高 等 学 校 教 学 参 考 书

经济数学方法
在建筑施工组织中的应用

长沙铁道学院 杨承析 主编

中 国 铁 道 出 版 社

高 等 学 校 教 学 参 考 书

经济数学方法
在建筑施工组织中的应用

长沙铁道学院 杨承析 主编

中 国 铁 道 出 版 社

内 容 简 介

本书论述经济数学方法（包括线性规划，非线性规划，动态规划，排队论，对策论及网络计划技术等）在建筑施工组织与管理中的应用。书中先举一些例子介绍怎样从实际问题形成最优化数学模型，然后说明最优化的计算方法。

本书除作为高等工科院校有关专业的教学参考书外，也可供从事土木建筑工程设计，科研和施工管理的工程技术人员参考。

高等学校教学参考书

经济数学方法在建筑施工组织中的应用

长沙铁道学院　杨承祈　主编

中国铁道出版社出版

责任编辑　李云国　封面设计　刘景山

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092毫米 $\frac{1}{16}$ 　印张：6.625　字数：148 千

1 9 8 7 年 4 月　第 1 版　第 1 次印刷

印数：0001—5,000册　定价：1.15元

前　言

随着我国社会主义现代化建设的发展，在建筑工程中，加强管理科学的研究与应用，不断地提高科学管理水平，乃是一个十分迫切需要研究解决的问题。

关于现代科学管理的方法，主要是运用现代科学技术理论和数学方法，对建筑施工中的问题进行数量方面的研究，并且应用电子计算机进行数据方面的处理，进行技术经济方案的比较，对计划与管理工作评价和决策，从而构成最优的管理方案。

建筑施工组织中的经济数学方法和计算机科学相结合，是建筑施工中改善施工计划管理和实现管理现代化的理论基础和有效手段。全书共分五章，第一章建筑施工组织中的经济数学模型，主要阐述数学模型概念和种类，并讨论建立模型的一般方法和最优化的准则。第二章建筑施工组织中的排队论和对策论。排队论，即把概率论应用于建筑施工组织中，其中如土石方施工中挖掘机与自卸汽车配套问题的分析，民用建筑砖混结构中泥瓦工的最优作业组织，这些也是我国建筑工程中迫切需要解决的实际问题。对策论中“二人零和对策”在制订施工进度计划中的应用，以减少决策人员的盲目性。第三章建筑施工组织中的静态优化，重点介绍线性规划的单纯形法，线性规划的对偶问题和改进单纯形法。并结合生产实际问题阐述线性规划在建筑施工中的应用。对非线性规划只作了一般的介绍。第四章建筑施工组织中的动态优化，动态规划问题特别适合于数学解析法难以进行的离散性质的问题，如资源分配，生产调度，运输问题等。第五

目　录

第一章　建筑施工组织中的经济数学模型

§1—1　模型的基本概念

一、概　　述

运筹学是系统工程的理论基础。它是针对所要解决的实际问题，依据系统科学的观点和方法，综合地、系统地、最优地运用现代科学技术，按照整体优化的要求，寻求符合规定条件下的最佳方案，用数学定理的形式来表达其最优化的过程，是使系统工程获得最佳方案的一门技术。因此，应用运筹学的数学方法和系统分析的知识，把计划安排、施工管理等过程中定性与定量分析结合起来，乃是实现现代科学管理重要标志之一。

经济数学方法是研究生产和经济过程的条件、状态、工作能力、目标及其发展的数学方法，它包括经济学，投入产出分析和经济控制论等，是经济学的定量分析学科。但是，在建筑施工组织中最优化的经济计算，一般是以运筹学为基本内容，探讨系统优化技术为目的的规划论和方法论。

然而，要利用数学方法进行定量分析，以便达到计划和其他管理职能的目的，都必须具有管理对象的数学模型，即：定量分析方法的根本是建立数学模型。

数学模型一般是用字母、数字及其它数学符号建立起来的等式或不等式，以及图表、图象和框图等，来描述客观事物的特征及其内在联系的模型叫**数学模型**。或者说，数学模

型就是用数学形式将研究的对象或过程严格地、清楚的描述出来，并根据特定的目标建立一个抽象的、严密的、简化的数学结构。由于数学模型的抽象性使得它具有极大的普遍性，但是抽象的数学模型的背景是非常具体的实际问题。

二、数学模型的目标

数学模型的目标是为了实现所模拟的生产过程或经济过程。如果研究施工单位工作的目标，将是建设项目或建筑物按规定工期完工交付使用；或附属企业在给定工期生产出规定数量的构件产品；或建筑机械应完成指定的工作量。因此，在组织生产中，数学模型的目标往往要求解决极小、极大化问题，见表1—1。在任务一定的情况下，如何使人力、物力等资源消耗最少，即为极小化问题。在一定人力、物力等资源条件下，如何完成更多的任务，即为极大化问题。

表1—1

序号	目标值	极小化问题	极大化问题
1	基建投资	工程投资 成本费用	建筑安装工作量 全员劳动生产率
2	施工期限	施工工期，停工时间 空闲时间， 与限期相差时间	做好开工准备可供 利用的施工时间
3	生产能力	制造建筑构件的流水线数目	设备的生产能力利用率
4	建筑材料	废品量 存贮费用	成品量 生产利润
5	工程机械	使用机械台班数量	机械完成的工作数量
6	运输路程	运输距离	有效运距
7	人员	投入人员 等待的顾客人数	受益人员 所服务顾客人数

§1—2　模型的种类

一、模型的种类

模型一般可分为实体模型和抽象模型两类。实体模型是根据系统的功能和构造，用缩小（或放大）了的尺寸，制作与实体系统相同的模型，模型的组成元素和实体系统基本相似。抽象模型则是在认识实体系统的过程中，根据一定的逻辑交换规则和数学分析方法而建立起来的一种模型。

模型还可根据变量或元素的性质来分，有确定性模型和随机性模型。由确定变量(即每个变量取值是确定的)来描述的模型为确定性模型，其元素间的关系为某种函数关系。由随机变量（即变量的取值是不确定的）来描述的模型为**随机性模型**，其元素间的关系为某种相关关系。虽然，此种模型某些变量的取值是不确定的，但根据大量实验统计，也可以知道变量取值服从一定的概率分布。

数学模型是现实世界的一个抽象，它是属于抽象模型。在建筑施工组织中，主要是应用运筹学中以变量性质分类的数学模型，见表１—２。

二、模型的一般要求

建立模型的一般要求：

1．要有明确的目标与足够的精确度，必须将目标要求什么？严格地解释清楚，如果有几个不同目标，则必须主次分明。例如，研究一项施工方案时，其目标是要求建筑安装工作量的产量高，利润大，经济效益好。如果存在两个方案A和B，对产量来说A比B高，但对利润来说B比A好时，就应该决策好，如何选取最佳方案的原则，否则建立的模型

就没有意义。

表1—2

分　类	模　型
确定性模型	线性规划模型 非线性规划模型 网络模型 确定性存储模型 排序模型 投入—产出模型
随机性模型	动态规划模型 对策模型 排队模型 随机性存储模型 决策模型 预测模型 可靠性模型

2. 必须有严格的概念和逻辑关系，对每个用词和每个关系都要用严格的数学语言来描述，有时，也可用一些比喻性名词，如线性规划中的运输问题和排队论中的生灭过程等，但它们都规定有严格的数学定义。

3. 模型既要精确又要求简单，故对研究的对象或过程可作不同程度的简化，由于简化程度不同，因而得到的数学模型亦不同，应该考虑优先采用简化的模型。

4. 建立模型时，可以与类似的现象与施工过程进行类比，类比法常常是建立模型的一种有效方法。

§1—3　模型的建立

1. 提出问题，明确目的

首先要明确建立模型的目的和要求。其次在此基础上确

定模型的功能，比如是定性的还是定量的模型，是确定性还是随机性的模型，它们的精度要求如何等等。然后对要求达到目的的各种目标而建立起的数学模型，与实体系统如何进行评价，以及如何计划模拟试验等。

2． 定解条件和约束条件的确定

一般是根据目的与要求，从空间和时间等观点来明确系统和环境的初始条件和边界条件，确立起系统的定解条件。并根据变量与参数的变化范围，确定起系统的约束条件。

3． 确定构成系统功能的最小单位

根据模型的使用目的，将系统划分成若干可以构成系统功能的最小单位。例如，研究一个建设项目的施工与计划管理系统；如果是求解施工总进度计划时，建立数学模型可以把单位工程项目作为构成系统功能的最小单位。或者是研究单位工程项目的施工进度计划，则把分项工程当作最小单位。

4． 建立数学模型与修正模型

分析管理对象的特性，主要因素和逻辑结构，从而建立起数学模型。根据模型求解，或通过模拟试验对模型进行修正，最后达到系统的最优化。

【例1－1】 某城市建设规划，今年兴建的住宅，已有砖混结构，大板结构和大模结构三种体系可供选用，每种体系所需单位面积耗用资源数量及该市今年有关资源的最大限量（见表1－3）。问如何建立它们的经济数学模型？

【解】

1． 变量的确定

分析这个问题要建立数学模型的目的与要求，即：砖混结构等三种体系各建造多少万平方米，既能充分利用资源，又可使所建总建筑面积最多。所以要求确定最优化问题或系统中待确定的某些变量。例如，在本例最优化问题中，变量

是今年砖混结构等三种体系分别建造 X_1、X_2、X_3 万 m^2。在建筑施工组织中通常变量较多，变量用 X 表示，$X=(X_1, X_2\cdots, X_m)^T$。

表 1—3

资源 / 体系	造价（元/m^2）	钢材（kg/m^2）	水泥（kg/m^2）	红砖（块/m^2）	人工（工日/m^2）
砖混结构	105	12	110	210	4.5
大板结构	137	30	190	——	3.0
大模结构	122	25	180	——	3.5
资源限量（万）	A（元）	B（kg）	C（kg）	D（块）	E（工日）

2. 目标函数的确定

系统优化有一定的标准或评价方法。目标函数是这种标准的数学描述，一般可以用下式表达：

$$\max(\min) f(X)=\sum_{j=1}^{m} C_j X_j$$

$$(j=1, 2, \cdots, n) \qquad (1-1)$$

式中 X_j——未知变量；

C_j——已知参数。

由于目标函数 $f(X)$ 可以是效果函数或费用函数，用效果作为目标函数时，最优化问题是要求最大值。目标函数是费用函数时，由于费用函数受某些资源的约束，一般不得超过某个上界，故目标函数要求最小值。在这里效果和费用都是广义的，如效果可以是性能指标、利润、效益、精确度、灵敏度等。而费用可以是建设经费，也可以是工期、人力、材料或其他资源等等。

3． 约束条件的建立

求目标函数极值时的某些限制条件称为约束条件。通常有：

等式约束 $g_i(X)=0$，（$i=1,2,\cdots,m, m<n$。）

和不等式约束 $h_j(X)\geqslant 0$ 或 $\leqslant 0$ （$j=1,2,\cdots,r$）

（1—2）

在约束条件的确定中，对于按需要量所给定的约束常用严格的等式。对于有限制的资源：人力、设备、原材料、经费、时间等其约束用不等式≤；对于无限制的资源和需要量，例如在工程项目上应完成的最小工作量、工厂企业产品的最低产量等其约束条件，则以“≥”的不等式形式表示。

4． 非负条件

$$X_j\geqslant 0 \quad (j=1,2,\cdots,n) \qquad (1-3)$$

非负条件系由未知变量不能为负值所确定。

综上所述，本例的数学模型可表达为：

$$\max f(X)=X_1+X_2+X_3 \quad \text{（目标函数）}$$

$$\left.\begin{array}{ll} 105X_1+137X_2+122X_3\leqslant A & \text{（投资）} \\ 12X_1+30X_2+25X_3\leqslant B & \text{（钢材）} \\ 110X_1+190X_2+180X_3\leqslant C & \text{（水泥）} \\ 210X_1\leqslant D & \text{（红砖）} \\ 4.5X_1+33X_2+3.5X_3\leqslant E & \text{（人工）} \end{array}\right\} \text{（约束条件）}$$

$$X_1、X_2、X_3\geqslant 0 \quad \text{（非负条件）}$$

显然，这个例子所构造的模型，是描述砖混结构等三种体系内部各变量、参数之间的线性关系，它是一种确定性的线性规划模型。由于经济数学方法在建筑施工组织中应用广泛，模型较多，仅举线性规划数学模型一例是不足以说明模型建立的各种情况，因受篇幅限制，其它模型构造方法，将在以后各章分别予以介绍，暂不赘述。

第二章　建筑施工组织中的排队论与对策论

§2—1　排　队　论

一、概　　述

在高效益的组织物质生产和社会生活的过程中，会经常产生排队现象（拥挤现象）。例如，出了故障的施工机械等待修理工去修理，自卸汽车在挖掘机旁等待装车，海轮在港外等待入港卸货，人们在车站等待上车以及售票处排队购票等等。这种以人或物在排队等待服务是有形的，除此之外，还有一种无形的排队，如拨自动电话，每个打电话的人实质上是在电话交换机处排队，等待交换机为你服务（接通电话），又如在计算机终端上机算题，也是无形排队的一种，只是由于各终端排队的时间很短，上机者不易感觉而已。

排队的对象无论是人或物，凡请求服务者都统称为“顾客”。上述排队的事例中，出了故障的机械、自卸汽车、海轮、乘客以及购票的人等都称顾客。

凡为顾客服务的人或设备，如修理工、挖掘机、卸货码头、公共汽车、电车、火车及售票员等，都统称“服务机构”或“服务台”。

请求服务的顾客与服务机构组成排队系统。

（一）　研究排队系统的目的

产生排队现象的原因是服务机构的能力不能满足顾客的

需求。在服务质量标准一定的条件下，就顾客而言，服务机构的服务能力（服务台个数或服务速率）愈大，顾客愈欢迎，但服务机构在人力、物力上的开支也愈增加；反之，就服务机构而言，总是希望在人力、物力开支不大的条件下来满足顾客不同程度的要求。如何来协调顾客的需求与服务机构的服务能力，就构成研究排队论的目标，具体说来，排队论研究如下两类正反问题：

1. 合理规划服务机构，即系统的最优设计问题

当顾客输入过程为已知的条件下，并规定了服务质量标准时，寻求满足这些条件的服务机构规模（服务台个数或服务速率）。例如，欲新建某编组站，若已知每日需要改编的列车数量及列车在编组站的停留时间，据此条件来设计编组站就属这类问题。

2. 计算服务机构的服务能力，进行系统的实时控制

当服务机构规模已定，并在满足服务质量指标的条件下，确定运营的最优规则。例如，料库领料，当排队领料的工人多时，就增设服务窗口，这样虽然增加了服务费用，但却减少了工人领料的等待时间，即增加了有效生产时间，这样带来的好处，可能超过服务费用的增加，对整个企业的经济效益来说还是有利的。

（二）排队系统的三个共同性问题

在实践中出现的排队系统是千差万别的，问题的背景和具体内容亦极不相同，但就形式上抽象地来看，任何一个排队系统总是要分析三个共同性问题，即输入过程、排队规则及服务机构。

1. 输入过程

输入过程是指请求服务的顾客是以什么样的规律到达的。顾客到达规律一般有定长输入、普阿松输入、爱尔朗输

入及一般独立输入。建筑工程中的排队系统多属于普阿松输入和爱尔朗输入。

1） 普阿松输入，即最简单流

所谓普阿松输入是指在长度为 t 的时程内，到达 k 个顾客的概率为

$$P_k(t)=\frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t} \qquad k=0,1,\cdots \qquad (2-1)$$

其中，$\lambda>0$。

普阿松流具有如下四个性质：

（1）平稳性，即在时间 t 内到达 k 个顾客的概率只与 t 和 k 有关，而与 t 的起点无关。也就是说，在单位时间内平均输入密度相等，在时间上是平稳的；

（2）无后效性，即在互不相交的时间区间内，顾客到达的个数是相互独立的；

（3）普遍性，即在同一瞬间到达两个及两个以上的顾客几乎不可能；

（4）有限性，即在任何有限时间内到达有限个顾客的概率等于1，用公式表达为

$$\sum_{k=0}^{\infty}P_k(t)=1$$

根据以上四个性质，可以推导出普阿松分布公式。普阿松输入是排队论中经常遇到的一种输入过程。

2） 爱尔朗输入

顾客到达的时间间隔是相互独立，且具有相同的爱尔朗分布，其分布密度为

$$\varphi(t)=\frac{\lambda(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!}c^{-\lambda t} \qquad (2-2)$$

其中 k 为正整数，$t\geqslant 0$.

2. 排队规则

它是指到达的顾客按怎样规定的次序接受服务。排队规则分两种基本类型：

1）损失制

它系指顾客到达时，若服务台有空闲，则顾客立刻被接受服务；若服务台正被占用，即都在为其它顾客服务，则到达的顾客自动离去，并不再回来，即服务机构的损失。

2）等 待 制

它系指顾客到达时，若所有服务台都不空闲，则该顾客参加排队队列，排队等待服务。对于等待制，其服务次序分先到先服务、后到先服务、随机服务及优先服务等，本节仅介绍先到先服务的排队系统。

除上述两种基本类型的排队规则外，还有一种称混合制的排队规则。例如，将排队的队长或排队的时间予以限制等。

3. 服务机构

它是指服务台的数量及布置方式、服务方式以及服务时间的分布规律。

服务台的数目可以是一个或多个。多个服务台的布置方式可分为单级并行或多级串联两种。

服务方式，每个服务台可以是对顾客逐一地服务，也可能是同时为一批顾客服务。

服务时间的分布规律，建筑工程中有如下两种常用的分布：

1） 指数分布

指数分布系指每个顾客的服务时间相互独立，并具有相同的指数分布。服务时间的分布函数为