

基本粒子译文集

第三集

(量子色动力学)

科学技术文献出版社重庆分社

基本粒子译文集 第三集
(量子色动力学)

中国科学技术情报研究所重庆分所	编 辑
科学技术文献出版社重庆分社	出 版
重庆市市中区胜利路 91 号	
四川省新华书店重庆发行所	发 行
重 庆 印 制 一 厂	印 刷

开本: 787×1092毫米1/16 印张: 15 字数: 38万
1980年3月第一版 1980年3月第一次印刷
科技新书目: 149—91 印数: 3500册

书号: 13176·60

定价: 1.50元

目 录

1. 引言	(1)
1.1 什么是QCD	(1)
1.2 QCD 相变	(3)
1.3 QCD的性质	(5)
1.4 本评述的内容是什么	(8)
2. 规范理论的重整化	(9)
2.1 路径积分	(10)
2.2 规范场和 Faddeev-Popov 技巧	(12)
2.3 规范场的可重整性的证明	(15)
2.4 QCD的Feynman规则	(21)
2.5 Slavnov-Taylor恒等式	(23)
2.6 QCD的Schwinger-Dyson 方程	(26)
3. 规范理论的重整化群	(27)
3.1 重整化群方程	(29)
3.2 QCD 的无标度性	(36)
3.3 QCD重整化群的进一步应用	(43)
4. 两维规范理论	(49)
4.1 Schwinger模型	(50)
4.2 2—D QCD	(53)
5. 色禁闭和微扰论	(55)
5.1 QED的红外结构	(56)
5.2 QCD的红外发散	(58)
5.3 Kinoshita-Lee-Nauenberg定理和禁闭	(62)
5.4 微扰论之外的：一个可能的禁闭图象	(64)
5.5 QCD的非微扰方法	(66)

6. 拓扑性孤粒子	(68)
6.1 引言	(68)
6.2 $D = 1, 2, 3$ 维中的拓补性孤粒子	(72)
6.3 $D = 4$ 的赝粒子或瞬时子	(79)
7. 最近的进展	(86)
7.1 拓扑性孤粒子的稀薄气体和夸克禁闭	(86)
7.2 作为规范耦合常数的函数的 QCD 振幅	(88)
8. 结 论	(93)
文 献	(94)

1. 引言

近四年来,在许多物理学家中间增长着一种信心,即他们找到了一种强作用的理论。这个理论称为量子色动力学(QCD)^[1,11]。他们奢望 QCD 将对强作用提供一个完善的描述,就象过去量子电动力学(QED)曾对光子和电子相互作用提供了非常精确的计算一样。如果这种希望实现了,就是理论物理的一个巨大的胜利。

目前,我们离实现这个希望还很远。QCD 是正在寻找解的拉格朗日场论。对 QCD 的束缚态物理,不存在什么可以敌得上 QED 中的 Feynman 规则以及微扰近似级数那样的东西。严格地定义这种理论,还有更多的困难。根据 QCD 理论,所有强作用粒子都是一种称为夸克的,永远禁闭起来的组分的束缚态。迄今为止还没有人证明单个束缚态的存在,更不用说去证明相对论的, $3+1$ 维的量子场论中的禁闭性。

于是局外人就会惊奇,为什么这个理论吸引了理论物理学家的注意。这是因为,首先,还没有发现 QCD 和已有的强作用现象有冲突。QCD 和实验不矛盾的部份原因是我们对其解的无知。但是我们可以肯定地从 QCD 中引出的对称性,就是已观察到的强作用的对称性,没有再多的了。从这些对称性可以导出一些比较肯定的理论的力学结果,如无标度行为,它们是和实验一致的。其它一些 QCD 和实验观察一致的例子,将在下面给出。原则上,就我们今天所知,QCD 可能是整个强作用物理的完善的理论。

其次,QCD 实现了用定域规范群 $SU_c(3)$ 的简单原理及一种形式上存在的称为夸克的费米子——这些夸克按 $SU_c(3)$ 的基本表示来变换——来真正地描述一个完整理论。所以 QCD 可以满足我们的这种希望:丰富的实在的现象,不管它们表现得多么复杂,都是基本物理原则的结果。

我们认为概述一下 QCD 的性质,并评述一下在解此理论的尝试中的最近发展是有益的。这样的评述可能是为时过早的。我们对于这个理论的透视在不久的将来可能会有引人注目的改变。QCD 也可能被证明是错误的,无价值的或不完善的。

本评述是为理论物理的学生写的。其主要目的是概述一下 QCD 的一些主要的发展。这样,学生们在埋头于技术的细节以前,可以有一个概观。本评述可以作为文献的导引,而不能代替这些文献。

1.1 什么是 QCD?

QCD 是强相互作用的、可以重整化的拉格朗日量子场论。它的基本组分是称为夸克的,自旋为 $\frac{1}{2}$ 的费米子场,它带着分数电荷;还有称为胶子的,自旋为 1 的非阿贝尔规范场,它和夸克之间以及它们彼此之间有相互作用。

在描写这个理论之前,我们引入狄拉克旋量夸克场 $q_A^a(x)$ (暗含着四个自旋分量)。其中 A 和 a 标志着内部自由度。这些指标区分了夸克场所属的单纯李群的基本表示的分量。指标 A 属于味,它相应于已有强子的观察到的自由度,如同位旋、奇异数、粲数等,很可能还有更多的自由度。目前已知有四种味,相应于它们的夸克通常称为: $q^1=u$ (上夸克)、 $q^2=d$ (下夸克)、 $q^3=s$ (奇异夸克)、 $q^4=c$ (粲夸克)。在 QCD 中,味指标不起动力学的作用,它只是一个放在那儿的指标。弱作用流要和味耦合。指标 a 属于色自由度。我们假定只有三种颜色,通常命名为: $q_1^A=$ 红夸克, $q_2^A=$ 白夸克, $q_3^A=$ 兰夸克。(所以,如 q_3^1 是兰的上夸克。)把颜色数目固定为三的理由是为了使重子有正确的统计性。这一点及其它的支持三种颜色的现象,将在下面更详细地作解释。由于有这种限制,候选的色的单纯李群只有 $SU(3)$

及 $SO(3)$ 。如取 $SO(3)$ ，当味的数目超过 2 时，就会失去很多所要求的渐近自由的性质。而对 $SU(3)$ ，可以有多到 16 种味^[1,2]。于是，因为已经发现了四种味， $SU(3)$ 就是唯一可以存在的 QCD 的色群。另外，如取 $SO(3)$ ，则双夸克体系可以是色单态，而这样的客体没有被发现。

QCD 的主要思想是令 $SU_c(3)$ 是定域色对称性而不是整体对称性(global symmetry)^[1,3]。正如大家所知，为了实现这种定域 $SU_c(3)$ 对称性，我们必须引入一个补偿的矢量规范场^[1,4] $A_\mu^a(x)$ ， $a=1, 2, \dots, 8$ ，它像 $SU_c(3)$ 的伴随表示那样变换。此八重态规范场 A_μ^a 称为色胶子（它们不带味）。这样一种 $SU_c(3)$ 对称性所表示的最小的定域规范不变的拉格朗日密度是*

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1(x) = & i \bar{q}_\alpha^A \not{D}_{\alpha\beta} q_\beta^A - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \\ & \alpha, \beta = 1, 2, 3 \\ & a = 1, 2, \dots, 8 \\ & A = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (1.1a)$$

其中

$$\begin{aligned} \not{D}_{\alpha\beta} q_\beta^A \equiv & (\delta_{\alpha\beta} \partial_\mu - ig \lambda_{\alpha\beta}^a A_\mu^a / 2) \gamma^\mu q_\beta^A \\ & (1.1b) \\ & (\text{协变微分}) \end{aligned}$$

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (1.1c)$$

λ^a 是 $SU(3)$ 矩阵， $[\lambda^a, \lambda^b] = 2if^{abc}\lambda^c$ ， f^{abc} 是 $SU_c(3)$ 的结构常数。(1.1a) 中的第二项是自相互作用的 $SU_c(3)$ 规范场的 Yang-Mills 拉格朗日量^[1,5]。要注意，所有的由 (1.1a) 表示的相互作用的强度由单一的普适耦合常数 g 来描述。我们可以证明，(1.1a) 在形为

$$\begin{aligned} A_\mu(x) = & A_\mu^a(x) \lambda^a / 2 \rightarrow U(x) A_\mu(x) U^{-1}(x) \\ & + \frac{i}{g} U(x) \partial_\mu U^{-1}(x) \\ q^A(x) \rightarrow & U(x) q^A(x) \end{aligned} \quad (1.2)$$

: 2 :

$$U(x) = \exp(i\theta^a(x)\lambda^a/2)$$

的定域规范变换下是不变的。其中 $\theta^a(x)$ 是定域 $SU_c(3)$ 规范变换 $U(x)$ 中的与时空有关的参数 ((1.2)，中是矩阵记号。)

到现在为止我们还没有描写强作用的味对称性。我们假定 N 个味的味群是 $SU(N)$ 。即 $(q_\alpha^1, q_\alpha^2, \dots, q_\alpha^N)$ ， $\alpha=1, 2, 3$ ，构成 $SU(N)$ 的基本表示。当 $N=3$ 时，我们就和已确立的 $SU(3)$ 强子谱^[1,6] 一致起来了，而 $N=4$ 时，就要加上新发现的味一粲味。因为 $\mathcal{L}_1$ 是描述无质量的夸克的拉格朗日量，它在大的手征群 $SU(N) \times SU(N) \times U_B(1) \times U_A(1)$ 变换下，实际上是不变的。此群的基础表示为

$$q_{R,L} = \frac{1}{2} (1 \pm \gamma_5) q \quad (1.7) \quad (\text{夸克场的左右手分量})$$

这里 $U_B(1)$ 相应于重子数守恒，而 $U_A(1)$ 相应于轴重子数守恒(axial-baryon number conservation)，这是一个不希望有的对称性，因为它没有被发现。在实际世界上手征味的对称性 $SU(N) \times SU(N)$ 不是严格对称的，在 QCD 中，对 $\mathcal{L}_1$ 加上一项夸克质量项 $\Delta\mathcal{L}$ ，它就很容易地被破坏了， $\Delta\mathcal{L}$ 是 $SU_c(3)$ 的单态，但它按手征群的 $(N, N^*) + (N^*, N)$ 表示的分量那样变换

$$\Delta\mathcal{L} = q_\alpha^A M_0^{AB} q_\beta^B, \quad M_0^{AB} = \delta^{AB} m_0^A \quad (1.3)$$

这是唯一的可以在不引进新的场，或失去可重整性下使味破坏的项。把这样一个具有人为的对角矩阵 M_0 的项加入到理论中去，看起来不是很有道理的。味破坏项的起源，被认为属于弱的和电磁的相互作用范围。所以像味破坏的原因这一类深刻的问题，追问强作用理论也许是不适宜的。

对于 QCD 的量子化理论来说，这些考虑还是不完善的。我们必须给拉格朗日量加上一项用来保证合适的量子化步骤的规范固定

* 重复指标表示取和

项 $\mathcal{L}_{g,f}$ 及依赖于如何固定规范、并保持理论么正的Faddeev-Popov鬼粒子项 $\mathcal{L}_g$ 。现在已知这些项对包含非阿贝尔规范场的自洽的量子场论是必需的^[1,8]。

于是

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_1 + \Delta\mathcal{L} + \mathcal{L}_{g,f} + \mathcal{L}_g \quad (1.4)$$

是QCD的完全的拉格朗日密度。这个简单的理论可以解释全部强作用。

虽然我们能够写出QCD的拉格朗日量,但是,像 $\mathcal{L}_{QCD}$ 是否定义了一个真正自洽的量子场论这样一类较深刻的问题,仍然是完全没有解决的。我们能不能计算一个有限的、解析的、么正的、洛伦兹不变的等等的物理 S 矩阵,以及能不能描写我们已观察到的强子世界?在以耦合常数 g 展开的微扰论中,理论看来和QED的微扰论一样合理(在色平均部份中)。但是,如果QCD把实际的强子世界描写为夸克的束缚态,微扰解就不是很有好处的。 $\mathcal{L}_{QCD}$ 所描写的量子场论也许不能很好地定义,也可能此理论除了 g 及 M_0 外,还要加上更多的参数。描写这个理论的真空态所需要的周期角 θ ,就是另外一个参数的例子。此参数我们将在这个评述中讨论。目前,很多和QCD竞争的理论,实际上却确定了此理论,因而我们终于可以来计算一个有意义的 S 矩阵了。

1.2 QCD 相变

当将拉格朗日密度 $\mathcal{L}_{QCD}$ 用到以耦合常数 g 展开的朴素的微扰论中去时,看来可以描写一个相互作用的夸克和色胶子世界。在这个世界中可以存在渐近自由的夸克和色胶子。因为在自然界中没有发现夸克和色胶子,这个图象就不是实际世界的固有的描述。另外,通过PCAC,(轴矢流部份守恒)对强子谱的很多低能现象已了解得很清楚了,所以任何可以存在的强相互作用理论应当显示出这些性质。在QCD中如何显示这种物理事实?通常把从夸克和胶子理论转变到实际

世界的描写,说成是QCD至少经过两次相变,所以从 $\mathcal{L}_{QCD}$ 得到的物理世界与QCD的微扰解是没有什么关系的。我们依次来描写这些相变。

1.2.1 禁闭相变

所谓QCD中的禁闭是表示所有的物理态是 $SU_c(3)$ 的色单态。由于夸克和色胶子不是色单态,就没有相应的物理态。色单态只能是夸克和胶子的束缚态。对夸克来说,这些态就是相应于这样的束缚组态: $\bar{q}_a^i q_a^j$, $q_a^i q_b^j q_c^k \epsilon^{\alpha\beta\gamma}$, 及 $\bar{q}_a^i \bar{q}_b^j \bar{q}_c^k \epsilon^{\alpha\beta\gamma}$ 。这些就是由夸克构成色单态介子、重子和反重子的规则^[1,9,1,10]。原则上,还可存在胶子的束缚态,它们是色单态。这就是胶球(glueballs)或称无夸克强子,它们还要求是味单态。人们很容易相信,色禁闭意味着物理态只有带整数电荷的状态。这些态正是在强子谱中观察到的态^[1,10];不出现带分数电荷的表示。

禁闭意味着,原则上,色自由度是不可观察的,虽然它们传递强作用力。如果由坚持运算主义建立起来的量子力学产生的这种理论,它的基本的实体是一个非经验的数学结构,这将是一个讽刺。毫无疑问,绝对禁闭的前景对很多人来说是从心底里不满意的,并且这已经引起人们去设想另外一种理论。一种另外的可能性是,禁闭只是部分的,并且只适用于低能现象。在高能时会发生“色融化”,于是色自由度就显出来了^[1,11]。即使这种可能性存在也不需要用它来解释已存在的现象。我们将假定禁闭是绝对的。

还没有一个人证明过在QCD或任何其它 $3+1$ 维场论中会出现禁闭。一些禁闭的例子是:至少在弱耦合下的 $1+1$ 维电动力学和 $2+1$ 维电动力学。但是在这些低维体系中的禁闭机制,可能和QCD中发生的,或者说我们希望发生的很不相同。

禁闭机制最基本的图象是这样的。在有阿贝尔胶子——光子——的电动力学中,电子-正电子间的力服从吸引的Coulomb定律。

因为光子是不自耦合的, 所以电场传播到整个空间。在有非阿贝尔胶子的 QCD 中, 我们可以假定, 胶子的自相互作用性质可能意味着能量较低的组态是夸克和反夸克间的色通量的管道。于是, 因为这样一个场组态的位能的变化是 (夸克) 间隔的线性函数, 所以夸克就被禁闭了。这就是说, 把色单态分开成有色态所需要的能量是无限的。

对禁闭的一个比较勉强的说法是红外奴役^[1,3]。我们可以根据重整化群来定义一个等效耦合常数 $\bar{g}(q^2)$, 它是动量 q_μ 的函数。对 QCD 来说, 在深度欧几里德区域中 $q^2 \rightarrow -\infty$, 自治的微扰论中的等效耦合常数等于零。在红外区域中 $q^2 \rightarrow 0$, 对 $\bar{g}(q^2)$ 的行为除了知道它要增大, 并趋向无穷大外, 其它什么也不知道: $\bar{g}(q^2) \sim 0(1/q^2)$ 。这相应于存在阻止色单态分裂成色非单态的。在 QCD 中, 红外区域是对禁闭感兴趣的区域。这也是相应于强耦合的区域。因此在研究禁闭时, 标准的计算技术是没有用的。

QCD 中有禁闭的证明, 是一个突出的, 没有解决的问题。但 QCD 这种理论的红外区域相应于强耦合而不是弱耦合。所以理论是否禁闭的问题, 至少是尚未解决的。

与禁闭相变不同的是介电质相 (dielectric phase), 在此相中胶子是有质量的。这可以通过 Higgs-Schwinger 动力学机制而产生^[1,12]。这表示定域 $SU_c(3)$ 破坏成整体对称。这种相具有实在的、带质量的胶子, 至少在目前的能量下, 它不相应于任何已经观察到的粒子。介电质相可能性的预言是, 如果禁闭出现, 则定域规范对称性必须仍然是严格的, 不破坏的。禁闭是体系有严格的非阿贝尔规范对称性的结果^[1,13]。否则, 定域规范对称性要破坏, 胶子就带质量, 而且不禁闭。

1.2.2 PCAC 相变

禁闭相变包含着定域色对称, 而 PCAC 相变包含着 N 个味的整体味的手征对称

$SU(N) \times SU(N)$ ^[1,7]。假定我们暂时不管味对称性的破坏, 并令夸克质量矩阵 $M_0 = 0$, 于是如果 $\mathcal{L}_{QCD}$ 的手征 $SU(N) \times SU(N)$ 对称性表现在态上, 则每一个强子态就必须是宇称配对的。这是因为手征群的表示是宇称配对的。例如, 对核子就要有一对相反宇称的伙伴。但看来情况不是这样的。

不同于宇称配对的是假设在基态中手征 $SU(N) \times SU(N)$ 对称自发破缺为 $SU(N)$ 对称。这样, 真空就不是 $\mathcal{V}_0$ 不变的。于是 Goldstone 定理^[1,14]保证我们必有 $N^2 - 1$ 个无质量的赝标玻色子^[1,15], 而且所有的强子态正是对应于通常的超多重态的真空 $SU(N)$ 对称群的表示。这个相—PCAC 相—协调了已有的现象。赝标粒子是最轻的强子, 而所有的强子构成了近似的 $SU(N)$ 多重态。赝标粒子的质量以及 $SU(N)$ 简并性的除去是通过放进夸克质量矩阵来说明的。

(如果夸克是禁闭的, 夸克质量矩阵实际上是一种误称, 于是就没有确切定义的夸克质量, 而 M_0 只是一组描写味对称破坏的参数。)

PCAC 相除了意味着存在 $N^2 - 1$ 个 Goldstone 态外, 还意味着许多其它的和实验一致的结果。这些结果就是 Goldberger-Treiman 系、软 π 定理、Adler-Weisberger 求和规则、 K_{13} 衰变定理等等^[1,7]。QCD 还表示对称性的破坏必须在 $SU(N) \times SU(N)$ 的 $(N^*, N) + (N, N^*)$ 表示中。这个明确的预言具有可以检验的结果, 并且在每一个可以检验的地方都和实验符合^[1,7] 但是, 实验上也不排斥混合一点其它表示。

在 PCAC 相中, π 介子作为夸克—反夸克对的集体 (Collective excitation) 激发出现, 这是在很久以前被 Nambu 和 Jona-Lasinio^[1,16] 所描写的。而束缚状态的 Goldstone 玻色子曾在各种可重整化的理论中被研究过^[1,17]。最近有人提出 ρ 介子和所有的强子^[1,18] 是集体态, 是色单态凝集的味激发。这个集体图象不同于朴素的夸克模型或

最近的口袋模型所解释的强子的原子图象。这些原子模型没有PCAC, 并且在有些地方它们对强子相互作用的描写是失败的。

1.2.3 QCD 中的相变问题

主要的理论问题是证明 QCD 是在禁闭相和PCAC相中。如果不在这些相中, 看来QCD不能单独给出正确的强子理论。

在 QCD 中还有一个朴素的无标度对称性。如果 $M_0=0$, QCD就没有质量标度, 并且只要 $M_0=0$, 理论就把有质量的强子描写成禁闭夸克的束缚态。如果 QCD 有禁闭, 就必定有一个标度来表征禁闭位阱的强度。如果我们在 PCAC 相中, 则 π 介子的衰变常数 f_π ——一个有量纲的常数——是非平庸的 (non-trivial) 并且定义了一个标度。这些特殊的标度如何产生? 它们是不是关联的? 微扰论在回答这些问题时是无用的, 因为到任何有限级的微扰论, 什么相变也不存在。

假定实际上出现了禁闭相变和PCAC相变, 于是就有一些进一步的问题。QCD 的一些最好的预言来自渐近自由——在高动量时, 理论表现出象被解放的夸克和胶子的自由场论。但是夸克和胶子是永久地被禁闭的。渐近自由怎样和禁闭相容呢? 可能强子是一个延伸的物体, 它在封闭的表面内有一个自由的(微扰的)相, 高频时表面被冲破, 于是禁闭相就出来了。这是和口袋模型相象的。在 QCD 中能不能用这个图象? 我们如何联接禁闭和渐近自由?

低能态的强子, 像 π 和 ρ , 看来是集体态。加进具有很大的粲夸克质量的对称破坏项, 就可让 ψ 族粒子 ($C-\bar{C}$ 夸克束缚态 粲偶素 (Charmonium) 的) 像一个原子态。至少这种原子图象和已观察到的质量谱的定性性质是一致的。我们在强子的集体模型和原子模型间作怎样的联接?

最后, 还有以禁闭和渐近自由为一方和以集体 (PCAC) 和原子模型为另一方之间

的关系问题。强子动力学的进一步发展和对这些问题的回答有关。在图 1.1 中用图解释了这些问题。

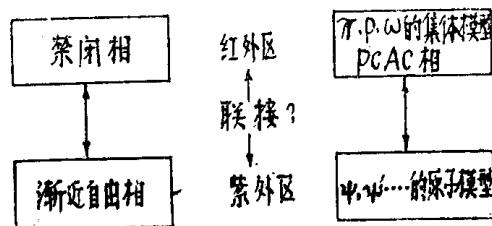


图1.1 QCD中的相变问题

1.3 QCD 的性质

1.3.1 色统计

(i) 即使在提出QCD以前, 就已经知道要把颜色作为一个附加的、但是是隐藏的对称性^[1,19]。我们通常假定束缚态体系的基态是当它的组份处于空间对称态的时候出现。如果重子是三个夸克的束缚态, 就不可能不要颜色。对 Ω^- , 这一点是很易见的, 它是自旋都朝上的三个奇异夸克的束缚态, 所以总自旋是 $3/2$ 。这些夸克被认为处于相对角动量的S态上, 但这破坏了假定自旋为 $1/2$ 的夸克服从费米统计的Pauli原理。一条出路是假定自旋为 $1/2$ 的夸克服从混合统计 (Para-statistics)。等价地^[1,19], 我们可以假定夸克有一个另外的(色)量子数。于是我们可以对三种颜色反对称化, 因而空间对称的基态也服从 Pauli 原理。束缚态波函数是 $q_\alpha q_\beta q_\gamma \epsilon^{\alpha\beta\gamma}$, 其中 α, β, γ 是色指标。如果色对称是严格的, 则等价于夸克服从混合统计。

如果重子统计是引进颜色的唯一的理由, 就不需要这样勉强了。还有一些更多的原因。

(ii) 实验上 $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ 的衰变几率的确定, 误差在15%以内。理论上对此特殊的衰变感兴趣的理由是, 存在一条严格的定理, 在 π 介子的质量为零的世界中, 此定理把此衰变的振幅和 u, d 夸克的电荷以及颜色的

总数联系起来了^[1,20]。(非零 π 介子质量的影响小于5%。)不把色算进去,计算出的几率无法说明观察到的几率,差一个因子 $3^2=9$ 。有了三种颜色,几率正好就对了。

(iii) 在像 QCD 这样的渐近自由的理论中我们可以指出, e^+e^- 的湮没截面具有无标度行为。这表示截面像 E^{-2} 那样下降, E 为总重心能量。这意味着强子/轻子给出的比值 R ,在渐近的高能区是常数,计算得

$$R = \frac{\sigma_T(e^+e^- \rightarrow \text{强子})}{\sigma_T(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = N_c \sum_F Q_F^2 \quad (1.5)$$

其中, N_c 是色的数目, Q_F 是味夸克的电荷。在产生粲的阈以下 $\sum Q_F^2 = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}$,而 R 的测量值约为 $2 \sim 2.5$ 。这要求 $N_c \sim 3$ 。在可采用的最高能量处, $E \sim 7\text{Gev}$, $R \sim 5.5$ 粲粒子被激发了,所以 $\sum Q_F^2 = \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$ 。三种色给出 $R=3.3$ 。看来还是不够。由于有这种缺陷,可能要更多的味和一个重轻子。应当指出,在类时区 $q^2 > 0$ 中,用无标度性来得到这些结果,在理论上是有疑问的。但看来在任何情况下,为了提高 R 值,色是需要的^[1,21],

1.3.2 弱相互作用选择规则

一个给人印象很深的证据指出,弱和电相互作用可以统一成非阿贝尔规范理论^[1,22]。标准的是 $SU(2) \times U(1)$ 模型^[1,22]。弱作用群的生成元是味荷。

如果我们把强作用包括到理论中去,就引起了一个问题。这就是,通常的弱作用效应可能不再是弱的了。宇称和奇异性的破坏要在 $O(G_F)$ 级上而不在 $O(\alpha) \sim 1/137$ 级上。中性奇异量改变的流要压低到 $O(G_F \alpha(m_c^2 - m_u^2))$ 。原因是如果传递强作用的媒介也和味耦合,于是在弱作用理论中小心建立起来的选择定则就要被破坏。出路是使强作用力

不和味耦合,而和色耦合。在 QCD 中色对称是规范的。所以可以保持弱作用选择定则的条件是弱(味)和强(色)的规范群对易。这样,可以证明弱选择定则的破坏只出现于夸克质量矩阵 M_0 中^[1,31](如它可以与 γ_5 有关)。但是一般来说,矩阵 M_0 总是可对角化的,并且在重新分别定义夸克的右手和左手分量后,使它与 γ_5 无关,所以在 QCD 中,弱选择定则保持到某一适当的量级上。

当然,可以用一个和重子数耦合的阿贝尔规范场来传递强作用力。这也保持弱选择定则,并且是首先被选择的强作用理论。但是如果夸克也是有色的,于是对 N 个味的强作用对称性是 $SU(3N) \times SU(3N)$,它给出 $SU(3N)$ 的多重态,这是没有观察到的^[1,28]。所以阿贝尔强作用理论被排斥了。这样看来只有 QCD 可以作为候选者。

第二类流,如果它们确实有的话,目前在 QCD 中是无法计算的^[1,24],所以这可能是一个问题。

1.3.3 渐近自由

强作用的一个最引人注目的性质是,它们被分为两个能区;一个是能量较低区域,其中有共振和复杂的作用;一个是高能区域,这个区域中的典型的实验点表现出很好的平滑行为,共振不出现。显然在高能或大动量交换时,强作用变得比较平滑了,理论必须解释这点。渐近自由可能解释此现象。

渐近自由的意思^[1,26]是由重整化群定义的等效耦合常数在大的类空动量下趋向于零。只有包含非阿贝尔规范场的理论才可以是渐近自由的。渐近自由的最强的证据来自深度非弹电生过程以及观察到的无标度行为和标度破坏。QCD 有渐近自由,于是所观察到的无标度性是强作用要用非阿贝尔规范理论来描写的很好的证据。在所有这样的应用中,一个 QCD 没有回答的、未解决的问题是:在什么能量下开始有渐近自由?一种猜想是这个阈低到足以说明在动量 $\sim 2\text{Gev}$

左右电生过程开始有显著的无标度性。作了这个假想后 QCD 就给实验以一个印象深刻的解释^[1.26]。在这个解释中,包括了唯象的部份子模型^[1.27]所描写的深度非弹电生过程和中微子散射过程的结果。部份子模型的结果以结构函数矩的求和规则的形式重新出现在 QCD 中。但是 QCD 超出了简单的部份子模型,因为它预言了对朴素的无标度行为的对数偏离,和 QCD 一致的小的标度破坏,实际上已被实验所证实。

1.3.4 UA(1)破坏

正如我们已经指出的,如果 $M_0=0$, QCD 就有味对称性 $SU(N) \times SU(N) \times U_A^{(1)} \times U_A^{(1)} \times U_A^{(1)}$ 对称性相应于轴重子数流 $\bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q$ 是守恒的。在 PCAC 相中,这个外加的流守恒意味着有一个额外的 Goldstone 玻色子,所以有 N^2 个而不是 N^2-1 个无质量赝标粒子。如果通过要求 $M_0 \neq 0$ 而使简并解除,于是我们可以证明此额外的赝标粒子的质量 $\leq \sqrt{3} m_\pi$ 。这样的态没有被观察到。

这个问题在 QCD 中被两个值得注意的情况所解决。第一,流 $\bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q$ 有反常散度^[1.20]。第二,在 QCD 中有一个拓扑孤粒子—瞬子—它对反常发散性有贡献。结果是手征守恒定律被破坏,而 $U_A(1)$ 对称不出现^[1.28]。这个问题被 QCD 所解决是很引人注目的,因为它在人们刚开始认真地使用 QCD 时就被解决了。

1.3.5 唯象的 QCD

关于把 QCD 的几个中心概念用到强子动力学上去的文献有很多,并且还在增多。人们猜想这些唯象的处理可以被象 QCD 这样一个细致的量子场论所证明,这些猜想构成了他们的动机,部份子模型,无论在它对电子—强子和中微子—强子过程的应用中,还是在强作用中^[1.27]都是这样一种唯象分析的例子。在这个评述中,我们不详细讨论这

些唯象分析的应用。这一小节—这里没有充分地处理细节—的目的是给学生提供一个文献的索引。

(i) 部份子模型。部份子是夸克的另一种名称。强子的部份子模型^[1.27]的基本思想是由 SLAC 的无标度性实验引起的。它的想法是把强子处理成具有一种特定动量分布的自由部份子的运动学复合体。部份子模型也用到强子—强子碰撞上、遍举和单举过程^[1.27]以及在高横动量时的无标度性行为上^[1.29]。

(ii) 口袋模型。在 M.I.T.^[1.30]和 S.L.A.C.^[1.31]发展起来的口袋模型是一种细致的强子模型。M.I.T. 口袋的基本思想是把夸克和胶子本质上作为一种自由状态放在一个封闭的表面内—就是口袋—把它作为强子的模型,见图1—2a。边界条件是建立在口袋的表面上的,使得夸克和胶子不会跑出来。这得到了把强子看作在一个洞穴中的夸克和胶子的激发这样一种丰富而细致的描写。已对强子谱、强子的电磁性质、散射过程、总截面等等^[1.30]作了大量的计算。

(iii) 位势模型。人们用普通的 Schrödinger 位阱理论(有时推广到相对论运动学)构造了介子的,特别是 ψ 族的模型。主要的思想是把夸克和反夸克间的位势写成 $V(r) = \alpha r + \beta/r$, 它包含线性上升项——禁闭的位势——及库伦项——短距离渐近自由部份——见图1—2b。自旋有关项也是重要的,在假定了单胶子交换的非相对论简化后,可以把它计算出来。 ψ 体系是 QCD 的“氢原子”。比较成功的 ψ 谱的定性说明是用这个位势模型给出的^[1.32]。

(iv) 弦模型。双关共振模型(dual resonance model)谱^[1.33]等价于一条相对论的弦^[1.34]。如果 QCD 中出现禁闭,于是一种可能性是胶子在夸克间形成一条通量管道(flux tube),见图1—2c。介子只要一条简单的弦来描写就够了,而重子则或者在 Y 状的,或者在 Δ 状的组态中^[1.35]。所以强

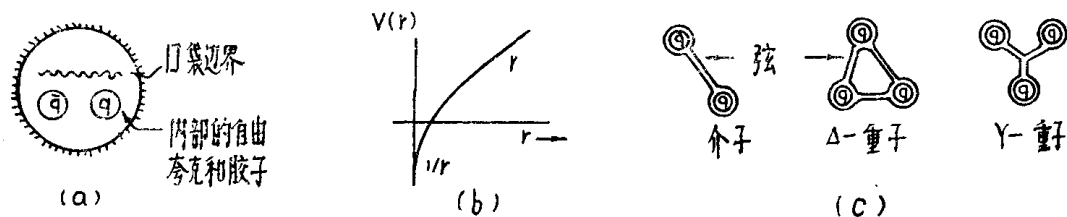


图1-2 (a)口袋模型 (b)位阱模型 (c)弦模型

子可能是由弦把夸克联起来的。由此可以设想弦或双关共振谱来自适当近似下的 QCD。显然1-1QCD 是等价于弦模型的一具有同样的顶角等等的规则^[1,36]—也许弦模型是 QCD的一个解。

(v) O-I-Z 规则。 Ohubo-Iizuka-Zweig 规则是说,凡是在夸克二象性图中包含有夸克 U字型回折的强子过程都要受到压低^[1,37]。这就暗示 $\phi \rightarrow 3\pi$ 相对于 $\phi \rightarrow \bar{K}K$ 来说受到压低,同样, $\psi \rightarrow$ 普通强子的过程也被压低,见图1-3。这一规则很难用公式精确地表达出来,部分的原因是它破坏交叉对称和么正性。例如, $\bar{K}K \rightarrow 3\pi$ 不受压制,但 $\phi \rightarrow \bar{K}K \rightarrow 3\pi$ 却被压低。把这一规则用到核子就导致很小的核子 σ -项^[1,38],同样也可以得到 $f_\pi = 0$ 。这一规则在唯象的应用上是有效的^[1,38],但其原因不清楚。

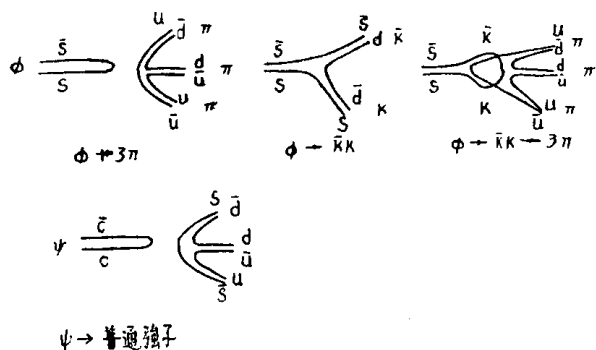


图1-3 O-I-Z的说明

1.4 本评述的内容是什么

首先,我们应说一下在这个评述中不讨论的内容。这几乎包括了 QCD 导致的所有唯象方面的应用(这些实验的复杂性本身就可构成一个评述的课题。)

第二个主要的删略是关于格点规范理论发展的讨论。QCD 作为一种量子场论可以用规范不变的方式定义在空间-时间的格点上^[1,40]。当格点间隔趋向零时,就应当重新回到连续场的理论上来,并且是 Lorentz 不变的。引进格点的主要优点是对有限的格点间隔,理论是完全很好地定义的,并且是完全正规化的。所以这是定义 QCD 的严格的方法。当我们把格点间隔趋向零时,问题就出现了。我们是不是不要鬼态就能保持规范不变?我们在连续场中熟悉的很多直观的东西,在格点方法中消失了。这或许是一个优点。格点的方法已运用得很深入了,曾用来估计强子谱^[1,40]。

在这个评述中我们集中于把 QCD 作为连续量子场论来讨论。讨论内容的概要,已列在目录中。在接下去的第二节中,我们评述一些有关重整化的发展、Feynman 规则、Slavnov-Taylor 恒等式以及 QCD 的 Schwinger-Dyson 方程。第三节概述一下从重整化群推出来的 QCD 的性质和关系。作为一种描述怎样可以出现禁闭的讨论,我们在第四节中讨论易于处理的 1+1 维 QED 和 QCD 场论的各种性质。这些模型显示出来的很多性质,可以出现于 3+1 维的 QCD 中,从而对这些现象提供一个很好的解释。第五节的内容是试图用微扰论来揭示 QCD 的红外行为以及关于禁闭方面的工作的报道。QCD 的某些非微扰方法,也在这一节讨论。第六节中对拓扑孤粒子给出了广泛的讨论。我们描写了 1、2、3、4 维空间中的拓扑孤粒子,特别强调了膜粒子(或瞬子)及它和 QCD 的关联。然后在第七节中

我们简短地讨论一些 QCD 的最新发展, 以及涉及 QCD 的半子 (meron) 和 Borel 可加性的推测。最后, 在第八节中我们对 QCD 的性质给一些推测作为结束。

我们要对读者交待清楚的是, 本评述的每一节基本上都是独立的。即使没有消化一些章节的内容, 或不想去读整个原文, 也不妨碍我们使用单独几节的内容。

2. 规范理论的重整化

强作用的规范理论 QCD 是一个可重整化的量子理论。在实际中这意味着存在一组完全定义的计算 S 矩阵振幅的规则, 它们在相互作用耦合常数的每一级上都没有紫外发散。物理上这表示理论的微扰解的所有预言对短距离行为是不敏感的; 这就是说, 经过重整化后, 结果是没有紫外截断的。我们认为每一个可以存在的理论必须是可重整化的, 这是由于迄今为止还不能从“不可重整化”的理论得到有意义的结果。这或许最后被证明是由于技术上的缺陷所造成的, 这种缺陷与我们信赖在自由场极限附近的微扰论有关。但是在目前, 可重整性是每个有意义的量子场论必须满足的限制。

如果一个四维拉格朗日场论不包含量纲为 (长度)ⁿ, $n > 0$ 的耦合常数, 并假定对大的 k , 所有的玻色传播子的行为象 $(k^2)^{-1}$, 费米传播子的行为象 $(k^2)^{-1/2}$, 则这个理论是微扰可重整的。这些限制保证了在微扰论的每一级上碰到的紫外发散都可被拉格朗日量中有限个抵消项所消去^[2.11]。非阿贝尔规范理论, 如 QCD, 满足这些判据。但是为了严格地证明理论的可重整性, 并证明从这个重整化步骤可以得到么正的 S 矩阵, 还需要细致的分析。一个理论微扰有限是不够的; 还必须证明它是么正的, 并满足解析性 (因果性)。

虽然如我们说过的那样, 简单的幂次计算已指出非阿贝尔规范理论是可重整的, 但

它的证明大约是六年前给出的 (1971), 而且在这个问题上的工作可回溯到 1950 年^[2.2]。一个主要的问题是证明么正性。促进此理论研究的数学工具是和路径积分公式一起联用的泛函技术。任何一个认真地学习近代量子场论的学生都不能不熟悉这些有力的工具。Schwinger 和它的学生曾极大地发展了泛函技术, 而路径积分方法则是由 Feynman 完成的。

在非阿贝尔规范理论研究中的一个巨大的突破, 是从 Faddeev 和 Popov 的工作中得出的^[2.3]。他们用一种有明显的 Lorentz 协变性的规范场量子化方法, 得到了从路径积分中去掉规范自由度的步骤。接着这个发现, 't Hooft 的工作^[2.4] 及 Lee 和 Zinn-Justin 的文章^[2.5] 中给出了可重整性的形式证明。最近, B. R. S 变换补充了并简化了这些证明^[2.6]。这些工作之所以立刻出名, 或许是由于当用 Higgs 机制来修改一个非阿贝尔规范理论时, 并不破坏它的可重整性。这样就可以给规范场以质量, 并且得到一个可以成立的弱和电磁相互作用的统一理论。Abers 和 Lee^[2.7], Beg 和 Sirlin^[2.8], Bernstein^[2.9] 以及 Taylor^[2.10] 对这些理论的和唯象的发展给了极好的评述。

规范场理论的重整化的完整的课题, 对我们想用单节去作稍微详细的评述来说, 是太广泛了, 所以我们不作这种不可能的尝试。相反地, 在这一节中我们的目的只是概述一些主要的发展, 使得学生对这些形式方法有一些启发。如果他愿意进一步研究它们, 就为他指出正确的方向。在末了, 我们推荐 Taylor^[2.10] 的原文^[2.10] 和 Zinn-Justin 在 Bonn (1974)^[2.11] 上的及 Lee 在 Les Houches (1975)^[2.12] 上的讲演。这些讲义显然是为学生们写的。我们这里的简短的评述是从这些文章中取来的。

在进行主要课题的讨论之前, 我们把对 QCD 的透视作为本节的内容。我们要描写紫外发散 (短距离无穷大) 并证明它们可以

从非阿贝尔规范理论的Green函数和S矩阵中移去。但是我们必须再一次强调,对这些理论,红外发散(长距离无穷大)会显出更严重的问题。迄今为止还没有人在构造一个定义得很好的QCD的物理S矩阵上取得成功。相反地,如我们将在第五节中证明的那样,在微扰论中只有某些单举反应截面是红外有限的。这指出了渐近态(自由夸克和胶子的Fock空间基)是不正确的。人们希望“红外奴役”会使QCD产生禁闭,这意味着只有色单态才会出现于渐近态空间中,这是一个非微扰的现象。于是微扰技术和结果看来可能不是很有意义的。但是它们有一个适用范围,甚至在禁闭相中也期待是这样。这就是说,复合场(色单态)的Green函数可以用实质上和定义基本场的Green函数所使用的同样的步骤通过微扰的方法来定义。Zimmermann和Lowenstein^[2.13, 2.14]用正规乘积公式对这种可能性作了很大的发展和研究。另外,还期望某些技术,像Ward-Takahashi恒等式、Schwinger-Dyson方程、重整化群方程等等可以复活禁闭相变,并提供了揭示QCD的工具。

2.1 路径积分

像QCD那样的定域规范理论,是很难量子化的,因为基本场 $A_\mu^a(x)$ 是与规范有关的量,所以必须要处理一个额外的非动力学的自由度。克服这个困难的最方便的办法是用Feynman路径积分形式。在这一小节中,我们简短地概述一下这个方法;我们完全按照Abers和Lee^[2.7]以及Zinn-Justin^[2.11]的文章来处理。

Feynman和Hibbs^[2.16]曾在非相对论的量子力学中详细地描述了路径积分。他们的讨论,对每一个完全不熟悉这个技术的人是一个很好的出发点。我们抛开非相对论的情况,而从考虑一个标量场论的例子开始。

在场论中,所有的物理量都可以从在有

外源时的真空到真空的跃迁振幅来推得。对自相互作用的实标量场,以振幅或生成泛函由一个特别简单的形式给出^[2.7]

$$Z[J] = N^{-1} \int [d\phi] \exp(i \int d^4x [\mathcal{L}(x) + J(x)\phi(x)]) \quad (2.1)$$

其中 N 是无穷大的归一化因子,它保证 $Z[0]=1$, $\mathcal{L}(x)$ 是拉格朗日密度, $J(x)$ 是外源流, $[d\phi]$ 表示对所有的经典场组态积分的测度,这些组态在 $x_0=\pm\infty$ 时收敛到真空。因为在(2.1)中所有的场是经典的,就不需要正规次序。为了产生 n 点的格林函数,我们应用Schwinger的泛函技术^[2.7](这些是完全二次量子化场的格林函数)。

$$G(x_1, x_2, \dots, x_n) = (-i)^n \frac{\delta^n Z[J]}{\delta J(x_1) \dots \delta J(x_n)} \Big|_{J=0} \quad (2.2)$$

从(2.2)推出的Green函数包括了不连接的真空到真空图形的贡献。为了得到连接的Green函数,我们用 $iX[J]$ 来代替 $Z[J]$,这里

$$Z[J] = \exp(iX[J]) \quad (2.3)$$

用L. S. Z约化公式^[2.1, 2.16]就可从这些Green函数得到S矩阵元。

在进一步作讨论前,我们必须注意到数学上没有很好地定义^[2.7](2.1)中的时间积分,这个困难是通过引入欧几里德假说来克服的:所有的计算是在有正定度规的欧几里德时空(即虚的时间 $\tau = -ix_0$)中完成的。用这样的方法得到的生成泛函 $Z_E[J]$ 是有定义的,并且可以解析延拓到Minkowski空间中去。欧几里德假说是,用这样的方法找到的振幅相应于物理的振幅。实际上在所有的可重整化理论的微扰论中都用这种步骤。对标量场论来说,欧几里德步骤等价于在拉格朗日密度上加一个阻尼因子 $\frac{1}{2}i\epsilon\phi^2$,然后在Minkowski空间中计算。在其余的讨论中,我们按照Zinn-Justin的讲义来进行,并在Minkowski空间-时间中来解释基本的思想。

就象(2.1)所表示的那样, 路径积分是在函数 $\phi(x)$ 空间中的积分。在时空维数为零的世界中, $\phi(x)=\phi$, 因而积分变成普通的对变量 ϕ 的积分。但是, 由于 $\phi(x)$ 依赖于 x 而形成的无穷多的自由度, 这就出现严重的复杂性。它使我们计算的积分, 只有以 $\phi(x)$ 作变量的高斯积分。这相应于发现自由场理论是精确可解的。在微扰论中, 逐级的积分也是高斯型的, 所以我们可以用微扰论方法来计算振幅。

在欧几里德空间—时间中, 标量场理论的生成泛函可写为^[2.11]

$$Z_E[J] = N^{-1} \int [d\phi] \exp(-S[\phi] + \int d^4x J(x)\phi(x)) \quad (2.4)$$

其中作用量为

$$S[\phi] = \frac{1}{2} \int \phi(x) K(x, y) \phi(y) d^4x d^4y + V[\phi] \quad (2.5)$$

将 $V[\phi] \rightarrow V[\delta/\delta J]$ 就可以得到微扰级数(相互作用项 $V[\phi]$):

$$Z_E[J] = N^{-1} \exp(-V[\delta/\delta J]) \times \int [d\phi] \exp\left(-\frac{1}{2} \int \phi(x) K(x, y) \phi(y) d^4x d^4y + \int J(x)\phi(x) d^4x\right) \quad (2.6)$$

路径积分(对 V 的任何级)都是高斯型的, 因而可以积出。把公式

$$\int dx_1 \cdots dx_n \exp\left(-\frac{1}{2} x_i K_{ij} x_j + b_i x_i\right) = (2\pi)^{n/2} (\det K)^{-1/2} \times \exp\left(\frac{1}{2} b_i K_{ij}^{-1} b_j\right) \quad (2.7)$$

作连续推广, 并引入满足

$$\int d^4z \Delta(x, z) K(z, y) = \delta(x - y) \quad (2.8)$$

的传播子 $\Delta(x, y)$, 就可完成上面的高斯积分。得到

$$Z_E[J] = N^{-1} \exp(-V[\delta/\delta J]) \times \exp\left(\frac{1}{2} \int J(x) \Delta(x, y) J(y) d^4x d^4y\right) \quad (2.9)$$

它可作为生成泛函的微扰展开的形式表示。

方程(2.9)的几个性质可作如下的解释: 在作(2.4)中的路径积分时, 被积函数分成二次项 $\phi K \phi$ 和线性项 $J\phi$ 。如果我们选择不同的线性项和二次项, 于是可以证明^[2.11]给出的结果(2.9)是不变的。这证明了泛函路径积分的唯一性。由于全微分的积分为零, 结果就推得 $Z_E[\phi]$ 的运动方程^[2.11], 即

$$0 = \int [d\phi] \delta/\delta\phi \exp(-S[\phi] + \int J(x)\phi(x) d^4x) = \int [d\phi] (J(x) - \delta S/\delta\phi) \exp(-S[\phi] + \int J(x)\phi(x) d^4x) \quad (2.10)$$

形式地, 这表示 $Z_E[J]$ 的运动方程为

$$\left\{ \frac{\delta S[\delta/\delta J]}{\delta\phi} - J(x) \right\} Z_E[J] = 0 \quad (2.11)$$

并且我们可以验证(2.9)确实满足这个方程^[2.11]。

(2.4)中的生成泛函 $Z_E[J]$ 在变量 $\phi(x)$ 的无穷小变换

$$\phi(x) = \chi(x) + \epsilon F(x, \chi) \quad (2.12)$$

下是不变的, 其中 $F(x, \chi)$ 是形为

$$F(x, \chi) = \Sigma \frac{1}{n!} \int dy_1 \cdots dy_n$$

$$\times F^{(n)}(x, y_1 \cdots y_n) \chi(y_1) \cdots \chi(y_n) \quad (2.13)$$

的 χ 的任意泛函。由此可推出一个很重要的结果。假定 $Z_E[J]$ 是在(2.12)下不变的, 就得到一个形式的等式

$$\left\{ \int d^4x \left(J(x) F(x, \delta/\delta J) - F(x, \delta/\delta J) \times \frac{\delta S[\delta/\delta J]}{\delta\chi(x)} + \frac{\delta F(x, \delta/\delta J)}{\delta\chi(x)} \right) \right\} \times Z_E[J] = 0 \quad (2.14)$$

这个等式可以用(2.11)的运动方程来证明, 即

$$\int d^4x F(x, \delta/\delta J) \left(\frac{\delta S[\delta/\delta J]}{\delta\phi} - J(x) \right) \times Z_E[J] = 0 \quad (2.15)$$

当将它和

$$F(x, \delta/\delta J)J(x) = J(x)F(x, \delta/\delta J) + \frac{\delta F(x, \delta/\delta J)}{\delta \chi(x)} \quad (2.16)$$

联合起来用时就给出方程(2.14)。我们写出了某些技术细节, 因为等式(2.14)是非常重要的。这个方程——它的要点是不变原理——表示了既有整体规范对称又有定域规范对称的理论的所有的 Ward-Takahashi 恒等式。当我们推广到规范场中去时, 这是一个很重要的工具。

如果把费米子引入泛函积分中, 我们仍可用上面的代数方法。仅有的差别是假定费米子变量是 Grassmann 代数的反对易的 C 数元素, 而不是像玻色子那样的对易的 C 数场。这里有一些简单的规则 (见 Berezin 的书^[2.17])。在作关于反对易 C 数 $x_i: [x_i, x_j]_+ = 0$ 的基本泛函积分时这些规则是足够的了。它们是^[2.11, 2.17]

$$1) \text{ 积分和微分一样; } \int dx_i = \delta/\delta x_i$$

$$2) \text{ 对反对称的矩阵 } A_{ij}, \text{ 有}$$

$$\int \prod_k dx_k \exp(x_i A_{ij} x_j) = (\det A)^{1/2}, \text{ 这表示}$$

$$\int \prod_k dx_k \prod_l dx'_l \exp(x_i B_{ij} x'_j) = \det B.$$

3) 在费米子变量改变时, 积分测度 $\prod_i dx_i$ 乘以变换雅可比倒数。

2.2 规范场和 Faddeev-Popov 技巧

上面所描写的路径积分公式可以扩充到规范场理论中去。在那里它起着一种特别有用的作用。它提供了导出一组 Feynman 规则的最容易的方法, 由此规则可得到么正 S 矩阵。在这一小节中我们要说说在这个理论的量子化中引起的一个问题, 并且概述一下 Faddeev 和 Popov 方法如何克服了障碍。

对不与物质耦合的纯 Yang-Mills 理论

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g c^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (2.17)$$

其中 C^{abc} 是单纯李群 G 的结构常数。我们可以期待生成泛函为 (在 Minkowski 空间中)

$$Z[J] = N^{-1} \int [dA_\mu^a] \exp(i \int d^4x \mathcal{L}(x) + J_\mu^a A_\mu^a). \quad (2.18)$$

而(2.17)中的拉格朗日量在如下的定域规范变换下是不变的

$$A_\mu \rightarrow (A_\mu)^\varepsilon = U(\varepsilon) A_\mu U^{-1}(\varepsilon) + \frac{i}{g} U \partial_\mu U^{-1} \quad (2.19)$$

$$A_\mu \equiv T^a A_\mu^a$$

其中 $\varepsilon = \varepsilon^a(x)$ 是与空间一时间有关的参数, $U^{-1} = U^\dagger$, 而 T^a 构成群生成元的矩阵表示。用 $g(x)$ 来表示这些定域规范变换, 我们就看到它们构成一个群, $g'g = g''$

$$A_\mu \xrightarrow{g} (A_\mu)^g \xrightarrow{g'} (A_\mu)^{g'g} = (A_\mu)^{g''} \quad (2.20)$$

这种改变场而不改变(2.18)中的作用量的规范变换引起了一个问题。给定一个特定的场组态 $A_\mu^a(x)$, 我们可以通过规范变换在 A_μ^a 空间中产生一个轨道。在此轨道上的无穷多条具有相同位相的可能路径使(2.18)变成无穷大。显然, 我们必须找到一个方法避免对这些规范等价的路径作积分。

在阿贝尔规范理论中也显出同样的问题, 即使我们放弃路径积分, 而采用正则量子化。我们通常在零时刻定下场的对易关系, 并由此而确定所有时刻的对易子。但对规范场只用这种步骤显然是不够的, 因为我们总可用规范变换使零时刻的场为零。所以必须要除去规范变换的自由度。可以做到这一点的一个方法是确定一个规范条件。这样固定了正则量子化中场的行为, 也规定了规范等价场的组态在路径积分形式中不是独立计算的。

例如, 考虑一个轴规范条件^[2.12, 2.18]

$$n^\mu A_\mu^a = 0 \quad n^2 < 0 \quad (2.21)$$

这里 n_μ 是类空的四矢量。在此规范中量子化步骤特别简单。在计算生成泛函时, 我们只对满足(2.21)的场的路线进行积分。这个限

制是通过在(2.18)中插入一个 δ 函数而满足的,即

$$Z[J] = N^{-1} \int [dA_\mu^a] \prod_{a,x} \delta(n \cdot A^a(x)) \times \exp[i \int d^4x (\mathcal{L} + J_\mu^a A^{a\mu})] \quad (2.22)$$

(我们在这里实际上插入的是每个时空点、每个规范场的 δ 函数的乘积。)这个规范具有使人很感兴趣的性质,即它不需要用鬼图来保持么正性(鬼粒子马上就要介绍给读者了)。但是它不能得到明显的Lorentz协变的Feynman规则,并且因为传播子有奇异性结构,使得很难定义圈积分^[2.18]。所以我们宁愿取协变规范,虽然它们在量子化时有特殊的问题。这个问题完满地被Faddeev和Popov解决了^[2.8]。这里我们概述一下他们的结果的推导,这个推导取自Lee的讲义^[2.12]。

考虑如下的协变的线性规范条件

$$F^a[A_\mu^b] = 0 \quad (\text{对所有的} a) \quad (2.23)$$

一个特例是 $\partial^\mu A_\mu^a + B^a(x) = 0$, $B^a(x)$ 是任意的函数,下面我们要用规范变换群 $g(x) \in G$ 的如下的性质:只考虑可以连续地变到恒等变换的变换(这个限制导致了周期真空,见6.3.3小节)。在群流形(group manifold)上的不变积分测度 dg 具有这样的性质, $dg'' = dg'g$,并且在原点($g \sim 1$)的邻域中,它可用无穷小的群参数来参数化

$$dg = \prod_a d\epsilon^a \quad (2.24)$$

这些性质表示积分

$$\Delta_F^{-1}[A_\mu^b] \equiv \int_x \prod dg(x) \times \prod_{a,x} \delta(F^a[(A_\mu^b(x))^g]) \quad (2.25)$$

是规范不变的^[2.11],即

$$\Delta_F^{-1}[(A_\mu^b)^g] = \Delta_F^{-1}[A_\mu^b] \quad (2.26)$$

这里 $(A_\mu^b)^g$ 是 A_μ^b 的规范变换。现在,如果我们把因子

$$1 = \Delta_F[A_\mu^b] \int_x \prod dg \prod_{a,x} \delta(F^a[(A_\mu^b)^g]) \quad (2.27)$$

插入(2.22)中(暂时忘掉外源流),我们得到

$$N^{-1} \int [dA_\mu^b] \Delta_F[A_\mu^b] \int_x \prod dg \prod_{a,x} \delta(F^a[(A_\mu^b)^g]) \cdot \prod_{b,y} \delta(n \cdot A^b(y)) \exp(iS[A]), \quad (2.28)$$

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(x)$$

作规范变换 $A_\mu^b \rightarrow (A_\mu^b)g^{-1}$ 并且注意到 $[dA_\mu^b]$ 、 Δ_F 及 S 是规范不变的,就成为

$$N^{-1} \int [dA_\mu^b] \Delta_F[A_\mu^b] \prod_{a,x} \delta(F^a[A_\mu^b]) \times \exp(iS[A]) \cdot \int_y \prod dg \prod_{b,y} \delta(n \cdot A^b(y)). \quad (2.29)$$

由于对每一个 A_μ^b 有一个规范变换 g_A 使 $(n \cdot A^b(y))^g = 0$,所以(2.29)中的最后的积分可写为^[2.12]

$$\int_{a,y} \prod d\epsilon^a(y) \prod_{a,y} \delta\left[\frac{1}{g} n^\mu \partial_\mu \epsilon^b(y)\right], \quad (g = \text{耦合常数}) \quad (2.30)$$

并且因为这个因子是与 A_μ^b 无关的,所以它可以归入归一化因子 N^{-1} 中去。这样(2.29)就成为

$$N'^{-1} \int [dA_\mu^b] \Delta_F[A_\mu^b] \prod_{a,x} \delta(F^a[A_\mu^b]) \times \exp(iS[A]). \quad (2.31a)$$

现在,规范条件(2.23)的直线性使我们可以用一个指数因子来代替(2.31a)中的 δ 函数^[2.12]

$$\prod_{a,x} \delta(\quad) \rightarrow \exp\left(\frac{-i}{2\alpha} \int d^4x (F^a[A_\mu^b])^2\right) \quad (\alpha = \text{实参数}) \quad (2.31b)$$

最后,把外流恢复进去,在由(2.23)所指定的规范中,生成泛函就成为

$$Z[J] = N^{-1} \int [dA_\mu^b] \Delta_F[A_\mu^b] \times \exp[i \int d^4x (\mathcal{L} - \frac{1}{2\alpha} (F^a)^2 + J_\mu^a A^{a\mu})] \quad (2.32)$$

进行下去,我们需要知道满足规范条件的场的 $\Delta_F(A_\mu^b)$ 。用 Δ_F^{-1} 的规范不变性以及规范变换下 F^a 的改变