重点内容,学完教科书中的一章一节之后,如何检验学习效果,如何达到理论与实际相结合,并能进行实际平差作业等,都是需要加以引导和解决的问题。本书就是针对上述目的编写的。因此,它是学习《测量平差基础》(本书中简称为课本)的指导性参考书。

编写本书时,编者注意吸取了过去函授教学中的经验教训,既指出课本内容重点,也力求解决自学中的难点,并总结归纳出课本中推导公式时的思路,还对课本中某些问题作了浅显的补充说明,以引导读者逐步掌握好课本内容,达到教学目的。

本书编排与课本顺序一致。

本书由鲁林成副教授和刘大杰副教授审阅,并提出了许多宝贵意见和修改建议。全书插图由冯秦珍同志描绘。对此一并表示感谢。

由于业务水平和函授教学经验的限制,书中难免有遗误之处,恳请读者批评指正。

编 者

1984 年 6 月

目 录

I	怎样自学《测量平差基础》	(1)
II	自学周历	(3)
III	对课本各章节的自学指导	(8)
	第一章 概率基本知识	(8)
	第二章 观测误差与传播律	(19)
	第三章 参数点估计和平差原则	(36)
	第四章 条件平差	(41)
	第五章 条件分组平差	(62)
	第六章 间接平差	(75)
	第七章 广义测量平差法	(96)
	第八章 参数区间估计与误差检验	(132)
	第九章 线性方程组的迭代解法	(155)
	第十章 误差椭圆	(153)
	附录 广义逆矩阵及其在测量平差中的应用	
	参考文献	

I 怎样自学《测量平差基础》

测量平差基础是测绘专业的技术基础课。它是在学习了高等数学、工程数学中线性代数、概率论和数理统计部分以及测量学之后进行教学的。学习本课程的目的为了掌握分析和处理观测数据的基本理论和方法。它是一门理论与实践并重的课程，因此要求读者在自学中多思考勤动手。

学习本课的程序是：先阅读本指导书中相应章节的内容提要，然后阅读课本中同一章节内容。随后回答自我检查题。阅读完指导书中指定的例题后，开始作书中指定的练习题，并认真完成指导书中规定的作业题。在结束每章的学习时，还要完成本章的综合作业题。详细地说，就是：

(一) 阅读本指导书中相应章节的内容提要。它总结与概括本节主要内容，指明是解决什么问题的；推导公式时的出发点和思路；对课本中的难点作了浅显说明等等。读后使你在阅读课本之前就对本节内容有个概括性了解，做到心中有数。最好在阅读完课本的该节内容后再阅读它一遍，以进一步得到一个更完整、清晰的概念。

(二) 阅读课本。阅读课本是自学过程中的主要环节，是获得这门知识的关键。因而必须仔细地、深入地精读课本的内容，以掌握基本概念。在阅读时，要推演全部公式(包括省略部分在内)，有时还要画出必要的示意图。只有这样，才能发现各种各样的具体问题，更进一步地掌握课本内容。最好作些必要的摘记，这对培养自己的独立工作能力有很大好处。课本中的例题是用来阐述基本理论的应用问题的，阅读例题时要注意：解题的全过程，每一步计算所根据的理论及公式，计算中所涉及的具体问题，例如数字取位问题、单位问题等。

(三) 回答自我检查题。阅读完课本内容后，在笔记本上回答指导书中所提出的自我检查题。这些题都是课本中各节总括性和重点内容问题，是偏重于理论性和概念性的问题。读者通过自我检查题来检查自己是否掌握了课本中的基本内容，或基本内容的掌握程度。如果读者不能顺利地或全面地回答出自我检查题，那就需要再度钻研课本中相应内容，直到能圆满解答为止。如果函授生对某个自我检查题经过反复思考仍不能解决时，可以提请教师解答。自我检查题不必寄交教师批改，留作自己复习时参考。

(四) 阅读指导书中指定的例题。通过例题学习并掌握解题方法及所学知识的综合运用，培养自己分析问题和解决问题的能力。

(五) 做好练习题。做好练习题是理论联系实际和巩固掌握课本内容的有效方法之一。要在理解课本中及指导书中指定的例题的基础上着手做练习题。做题时，先要了解题意，即弄清楚题目的已知条件和所求内容，再参照例题中相应表格形式画出解题所用表格并着手解题。计算中所涉及的文字与数字，必须书写清楚、整齐。如果数字写错了，则要用直线划去，然后在已划去的错误数字的上面写上正确数字。做练习题时不要先看答案，在

解出最终结果后再与答案相对照。如果两者不同，则必须仔细地检查错误所在及原因，并改正自己的答解。练习题不必寄交教师批改。

(六) 完成作业题。作业题是学完一节内容后的自我总结性的习题。做作业题时，除了(五)所提的要求外，还要求独立解题，即尽可能不看课本公式或例题。要求按自学周历中的规定，按时将作业题的解题过程及答案寄交教师批改。如果教师指定某些批改过的作业需重做或修改时，应按期完成并连同原作业(批改过的)一起寄交教师再次进行批改。

(七) 完成综合作业题。综合作业题是学完一章内容后的自我总结性的习题。答解要求与(六)相同。按时寄交教师批改。

II 自学周历

一、本科函授第一学期自学周历

(每周 8 学时共 160 学时)

表 I-1

周次	学习内容	时间 (学时)	应完成的练习题	时间 (学时)	应完成的作业题	时间 (学时)
	怎样自学 《测量平差基础》					
1	第一章 §1-1, §1-2	5.0	1.1.02. ~ 1.1.04 1.1.07. 1.1.09 1.2.14.	1.5	1.1.01. 1.1.05. 1.1.08. 1.1.11. 1.1.12 1.2.15.	1.5
2	§1-3. §1-4. §1-5 中一、二、	3.0 1.0	1.3.17. 1.3.18. 1.3.19. 1.4.22. ~ 1.4.24.	0.5 0.5	1.3.20. 1.4.26. 1.4.28. 1.4.29. 1.4.30. 第一章 综合作业题	0.5 1.0 1.5
3	第二章 §2-1 ~ §2-3. §2-4	4.0 2.0	2.1.01. 2.1.02. 2.3.04. 2.3.06.	1.0	2.1.03. 2.3.08.	1.0
4	§2-4 ~ §2-5	6.0	2.4.09. 2.4.10. 2.4.12.	1.0	2.4.11. 2.4.18. 2.4.19.	1.0
5	§2-6 ~ §2-7	6.0	习(2-501) 习(2-502) 2.6.31. 2.6.32. 2.6.34.	0.5 1.0	业(2-501) ~ 业(2-503)	0.5
6	§2-8	4.0	2.7.40. 2.7.41. 2.7.42. 2.7.45.	1.5	业(2-601) ~ 业(2-603) 2.7.43. 2.7.46. 2.7.47. 2.7.50. 2.8.53.	1.0 1.5
7	第三章 §3-1 ~ §3-3	4.0	3.3.02. 3.3.03.	0.5	第二章 综合作业题 业(3-201), 业(3-202)	2.5 1.0
8	§3-4. §3-5 第四章 §4-1 ~ §4-2	3.0 3.5	4.1.02.	0.5	4.1.03.	1.0
9	§4-2 §4-3	1.5 4.0	4.2.05. 4.2.06. 4.2.08. 4.2.12	1.0	4.2.09. 4.2.16.	1.5
10	§4-4	4.0	4.3.27. 4.4.33.	1.0 1.5	业(4-301) 业(4-302)	1.0 0.5

续表 I-1

周次	学习内容	时间 (学时)	应完成的练习题	时间 (学时)	应完成的作业题	时间 (学时)
11	§4-4 §4-5	3.5			业(4-401), 业(4-402) 业(4-501), 业(4-502)	3.0 1.5
12	§4-6	6.0			业(4-601)~业(4-603)	2.0
13	§4-7, §4-8	5.0			4.8.55.	3.0
14	§4-9	4.0	4.2.18. 4.2.25.	0.5	4.9.57.	3.5
15	§4-10	5.0	习(4-1001)习(4-1002)	0.5	4.10.59.	2.5
16	§5-1, §5-2	5.0			第四章 综合作业题	3.0
17	§5-3, §5-4	5.5	5.2.02. 5.2.03. 5.3.12.	0.5 0.5	业(5-201) 业(5-202) 5.3.15.	0.5 1.0
18			习(5-401)习(5-402)	0.5	5.4.19. 第五章 综合作业题	2.5 5.0
19	第六章 §6-1 §6-2	2.0 5.0	6.1.01.	0.5	6.1.03.	0.5
20	§6-2	4.0	6.2.04.~6.2.05.	1.0	6.2.06. 6.2.07.	3.0

二、本科函授第二学期自学周历

(每周7学时共140学时)

表 I-2

周次	学习内容	时间 (学时)	应完成的练习题	时间 (学时)	应完成的作业题	时间 (学时)
1	§6-3~§6-4	4.0	6.4.21.	0.5	6.3.20.(a) 业(6-401)~业(6-403)	1.0 1.5
2	§6-4	4.0	6.4.26. 6.4.27. 6.4.29.	1.0	业(6-404) 业(6-405) 6.4.31.	2.0
3	§6-5, §6-6	5.0			6.6.39.	2.0
4	§6-7	5.0			业(6-701)	2.0
5	§6-8	1.5			业(6-702) 业(6-703) 6.8.47. 6.8.49.	5.5
6	§6-10	6.0	6.10.51. 6.10.52.	1.0		
7	§6-11	6.0			6.10.53.	1.0

续表 I-2

周次	学习内容	时间 (学时)	应完成的练习题	时间 (学时)	应完成的作业题	时间 (学时)
8			6.11.62. 6.11.66. 6.11.68.	1.0	6.11.70. 第六章 综合作业题	3.0 3.0
9	§7-1, §7-2	6.0	习(7-201)习(7-202)	0.5	7.2.08.	0.5
10	§7-3	7.0				
11	§7-4, §7-5	2.0			7.3.13. 7.4.15.	4.0 1.0
12	§7-5, §7-6	4.0			7.5.21. 7.6.23.	3.0
13	§7-7	7.0				
14	§7-7	5.0			7.7.25.	2.0
15	第八章 §8-1~§8-4	4.0	8.1.01. 8.1.04. 8.1.06. 8.3.11. 8.1.08. 8.3.13. 8.3.15. 8.4.17.~ 8.4.19.	1.5	8.1.03. 8.1.05. 8.1.07. 8.1.10. 8.3.12. 8.3.14. 8.4.20.~8.4.22.	1.5
16	§8-5, §8-6	5.0			8.5.23. 8.6.25.	2.0
17	第九章 §9-1~§9-2	3.0			第八章 综合作业题 9.2.01. 9.2.02	2.0 2.0
18	§9-3 第十章 §10-1	4.0 1.0			9.3.03. 9.3.04.	2.0
19	§10-2. §10-3	6.0			10.2.01. 10.3.04.	1.0
20	§10-4~§10-6	4.0			10.4.06. 10.4.08 第十章 综合作业题	3.0

三、 专科函授第一学期自学周历 (每周 10 学时共 200 学时)

表 I-3

周次	学习内容	时间 (学时)	应完成的练习题	时间 (学时)	应完成的作业题	时间 (学时)
	怎样自学《测量 平差基础》					
1	第一章 §1-1~§1-3	7.0	1.1.02.~1.1.04. 1.1.07. 1.1.09. 1.2.14.	1.5	1.1.01. 1.1.05. 1.1.08. 1.1.11. 1.1.12. 1.2.15.	1.5
2	§1-4, §1-5 中一、二	2.0	1.3.17. 1.3.18.	0.5	1.3.20. 1.4.26. 1.4.28.	0.5
	第二章 §2-1~§2-3	4.0	1.3.19. 1.4.22. 1.4.24.	0.5	1.4.29. 1.4.30. 第一章 综合作业题	1.0 1.5

续表 I-3

周次	学习内容	时间 (学时)	应完成的练习题	时间 (学时)	应完成的作业题	时间 (学时)
3	§2-4	6.0	2.1.01. 2.1.02. 2.3.04.	1.0	2.4.11. 2.4.18.	1.0
	§2-5	2.0	2.3.06. 2.4.09. 2.4.10. 2.4.12.		2.4.19.	
4	§2-6, §2-7	6.0	习(2-501) 习(2-502) 2.6.31. 2.6.32. 2.6.34.	1.5	业(2-501)~业(2-503)	0.5
			2.7.40.~2.7.42. 2.7.45.	1.0	业(2-601)~业(2-603)	1.0
5	§2-8	4.0			2.7.43. 2.7.46. 2.7.47.	1.5
	第三章 §3-1~ §3-2	2.0			2.7.50. 2.8.53. 第二章 综合作业题	2.5
6	§3-3~§3-5	4.0	3.3.02. 3.3.03.	0.5	业(3-201), 业(3-202)	1.0
	第四章 §4-1	3.0	4.1.02.	0.5	4.1.03.	1.0
7	§4-2	3.0	4.2.05. 4.2.06.	1.0	4.2.09. 4.2.16.	2.0
	§4-3	4.0	4.2.08. 4.2.12.			
8	§4-4	5.0	4.3.27. 4.4.33.	2.5	业(4-301) 业(4-302)	2.5
9	§4-5	2.0			业(4-401) 业(4-402)	3.0
	§4-6	4.0			业(4-501) 业(4-502)	1.0
10	§4-6	1.0			业(4-601)~业(4-603)	1.5
	§4-7, §4-8	5.0			4.8.55.	2.5
11	§4-9	4.0	4.2.18. 4.2.25.	0.5	4.9.57.	3.5
	§4-10	2.0				
12	§4-10	3.0	习(4-1001) 习(4-1002)	0.5	4.10.59. 第四章 综合作业题	3.5 3.0
13	第五章 §5-1, §5-2	5.5	5.2.02. 5.2.03.	0.5	业(5-201) 业(5-202)	0.5
	§5-3	2.0	5.3.12.	0.5	5.3.15.	1.0
14	§5-4	3.0	习(5-401) 习(5-402)	0.5	5.4.19. 第五章 综合作业题	2.5 4.0
15	第六章 §6-1, §6-2	2.0 7.0	6.1.01.	0.5	6.1.03.	0.5
16	§6-3, §6-4	6.0	6.2.04. 6.2.05.	1.0	6.2.03. 6.2.07.	3.0
17	§6-4	3.0	6.4.21. 6.4.26.	1.5	6.3.20. (a)	4.0
	§6-5	1.5	6.4.27. 6.4.29.		业(6-401)~业(6-405) 6.4.31.	
18	§6-6, §6-7	8.0			6.6.39.	2.0

续表 I-3

周次	学习内容	时间 (学时)	应完成的练习题	时间 (学时)	应完成的作业题	时间 (学时)
19	§6-8	1.5			业(6-701) 业(6-702)业(6-703) 6.8.47. 6.8.49.	3.0 5.5
20	§6-10	7.0	6.10.51. 6.10.52.	1.5	6.10.53.	1.5

四、 专科函授第二学期自学周历 (每周 4 学时共 80 学时)

表 I-4

周次	学习内容	时间 (学时)	应完成练习题	时间 (学时)	应完成作业题	时间 (学时)
1	§6-11	4.0				
2	§6-11	2.0	6.11.62. 6.11.66. 6.11.68.	2.0		
3					6.11.70	4.0
4					第六章 综合作业题	4.0
5	§7-1, §7-2	4.0				
6	§7-2	3.0	习(7-201) 习(7-202)	0.5	7.2.08.	0.5
7	§7-3	4.0				
8	§7-5, §7-6	2.0			7.3.13.	2.0
9	§7-7	4.0				
10	§7-7	4.0				
11	第八章 §8-1, §8-2	2.0			7.7.25.	2.0
12	§8-3, §8-4	2.0	8.1.01. 8.1.04. 8.3.11. 8.4.17.	1.0	8.1.03. 8.1.07. 8.3.12. 8.4.20.	1.0
13	§8-5	3.0			8.5.23.	1.0
14	§8-6	3.0			8.6.25.	1.0
15	第九章 §9-1, §9-2	3.0			9.2.02.	1.0
16	§9-3	3.0			9.3.04.	1.0
17	第十章 §10-1, §10-2	3.5			10.2.01.	0.5
18	§10-3	3.5			10.3.04.	0.5
19	§10-4, §10-5	3.5			10.4.06.	0.5
20	§10-6	2.0			第十章 综合作业题	2.0

Ⅲ 对课本各章节的自学指导

第一章 概率基本知识

本章旨在讲述处理测量数据的基本理论和方法。大家知道,观测值总是带有误差的,而观测误差是随机变量。概率论就是一门从数量方面来研究随机现象规律性的学科,因此,可以用它来研究观测误差的规律。为此目的,我们先来学习概率的基本知识。

本章重点内容为:随机变量及其分布;随机变量的数字特征,即数学期望、方差、协方差、矩;正态分布。

§1-1 随机事件和概率的基本运算

一、内容提要

本节主要讲述了概率论中常用的一些术语和基本概念,以及几个常用的概率运算公式。事件与概率是概率论中最基本的概念。

事件分类 $\left\{ \begin{array}{l} \text{确定性事件} \left\{ \begin{array}{l} \text{必然事件} \\ \text{不可能事件} \end{array} \right. \\ \text{非确定性事件——随机事件} \end{array} \right.$

概率论是研究随机事件的。

在一次试验中,可能出现也可能不出现的而在大量重复试验中具有某种规律性的事件就称为随机事件(也称偶然事件)。在一次试验中,某事件理论上应出现的可能性的的大小用数字表示就称概率。概率的古典定义为

$$P(A) = \frac{n_A}{n}$$

式中 n 表示同一试验重复进行的次数; n_A 表示在 n 次试验中 A 事件出现的次数。

上式表示事件 A 在一次试验中出现的概率为 $\frac{n_A}{n}$ 。

课本中给出了四个常用的概率运算公式: (1-1-4), (1-1-9), (1-1-15) 及 (1-1-17)。通过它们可以把计算复杂事件的概率变为通过若干个简单事件概率计算出来。其中概率的加法定理及乘法定理是概率论中的两个基本定理。

二、自我检查题

自(1-101) 试举例说明什么是随机事件?

自(1-102) 什么是频率? 什么是概率? 两者有什么区别? 又有什么联系?

自(1-103) 试举例说明以下各名词的含义, 并指出它们的概率是多少, 或指明在什么条件下、用什么公式可求算它们。

必然事件, 不可能事件, 事件和, 事件积, 逆事件。

自(1-104) 试举例说明: 完全事件组、独立事件、条件概率的含义。如何区分互斥事件和独立事件?

自(1-105) 为什么说任何事件的概率不会小于零, 也不会大于1?

自(1-106) 试举例说明概率的加法及乘法定理的应用。

自(1-107) 全概率公式及贝叶斯公式各是计算什么量的概率的?

自(1-108) 概率有单位吗?

自(1-109) 某一个射手的射击命中率是二分之一, 能否说该射手进行两次射击就一定能击中目标? 如果第一次射击就击中目标, 或连续射击两次都未击中目标, 这时能否说该射手的命中率仍是二分之一? 为什么?

三、例题

例(1-101) 设有甲、乙两射手, 他们射中靶的概率各等于0.7和0.8, 现两人同时进行一次射击, 求射中靶子的概率。

解: 解法一

若以 A 表示甲射中的事件; 以 B 表示乙射中的事件; 以 C 表示射中靶子的事件, 则 $P(A)$ 为甲射中的概率; $P(B)$ 为乙射中的概率; $P(C)$ 为射中靶子的概率。

当两人同时进行一次射击时, 可能出现下列四种事件: 甲射中而乙未射中的事件 $A\bar{B}$; 甲未射中而乙射中的事件 $\bar{A}B$; 甲射中而乙也射中的事件 AB ; 甲未射中而乙也未射中的事件 $\bar{A}\bar{B}$ 。而这四个事件中, 当出现了其中任一个事件, 其它事件就不能同时出现。所以, 它们是两两互斥的事件。而当上述前三种事件之一出现时, 就是射中靶子的事件 C 出现了, 所以按课本(1-1-4)式, 得

$$C = A\bar{B} + \bar{A}B + AB,$$

而按课本(1-1-5)式, 得射中靶子的概率为

$$P(C) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) + P(AB).$$

在甲射中而乙未射中的事件中, 由于甲射中与乙未射中的事件是互相独立的, 故按课本(1-1-11)式求得其概率为

$$P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B}) = 0.7 \times 0.2 = 0.14;$$

同样, 甲未射中, 乙射中的概率为

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0.3 \times 0.8 = 0.24;$$

而甲射中, 乙也射中的概率为

$$P(AB) = P(A)P(B) = 0.7 \times 0.8 = 0.56.$$

于是射中靶子的概率为

$$P(C) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) + P(AB) = 0.14 + 0.24 + 0.56 = 0.94.$$

解法二

甲乙两人同时射击一次的结果可以分解为: 射中靶的事件 C 和两人都未射中靶的事件

$\overline{A}\overline{B}$, 而这两个事件是甲乙两人同时射击一次的一个完全事件组, 且互为逆事件, 所以按课本(1-1-8)式, 得

$$P(C) = 1 - P(\overline{C}),$$

而甲乙两人均未射中靶的概率为

$$P(\overline{A}\overline{B}) = P(\overline{C}) = P(\overline{A})P(\overline{B}) = 0.3 \times 0.2 = 0.06,$$

故靶子被射中的概率为

$$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 0.94.$$

例(1-102) 参看习题集中的例[1-01]~例[1-04].

四、练习题

习题集上的 1.1.02., 1.1.03., 1.1.04., 1.1.07., 1.1.09..

五、作业题

习题集上的 1.1.01., 1.1.05., 1.1.08., 1.1.11., 1.1.12..

§1-2 随机变量及其分布

一、内容提要

本节主要讲述了什么叫随机变量; 随机变量的分类; 离散型随机变量的分布律 $P(X = x_i) = p_i$; 随机变量的分布函数 $F(x) = P(X \leq x)$ 及其性质; 概率密度 $f(x)$ 及其性质。又介绍了离散型随机变量中一种比较重要的分布——二项分布, 最后介绍了均匀分布及正态分布。

如果一个变量依试验结果而取得不同的值, 但不能事先知道是哪一个数值, 则称这种变量为随机变量。随机变量的概念在概率论中占着非常重要的地位。

分布律是描述离散型随机变量统计规律性的一种方法, 它给出了随机变量可能取值与该可能取值所对应的概率之间的对应关系。

分布函数则是描述离散型随机变量, 也是描述连续型随机变量统计规律性的方法,

分布函数 $F(x)$ 与概率密度 $f(x)$ 的关系为 $f(x) = F'(x) = \frac{dF(x)}{dx}$ 。

因为我们要处理带有偶然误差的观测值, 而偶然误差和观测值都是服从正态分布的, 所以, 正态分布在测量专业中占有特别重要的地位, 在课本 §1-5 中还要专门讨论它。

关于随机变量的分类及其统计规律性的描述方法归纳如下:

随机变量	{	离散型	$\left\{ \begin{array}{l} \text{分布律} \left\{ \begin{array}{l} \text{用表格表示——分布列} \\ \text{用图象表示——分布图} \end{array} \right. \\ P(X = x_i) = p_i \\ \text{分布函数 } F(x) = \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i) \end{array} \right.$
		连续型	$\left\{ \begin{array}{l} \text{分布函数 } F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \\ \text{概率密度 } f(x) \end{array} \right.$

二、自我检查题

自 (1-201) 试举例说明什么叫随机变量? 随机变量分为几类?

自 (1-202) 离散型随机变量与连续型随机变量有什么区别?

自 (1-203) 离散型随机变量与连续型随机变量的概率分布各是通过什么方式来描述的?

自 (1-204) 分布函数和概率密度各具有哪些性质?

自 (1-205) 何谓二项分布? 它是什么类型的随机变量的分布?

自 (1-206) 何谓均匀分布? 它是什么类型的随机变量的分布?

三、例题

例 (1-201) 习题集上的例[1-05]。

例 (1-202) 某连续型随机变量的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ Ax^2 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

试求: (1) 系数 A ; (2) 概率密度; (3) 随机变量 X 落在区间 $(0.25, 0.5)$ 内的概率。

解: (1) 因为连续型随机变量 X 的分布函数是连续的, 故当 $x=1$ 时, $Ax^2=1$, 所以 $A=1$ 。

(2) 因为 $f(x)=F'(x)$, 所以该随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2x & 0 \leq x < 1 \\ 0 & x \geq 1 \end{cases}$$

(3) 由课本 (1-2-6) 式, 有

$$P = (0.25 < X < 0.5) = F(0.5) - F(0.25) = 0.5^2 - 0.25^2 = 0.1875.$$

四、练习题 习题集上的 1.2.14。

五、作业题 习题集上的 1.2.15。

§1-3 随机向量及其分布 边缘分布 条件分布

一、内容提要

本节讲述了随机向量的定义; 着重讨论了二维随机向量 (X, Y) 的联合分布函数 $F(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y)$ 及其分布密度 $f(x, y)$; 课本通过例[1-14]引伸出边缘分布、条件分布。

读者要弄清二维随机向量的分布函数与概率密度的表达式及其含义。

描述二维随机向量特征的方法可以概括如下:

离散型

X、Y的联合分布律 $P(X=x_i, Y=y_j)=p_{ij}$
 X、Y的联合分布函数

$$F(x, y)=P(X \leq x, Y \leq y)=\sum_{\substack{i_1 \leq x \\ j_1 \leq y}} P(X=x_{i_1}, Y=y_{j_1})$$

$$=\sum_{i_1 \leq x} \sum_{j_1 \leq y} p_{i_1 j_1}$$

边缘概率分布 $\begin{cases} p_{i.}=P(X=x_i)=\sum_j p_{ij} \\ p_{.j}=P(Y=y_j)=\sum_i p_{ij} \end{cases}$

边缘分布函数 $\begin{cases} F(x, +\infty)=F_1(x)=P(X \leq x, +\infty) \\ F(+\infty, y)=F_2(y)=P(+\infty, Y \leq y) \end{cases}$

条件概率分布 $\begin{cases} \text{在 } Y=y_j \text{ 的条件下, } X \text{ 的条件概率} \\ p(x_i/y_j)=\frac{p_{ij}}{p_{.j}} \\ \text{在 } X=x_i \text{ 条件下, } Y \text{ 的条件概率} \\ p(y_j/x_i)=\frac{p_{ij}}{p_{i.}} \end{cases}$

连续型

X、Y的联合分布函数

$$F(x, y)=P(X \leq x, Y \leq y)=\int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(x, y) dx dy$$

X、Y的联合分布密度

$$f(x, y)=\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y}=F''_{xy}(x, y)$$

边缘分布函数 $\begin{cases} X \text{ 的边缘分布} \\ F_1(x)=\int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy \\ Y \text{ 的边缘分布} \\ F_2(y)=\int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy \end{cases}$

边缘分布密度 $\begin{cases} f_1(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy \\ f_2(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx \end{cases}$

条件分布函数 $\begin{cases} F(y/x)=P\{(Y \leq y)/x\}=\int_{-\infty}^y f(y/x) dy \\ F(x/y)=P\{(X \leq x)/y\}=\int_{-\infty}^x f(x/y) dx \end{cases}$

条件分布密度 $\begin{cases} f(y/x)=f(x, y)/f_1(x) \\ f(x/y)=f(x, y)/f_2(y) \end{cases}$

当二维随机向量 (X, Y) 中 X 与 Y 相互独立时, 下面等式成立

$$f(x, y)=f_1(x)f_2(y),$$

或

$$F(x, y)=F_1(x)F_2(y),$$