

非线性大气动力学

FEIXIANXING DAQI DONGLIXUE

刘式适 刘式达 谭本旭 编著

G F G Y C B S

非线性大气动力学

刘式适 刘式达 谭本旭 编著

国防工业出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

非线性大气动力学/刘式适等编著. —北京:国防工业出版社, 1996. 7

ISBN 7-118-01591-1

I. 非… II. 刘… III. 非线性-大气动力学 IV. P433

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 02471 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京怀柔新华印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 印张 16 3/4 439 千字

1996 年 7 月第 1 版 1996 年 7 月北京第 1 次印刷

印数:1--2000 册 定价:26.90 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,国防科工委于 1988 年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是:

1. 学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。
2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技发展具有较大推动作用的专著;密切结合科技现代化和国防现代化需要的高新技术内容的专著。
3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合科技现代化和国防现代化需要的新工艺、新材料内容的科技图书。
4. 填补目前我国科技领域空白的薄弱学科和边缘学科的科技图书。
5. 特别有价值的科技论文集、译著等。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承

担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版,随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金
评审委员会

国防科技图书出版基金 第一届评审委员会组成人员

主任委员： 冯汝明

副主任委员： 金朱德 太史瑞

委员： 尤子平 朵英贤 刘琯德
(按姓氏笔画排列)

何庆芝 何国伟 张汝果

范学虹 金 兰 柯有安

侯 迁 高景德 莫梧生

曾 铎

秘书长： 刘琯德

前 言

非线性科学是近 20 多年来飞跃发展起来的一门新的学科。由于非线性的因素在所有自然科学乃至社会科学中都会遇到,而且非线性科学主要研究各种因子、各种尺度运动之间的非线性相互作用以及由此而产生的各种复杂现象。因此,非线性科学成为近代科学发展的一个重要标志,非线性科学研究成为自然科学各科学分支共同关心的真正的基础性研究。正如著名科学家钱学森 1992 年 2 月 26 日在科委全委会议作《再谈基础性研究》讲话中所说:“国家科委的基础性研究项目一共有 12 项,其中只有第一项是真正的基础研究,就是关于非线性科学的研究”。

尽管非线性科学是真正的基础性研究,但它的研究涉及到自然界的许多复杂现象,因此,它的研究有着广泛的应用前景。特别是非线性力学和非线性波动的研究对于解决在物理学、化学、生物学、天文学和地球物理学中所遇到的许多复杂现象和问题有重大的意义。

我们自 70 年代末期开始从事非线性动力学的研究与教学工作,主要研究领域为非线性波动、湍流、混沌和分形。在多年的研究中,我们发展了行波法,创立了求解非线性演化方程的级数展开法,用它求解非线性波动可以获得既包含波数又包含振幅的非线性的频散关系,这给求解非线性波动提供了新的途径;我们的研究工作探索了通向湍流的新道路,其中,主要把非线性波动中的孤立波、冲击波概念分别与动力系统中的同宿轨道、异宿轨道联系起来,这就具体论证了湍流运动的波粒二重性;我们扩展了经典流体力学中的 Reynolds 平均运动方程,引进了湍流频散的概念,把它作为继湍流粘性、湍流热传导、湍流扩散三大特征之后的湍流第四特

征,从而较好地解释了湍流的反串级过程(即所谓负粘性现象)和湍流边界层的风速廓线;在研究重力波时,我们应用浑沌理论,找到了重力波与湍流的分岔曲线,它比经典的 Miles 定理中的临界 Richardson 数更为普遍。这些研究成果在 1990 年获国家教委科技进步一等奖,1991 年获国家自然科学三等奖。

本书是我们多年从事非线性动力学的教学和科研的结晶,它较全面地介绍非线性动力学特别是非线性大气动力学的主要研究成果。本书的主要特色在于从物理问题出发引进非线性科学的一些概念;同时,它较全面地介绍了非线性科学的一些研究方法。为了便于读者能由浅入深地、系统地学习非线性动力学,并掌握一些研究方法,本书分两大篇编写。第一篇为非线性力学,着重从非线性动力学的一些物理问题出发引入非线性动力学的一些基本概念,如平衡点、稳定性、分岔、突变和浑沌等,并在系统地叙述这些概念的基础上介绍它们在流体力学、特别是大气科学中的应用,突出流体平衡态的分析和湍流的新思维;第二篇为非线性波动,着重从非线性波中的非线性、耗散和频散等因子的物理分析出发,探讨与物理科学紧密相关的几个非线性演化方程(如 Burgers 方程、KdV 方程、sine-Gordon 方程、非线性 Schrödinger 方程、非线性位涡度方程等)的解析行波解,并引入椭圆波、孤立波和偶极波等概念,在该篇中还介绍求解非线性演化方程的其它一些方法,如摄动法、级数展开法、特殊变换法、散射反演法和 Bäcklund 变换法等。

本书概括了我们从事非线性动力学的教学和科研的内容。内容较多,涉及面较广,不少是近代科研成果,由于编写时间较短,加之水平有限,难免有错误和不当之处,希望读者给以指正。

作者于北京大学

内 容 简 介

本节分两篇。第一篇主要从非线性动力学的一些物理问题出发引入非线性动力学的一些基本概念,如平衡点、稳定性、分岔、突变和混沌等,在系统叙述这些概念的基础上介绍它们在流体力学、特别在大气科学中的应用,突出流体平衡态的分析和湍流的新思维;第二篇着重从非线性波中的非线性、耗散和频散等因子的物理分析出发,探讨与物理科学紧密相关的非线性演化方程(Burgers 方程、KdV 方程、sine-Gordon 方程、非线性 Schrödinger 方程、非线性位涡度方程等)的解析行波解,并引入椭圆波、孤立波和偶极波等概念。而且介绍了求解非线性演化方程的方法:摄动法、级数展开法、特殊变换法、散射反演法和 Bäcklund 变换法等。

本书可供物理学、力学、应用数学、地球物理学和大气科学的科技工作者及高校有关专业的师生参考。

ISBN 7-118-01591-1/P·5

定价:26.90元

目 录

第一篇 非线性力学

第一章 非线性系统	1
1.1 Logistic 方程	1
1.2 Landau 方程	3
1.3 Lotka-Volterra 方程	6
1.4 无阻尼的单摆运动方程——保守系统	8
1.5 有阻尼的单摆运动方程——耗散系统	16
1.6 Van der Pol 方程	20
1.7 Duffing 方程——强迫耗散系统	26
1.8 Logistic 映射	36
第二章 动力系统的形态	55
2.1 平衡点及其稳定性	55
2.2 分型线、同宿和异宿轨道	69
2.3 极限环及其稳定性	73
2.4 Poincare 截面	76
2.5 吸引子、Lyapunov 指数	78
第三章 分岔	88
3.1 分岔及其条件	88
3.2 叉式分岔	93
3.3 Hopf 分岔	98
3.4 切分岔	101
3.5 较为复杂的分岔	104
3.6 整体分岔	106
第四章 突变	109
4.1 梯度系统、突变及其条件	109

4.2 通用扩展和余维数	110
4.3 折叠突变	112
4.4 尖点突变	113
4.5 相变中的突变	118
4.6 突变的规则	121
4.7 协同性与 Haken 受控原理	122
第五章 混沌、分形和自相似性	127
5.1 混沌及其特征	127
5.2 Lorenz 吸引子	129
5.3 Henon 吸引子	136
5.4 圆映射、Arnold 舌头和魔鬼楼梯	139
5.5 分形和分数维	141
5.6 自相似结构	149
5.7 自组织临界性	151
5.8 Weierstrass 函数	153
5.9 螺旋结构	154
5.10 重正化群分析	156
5.11 子波变换	158
5.12 时间序列的重建相空间	161
第六章 流体运动的平衡态	164
6.1 三波共振相互作用	164
6.2 Galerkin 低谱模式	172
6.3 正压大气运动的平衡解	178
6.4 考虑 β 效应下的平衡解	181
6.5 Lorenz 系统	187
6.6 零维能量平衡模式	190
第七章 湍流的新思维	196
7.1 湍流的描述	196
7.2 Navier-Stokes 方程及其自相似性	198
7.3 湍流的串级过程和间隙湍流	201
7.4 湍流的自相似结构	203
7.5 湍流的反串级过程和频散效应	207
7.6 湍流的 KdV-Burgers 方程模型	211

7.7	对流和湍流	219
7.8	波和湍流	221
7.9	湍流涡旋	227

第二篇 非线性波动

第八章	非线性波引论	235
8.1	线性与非线性	235
8.2	频散与非频散	236
8.3	线性波的频散	238
8.4	非线性波的频散	247
第九章	特征线和 Riemann 不变量	249
9.1	波粒二重性	249
9.2	特征线和 Riemann 不变量	253
9.3	线性波的特征线和 Riemann 不变量	254
9.4	非线性波的特征线和 Riemann 不变量	258
9.5	远场和简单波	263
9.6	特征线和 Riemann 不变量的应用	264
第十章	非线性演化方程	266
10.1	Burgers 方程	266
10.2	Boussinesq 方程	267
10.3	KdV 方程	271
10.4	KdV-Burgers 方程	274
10.5	Fisher 方程	275
10.6	sine-Gordon 方程	275
10.7	非线性 Schrödinger 方程	276
10.8	mKdV 方程	279
10.9	BDO 方程	280
10.10	二维 KdV 方程	281
10.11	准地转位涡度方程	281
10.12	正压模式方程组	282
第十一章	行波法	283
11.1	非线性、耗散和频散作用的物理分析	283

11.2	Burgers 方程的冲击波解	286
11.3	KdV 方程的椭圆余弦波解和孤立波解、孤立子	290
11.4	sine-Gordon 方程的椭圆正弦波解和扭结波解、呼吸孤立子	300
11.5	Boussinesq 方程的椭圆余弦波解和孤立波解	310
11.6	mKdV 方程的孤立波解	313
11.7	Fisher 方程的冲击波解	314
11.8	KdV-Burgers 方程的冲击波解	317
11.9	非线性 Schrödinger 方程的包络孤立波解	321
11.10	准地转位涡度方程的偶极波解、偶极子	324
11.11	非线性波的波参数	331
11.12	二维 KdV 方程的孤立波解	334
11.13	非线性惯性波	335
11.14	非线性 Rossby 波	337
第十二章 级数展开法		341
12.1	非线性 Rossby 波	341
12.2	非线性惯性波	348
12.3	非线性重力内波	351
第十三章 摄动法		355
13.1	正规摄动法	355
13.2	奇异摄动法	361
13.3	非线性波的摄动法	371
13.4	线性波包理论和变分方法	374
13.5	Rossby 波的演变、波与基流的相互作用	383
13.6	约化摄动法	388
13.7	非线性的波包理论	413
第十四章 特殊变换法		425
14.1	Burgers 方程的 Hopf-Cole 变换	425
14.2	KdV 方程的特殊变换	429
14.3	KdV-Burgers 方程的特殊变换	439
14.4	Hirota(广田)方法	442
14.5	KdV 方程的自相似解	447
第十五章 散射反演法		450

15.1	GGKM 变换	450
15.2	Schrödinger 方程位势的孤立子解	451
15.3	散射反演法的原理	458
15.4	KdV 方程的单孤立子解	473
15.5	KdV 方程的双孤立子解	476
15.6	Lax 方程和 ZS/AKNS 方法	481
第十六章 Bäcklund 变换		489
16.1	Bäcklund 变换	489
16.2	sine-Gordon 方程的 Bäcklund 变换	491
16.3	KdV 方程的 Bäcklund 变换	503
16.4	Boussinesq 方程的 Bäcklund 变换	511
参考书目		522

第一篇 非线性力学

第一章 非线性系统

本章主要介绍在物理学中经常出现的一些非线性系统,它可以以常微分方程形式出现,也可以以差分方程形式出现,这些非线性系统是形成各种非线性现象的源。

1.1 Logistic 方程

Logistic 方程是一个生态模式。设 $n(t)$ 代表某种生物群体的数目,它的变化一方面取决于它自身的繁殖能力;另一方面取决于环境的影响(如食品供应限制)。因而有下列 Logistic 方程

$$\frac{dn}{dt} = an - bn^2 \quad (a > 0, b > 0) \quad (1.1.1)$$

其中右端第一项表示繁殖能力,第二项表示环境的限制,这是非线性项。

在无环境限制时, $b=0$, Logistic 方程化为下列一阶线性方程

$$\frac{dn}{dt} = an \quad (1.1.2)$$

它的解为

$$n = n_0 e^{at} \quad (1.1.3)$$

它表示某种生物种群的无限制增长,其中 n_0 是 n 的初始值。

由于环境的限制, $b \neq 0$, 生物种群的繁殖受到抑制,此时,Lo-

gistic 方程是一类 Riccati 方程。它可以改写为

$$\frac{1}{a} \left(\frac{1}{n} + \frac{b}{a - bn} \right) dn = dt \quad (1.1.4)$$

积分很易求得

$$n = \frac{n_0 e^{at}}{1 - \frac{b}{a} n_0 + \frac{b}{a} n_0 e^{at}} \quad (1.1.5)$$

n 随 at 的变化图象如图 1.1 所示。在图 1.1 中的下面一条曲线为 $n_0 < \frac{a}{b}$ 的情况, 上面一条曲线为 $n_0 > \frac{a}{b}$ 的情况。由 (1.1.5) 式可知:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} n(t) = \frac{a}{b} \quad (1.1.6)$$

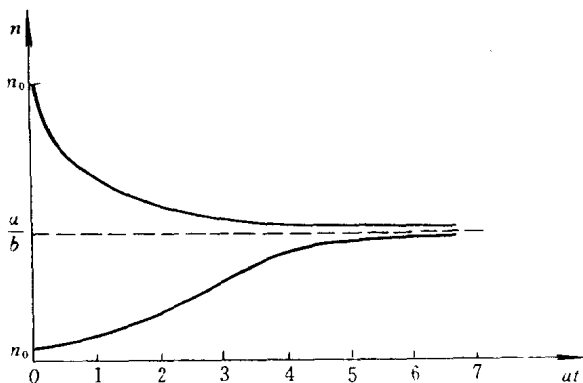


图 1.1 Logistic 方程 n 随 at 的变化

从方程 (1.1.1) 看到, 使得 $\frac{dn}{dt} = 0$ 的定常状态解有两个, 分别是

$$\left. \begin{aligned} n_1^* &= 0 \\ n_2^* &= a/b \end{aligned} \right\} \quad (1.1.7)$$

但在 $n_1^* = 0$ 附近, 方程 (1.1.1) 可表示为

$$\frac{dn}{dt} \approx an \quad (1.1.8)$$

n 随时间近于指数增长, 因而不是不稳定的; 而在 $n_2^* = a/b$ 附近, 方程

(1.1.1)可表示为

$$\frac{dn}{dt} = -bn \left(n - \frac{a}{b} \right) \approx -bn_2^* (n - n_2^*) \quad (1.1.9)$$

因而 $n - n_2^* \sim e^{-bn_2^* t}$, 它是稳定的, 且 $t \rightarrow +\infty, n \rightarrow n_2^*$ 。所以, 在 $t \rightarrow +\infty$ 时, 从 $n < n_2^* \left(\frac{dn}{dt} > 0 \right)$ 和 $n > n_2^* \left(\frac{dn}{dt} < 0 \right)$ 两个方向使 n 达到一个稳定的极限值 $n = n_2^* = \frac{a}{b}$ 。

从上述分析还看到, 定常解是否稳定取决于方程(1.1.1)右端函数

$$F(n, a, b) \equiv an - bn^2 \quad (1.1.10)$$

对 n 的变化率, 因为

$$\frac{\partial F}{\partial n} = a - 2bn \quad (1.1.11)$$

则

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial F}{\partial n} \right)_{n=n_1^*=0} &= a > 0 \\ \left(\frac{\partial F}{\partial n} \right)_{n=n_2^*=a/b} &= -a < 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1.12)$$

在 Logistic 方程(1.1.1)中, 若令

$$x = \frac{b}{a}n \quad (1.1.13)$$

则它可以化为

$$\frac{dx}{dt} = ax(1 - x) \quad (1.1.14)$$

1.2 Landau 方程

Landau 方程是描写扰动振幅变化的方程, 也是最早用来描写湍流发生的方程。在线性条件下, 扰动的复振幅 A 随时间无限增长, 即

$$\frac{dA}{dt} = \sigma A \quad (\sigma > 0) \quad (1.2.1)$$