

数理经济

一般经济均衡理论与方法

李子江 著

中国社会科学出版社

(京)新登字 030 号

图书在版编目(CIP)数据

数理经济:一般经济均衡理论与方法/李子江著.
—北京:中国社会科学出版社,1995.10

ISBN 7-5004-1805-1

I. 数… II. 李… III. ①数理经济学②一般均衡论-经济理论 IV. ①F224.0②F019.1

中国版本图书馆CIP数据核字(95)第15689号

中国社会科学出版社出版发行

(北京鼓楼西大街甲158号)

北京兆成印刷厂印刷 新华书店经销

1995年10月第1版 1995年10月第1次印刷

开本:787×1092毫米 1/32 印张:9 插页:2

字数:180千字 印数:1—3000册

定价:13.50元

目 录

数理经济学研究的若干问题(代序)	(1)
前 言	(16)
第一章 有限维商品空间的一般均衡模型	(19)
1.1 经济人的理性选择	(20)
1.2 最大元素法	(30)
1.3 市场需求	(34)
1.4 纯交换经济	(43)
1.5 Pareto 最优与经济核	(52)
1.6 Walras 配置	(66)
1.7 生产经济	(84)
第二章 无限维商品空间多种商品的交换经济	(103)
2.1 交换经济模型	(107)
2.2 正常偏好和近视偏好	(108)
2.3 Edgeworth 均衡与核(I)	(118)
2.4 Walras 均衡和准均衡(I)	(129)
2.5 弱 Pareto 最优性和 Pareto 最优	(148)
2.6 例子	(164)
第三章 无限维商品空间多种商品的生产经济	(175)
3.1 生产经济模型	(177)
3.2 Edgeworth 均衡与核(II)	(179)

3.3	Walras 均衡和准均衡(I)	(194)
3.4	近似支持性	(209)
3.5	正常性和福利定理	(221)
第四章	世代迭交经济	(232)
4.1	世代迭交(OLG)模型	(235)
4.2	世代迭交经济的商品—价格偶	(241)
4.3	Malinvaud 最优性	(253)
4.4	竞争均衡的存在性	(263)
	参考文献	(279)

数理经济学研究的若干问题(代序)

苑凤岐 李子江

数理经济学是一门形式理论经济学,是用数学形式来表示经济范畴和经济规律并进行演绎推理的精确化经济学分支。它寻找一组与经济理论内容相吻合的特殊公理结构,探索经济理论体系在逻辑上的一致性,揭示经济学原理中隐含的经济变量之间的函数关系,并提出规范性的原则或定理,进行推导以得出准确的结论。

根据这一定义,从研究范围上可分为广义数理经济学与狭义数理经济学。广义的数理经济学研究经济理论的数学表述,探索经济理论体系与结构,研究新的数学方法在经济领域应用的相容性;狭义的数理经济学则研究经济系统的稳定性、最优性以及存在性。

数理经济学严格来说是一门定性的学科,它研究一类可量化的定性经济系统。数理经济中的公理化内容是严格定性的,它只追求形式上的同构性。它也研究经济变量并确定一定的经济关系,但只是给出它们之间质的联系,而无需确定其具体量是多少。

数理经济学与经济理论不同,数理经济学是一门理论经

济学,但经济理论是用文字来叙述的,数理经济学用数学符号来表达,把经济理论规范化、形式化。

数理经济学与经济计量学不同,数理经济学推定经济变量之间的必然联系,而经济计量学测定经济变量之间的数量关系,虽然经济计量学也是用数学形式表达经济关系的。

数理经济学并不是经济数学的代名词,数理经济学是一门经济学。它从经济理论体系出发,以数学形式表述经济理论,而经济数学是以经济为例证的一门应用数学。从教学角度看,经济数学在内容安排上从数学这门科学的体系出发,循序渐进并充分考虑经济专业对数学知识的需要。

二

深信宇宙是用数学语言写成的一本大书,坚信一切研究对象背后都隐藏着一个严密的数学结构,数理经济学的发展也深受这一观念的影响。数理经济学的中心主题:一般经济均衡理论就是一个例子。^{[2][4][12][13]}一般均衡理论的经济哲学认为,自由竞争的市场机制是一个精巧的装置,按照拉普拉斯古老的设想,是一个类似于有规律运动的天体结构:整个市场体系有一组均衡价格,保证所有市场的供求都相等,经济人都唯一地根据价格信号作出自己的行为选择。均衡价格把秩序强加于可能发生的市场不规则行为,分散决策的市场行为下面存着一般均衡结构。

如何来描述这种精美灵巧的一般均衡结构?亚当·斯密在《国富论》里构造经济学的伟大殿堂时,只是粗略地用“一只看不见的手”来形象化地描述它;瓦尔拉斯指出,那只“看不见的手”既不是上帝的主意,也不是自然界固有的规律,而是一套数学原理。在瓦尔拉斯生活的时代,他只能用一组线性方程

组来描述一般均衡结构；有了微积分这一新的数学工具，帕累托给出了均衡条件下经济系统处于最优状态下的特征——帕累托最优化；直到1954年，阿罗和德布鲁运用凸集理论、拓扑空间概念重新表述帕累托的思想，使这一问题更具有普遍意义、更简洁、更严格化，同时也证明了经济均衡的存在性。^[6]经过从亚当·斯密到阿罗、德布鲁其间近二百年许多经济学家的不懈努力，终于筑起了一般经济均衡理论的理论大厦。

数理经济学是社会科学的科学主义模式的杰作，数理经济学是以一种“社会物理学”模式建立起来的。实证主义哲学的创始人孔德坚信如下信念：使所有现象服从于实证的科学方法，将揭示出基本的和永恒的自然秩序；每一科学领域，从较简单和较抽象的（如数学）到较复杂和较具体的（如社会学），都能够达到实证科学的状态。实证主义关于社会科学与自然科学方法的统一性和共同性的观点确实深深地影响了数理经济学的发展。在瓦尔拉斯时代，把应用高等数学的经济学称为数理经济学，以示与用文字进行分析的经济学之区别。半个世纪以前，理论物理学一直是当代经济理论不懈努力但却无法达到的理想，这种追求是数理经济不断发展的内在动因。理论物理学以一种简单、经济的表述方式阐明了许多自然现象的内在本质，麦克斯韦的理论就是一个很好的例子。在19世纪中叶数理经济学产生后的幼年时期，麦克斯韦只用几个方程式就描述了电磁世界。物理学之所以能做到这种高度简化，大概要归功于物理学和数学几个世纪以来的特殊关系。物理学的发展经常给数学提出一些有待解决的问题，而数学又常常为物理学提出的那些问题提供答案，而且常常是数学家在他们的抽象世界中已经得到的现成答案。而且，有时在这两门学科研究中的因果关系并不容易区分，有些科学家会做出

一些既有利于数学发展,又会促进物理学进步的成果。但是,物理学并不完全局限于数学的研究领域以及其自身内在逻辑的严密性。实验的结果和对现实世界的观察是物理学的基础,并且对物理学自身的理论结构提供了不断验证的机会,因此有时物理学的大胆推理甚至会有意违反数学的逻辑。

正像德布鲁指出的:“在这些方面,经济学理论不可能沿袭物理学理论发展所提供的模式。而另一方面,大多数物理学实验工具都十分精密昂贵,而经济学的实验却相当简朴粗糙。由于缺乏一个充分可靠的实验基础,经济学理论研究就不得不坚持逻辑论证的规则,并且为此必须放弃那些具有内在不一致的实验工具。然而,一旦如此,由于任何结论都可以毫无错误地迅速从一个存在逻辑矛盾的演绎结构中推导出来,那么这种研究方式就将受到惩罚。”^[7]

经济理论研究一旦采取了数理形式,经济学家就足以对它展开详尽考察以寻找其逻辑错误,结果是经济理论研究中由于数学化的发展而具备了越来越强的逻辑一致性,加速了现代经济学理论的进步,并且这也使得后来的经济学家能够在其前辈的基础上进一步发展他们的成果,同时也促进了这些成果的积累过程。但是,要形成一个像物理学一样宏大、统一的理论体系仍然是经济学所力所不能企及的,但数理经济学家们的宏伟抱负一直促使他们试图建立一种集大成的经济理论体系。例如继一般均衡理论体系之后的宏观经济理论体系,投入产出体系以及在从全球角度来考虑各种商品、价格的大规模经济活动分析上的应用,考虑到人的行为本质、利益冲突、制度结构、社会选择、信息传递、激励机制等全方位的社会机制设计理论。这些经济学家们构造的一座座“经济学帝国大厦”,无一不是仿照物理学理论构造出来的。

数理经济学的发展是经济学家与数学家结盟合作的产物。数学家认为经济学是除了物理学之外最适于数学应用的领域,很多数学家惊讶地发现,极其抽象的拓扑学、泛函分析、微分流形等现代数学理论最有用武之地的竟是经济学这块乐园。冯·诺依曼曾预料,经济现象最复杂,它所需要动用的数学理论也最高深,因为越是抽象的数学工具越适合于分析实际上十分复杂的事物,一般数学分析用来描述经济现象已不足够,而需要拓扑学这类抽象的工具。数学家对诺贝尔奖的不公忿忿不平,没有设诺贝尔数学奖,他们要到经济学领域来拿诺贝尔经济学奖。事实上,百分之七十的诺贝尔经济学奖是与经济理论的数学化有关的。

数理经济学的发展源泉在于,它不限于仅仅应用现有的数学工具,而且与数学融为一体、同步发展。线性规划的发现很难说是数学的成就还是经济学的突破;不动点定理可以说是纯数学定理,也可以说是经济学定理;集值理论首先来源于经济系统的需要,因为经济系统中有不可忽视的人的动因产生的不同效应,反过来拓广了测度论的研究范围,并被应用到随机过程与现代鞅论的理论研究中去。

数理经济学成为一门成熟的经济学科,表明现代经济学正在发展成为一门精确的社会科学。数理经济学是以可以量化的定性经济系统为研究对象的,这是它与其余经济学科本质的区别。古典经济学体系已经被证明是很难量化的,而不能量化的定性系统终究会随着时间的流逝而黯然失色。现代经济学逐步达到完美的境地是因为成功地运用了数学,经济理论研究运用数学形式,经济学家就能够对经济理论进行严格检验以寻找其是否有逻辑错误,这样达到的严密性与传统的经济学研究形成鲜明的对比。经济学家正是在工具的

选择过程中逐步地放弃传统的研究方法,因为这种随意的不严密的描述方法无法使得一种定性体系定量化。当代有杰出成就的经济学家如萨缪尔逊、阿罗、德布鲁都是一些具有逻辑一致性洞察力的经济学家,他们坚信数学具有逻辑一致性的优势,数学为他们提供了一种语言、一种方法,使之能够对具有高度复杂性的经济系统进行有效的研究。这种研究不断地寻求在更宽松的假设条件下得到更严格的,更具有一般性的结论。而一旦采用了数学形式,经济学理论就必然提出上述要求。这种不断追求逻辑体系一致性的结果是,在不到一个世纪的时间里,经济学就从这种追求的努力中大获收益:瓦尔拉斯均衡理论与艾奇沃斯经济核理论搭起了桥梁,瓦尔拉斯体系中的消费者与生产者已经从强加给他们的约束条件中解脱出来,艾奇沃斯方框图世界也得到了极大的扩展。

三

如果说经济学本身就提示了经济化或最大化,那么,数理经济学的建立与发展是满足“经济效率”原则的。数理经济学追求理论的完美性而且也是符合美学范畴的:(1)简明性,使一个理论可以归纳为几条定理;(2)普遍性,使一个理论适用于类型广泛的问题。

简单的理论优于复杂理论,词句的简明不是理论简单性的唯一尺度,而应该是作出不超过解释现象所必需的假设的理论才是简单的。也许有人说,为什么现代经济理论要用只有少数人能懂的数学,而不用人人都明白的文字逻辑推理呢?这正如英国数理经济学家艾伦所形象地指出的:“这只是一个效率问题,就像一个承包商决定用大型推土机而不用镐和铁锹时情况一样。用镐和铁锹常常是很简单的,因而总以为它们什

么活都可以干,然而蒸汽推土机平均来说往往是比较经济的。数学是逻辑论证的蒸汽推土机,用它可能有利,也可能不利。问题在于,经济事实非常复杂,因而数学的蒸汽推土机可以被认为是研究经济事实的最有效的方式。为了使理论对事实的接近极大化,为了使简化对现实的脱离极小化,用数学推理通常是比较靠得住的。”^[1]

数理经济学方法使经济理论实现了无以伦比的简化。数理经济学不断地追求经济学原理的简单证明,也不断寻求使它们得以应用的理论框架,希望经济理论本身更简明,普遍化而不是相反。例如,数理经济学家把消费者行为理论中的无差异曲线上边际替代率递减的概念与生产者理论中生产可能性曲线上边际技术替代率简化为商品空间上凸性概念;^[5]再如,构造一般经济均衡理论体系,经济学家们花费了150年,但是,一般均衡理论结构是非线性的,很难在实际问题中直接应用,而经济学家们希望能有一种可以考虑到多种产品、价格,多种生产要素及其之间的动态关系这样一种模型,以便进行大范围经济分析。仅仅由于数理经济学中的一个简单原理:商品空间是一种自然的线性结构,经济人的行为可以通过列举他对每一种产品投入与产出的数量进行描述,而所列举的数字可以看作是线性商品空间中相应的点。这样,经济学家就找到了得以广泛应用的一般经济均衡理论的线性结构框架——里昂惕夫投入产出模型。^[8]

数理经济学在追求它的普遍性目标时借助于抽象,最著名的例子是商品概念,这是经济学中几个原始概念之一,不需要再作特别的解释。但是,在一个公理化的经济理论中,可以在原有理论结构没有发生重大变化时大大地扩展它的应用范围:让商品在任意两个经济人之间流动。通过对商品概念的这

种重新解释,立即就可以把确定性的经济学理论扩展为一种不确定性的经济学理论。现代金融市场理论的建立就得益于数理经济学的这一进步。接受这样一种不确定性观点的影响,结果人们在金融证券市场上的行为也不能不受到影响。传统的经济学具有强烈的经验主义倾向,认为只能在一定行为的基础上假设理论,但数理经济学则在理论发现中规定了人们的市场行为,而这一理论发现是借助于数学抽象的,这大大改变了人们的传统看法:数学这门具有高度抽象性的科学,它本身不能证明任何经济理论,不能创造任何经济范畴,只能作为经济科学的一种辅助方法,帮助经济学家更好地从正确的理论前提中得出结论。

另一个例子是一般均衡的存在性问题,这是经济理论中最抽象的问题之一。50年代初期提出的各种均衡解的概念,为均衡的不动点算法以及其它几种应用一般均衡理论分析方法的发展铺平了道路。这样,经济理论的抽象导致了基础理论问题研究中高度普遍化倾向,而这种倾向同时也扩大了研究成果的应用范围。

当然,根据“经济效率”原则,即“节约”原则构成的学科体系也会遇到麻烦,就是缺少交流性。数理经济学采用数学语言,根据数学所固有的逻辑程序,有助于清晰地表达思想,使得概念精确,论证富有逻辑性,避免曲解和混乱,可是却减少了可读性。“曲高和寡”,任何一门科学都存在这种现象,就以物理学界来说,并不是所有的物理学家都能读懂“理论物理”的研究成果,遇到这种争论,只能用“科学共同体”现象来解释。

数理经济学是否过多地运用了数学呢?从哪方面的意义来看待这个问题?英国经济学家艾克纳专门写了一篇题为“经

济学家怎样滥用了数学”的文章，^[14]似乎是关于这方面问题的权威性评价。但是，仔细研读该文，发现是一个好题目，却不是一篇切题的文章。我们认为，数理经济学研究的一项重要任务，就是检验什么类型的数学理论适合于运用在经济学中，以及预示新的数学理论应用的可能性。为了说明这个问题，我们回顾一下物理学曾经有过的那么一段经历。^[15]20年代，当薛定谔发现了量子力学规律时，他所表述的数学工具是偏微分方程，这大大束缚了其物理意义，只有当找到了矩阵这一当时仅有几个数学家才熟悉的适当表述工具之后，量子力学的研究及其应用才得到迅速的发展，并且由此又推出了新的数学工具——群论。而现在，矩阵知识得到了极大的普及，大学一年级学生都已学过，这说明，物理学的发展过程会自动“扬弃”了不适当的数学工具。同样，数理经济学在其自身的发展过程中也会自然地“扬弃”那些不适合描述经济系统本质、束缚经济学思想的数学工具，这是数理经济学自身发展所必然经历的过程，而不必要过早指责经济学家如何滥用了最优控制论等数学工具。当然，并不是任何数学理论在经济学领域都有应用前景，经济系统与人的活动有关，适合于在经济学中应用的数学理论同经济系统这一本质应该是同构的，若不考虑经济系统本质的要求，生搬硬套地在经济学中运用了不适当的数学理论，则当然是滥用了数学。再者，在对经济现象作数理分析时，我们一定牢记“经济效率”原则，要“恰当”地运用数学工具，以能够阐明问题为限，过多地追求数学形式的漂亮而“小题大作”，造成成本大于收益，也不符合经济学的基本信条。当然，如何“恰当”地进行数学运用，也需要数理经济学工作者不断研究与探索，提高自己的表达技巧。“多思考，少写作”，高斯这句话始终是至理名言。

四

现代数理经济学的内容体系,已从主要地研究竞争均衡性条件下经济主体行为、市场行为、经济周期分析,以及多部门经济增长的最优性、动态性分析,扩充到对社会选择、公共货物、经济信息、经济机制的设计与激励等领域,数理经济的理论方法研究当然也是一项重要内容。

数理经济学方法体系的研究范围也在不断地演变与扩大:由单个变量的对象到多变量的对象,由静止的瞬时状态到动态的长期过程,由确定性条件到不确定性条件,由均衡性特

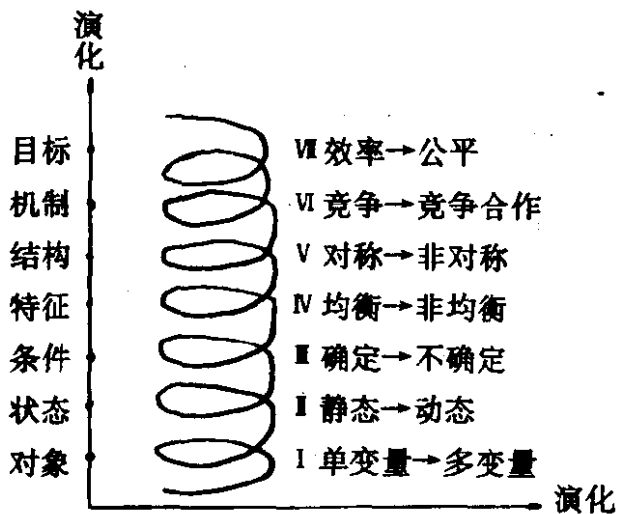


图1 经济理论方法精确化的螺旋结构

征到非均衡性特征,由对称性市场结构到非对称性市场结构,由简单的竞争机制到复杂的竞争合作机制,由个体优化目标到整体(社会)优化目标。数理经济理论方法精确化的历程

可用图1给出的螺旋进化结构示意图概括之。

数理经济分析逐渐采用公理化形式,甚至诸如“价值”、“公平”等所谓规范经济学的概念也在考察之列,特别是在合作、收入分配以及整体(社会)优化等问题中,对“效率”与“公平”的数学描述已使数理经济学的触角伸进了抽象代数结构领域。幸运的是,这些描述并不妨碍人们对“公平”等的社会伦理含义按各自的价值标准赋予不同的定义。

到目前为止,数理经济学领域中所运用的数学理论与方法,除了已成为常识的数学分析、矩阵、概率论与数理统计、线性规划之外,非线性规划、动态规划、线性拓扑空间、巴拿赫空间、黎兹空间、集值理论、不动点理论、凸集理论、测度论、遍历理论、对策论、最优控制理论、随机过程论、微分拓扑、微分流形、稳定性理论、突变论、混沌动力学也已为数理经济学所常用。以后还会出现什么样性质的数学理论运用到经济学中来呢?经济系统与物理系统的本质区别是有人的参与,国家、部门、地区、企业、个人等经济实体都有各自的利益,其中最重要的是经济利益,它在很大程度上决定着经济实体的行为,从而决定了经济系统的本质特征。能够描述或表征这一本质特征的数学理论与方法将会得到充分的应用,而不能描述或抽象掉经济实体利益的数学理论与方法将逐渐被“扬弃”或淘汰;如果数学“武库”中尚没有这类“武器”的话,数学家们就会去发展这类“武器”,以满足经济学领域的需要。对策论这门新颖的数学,正是冯·诺依曼和摩根斯坦恩根据人类社会的普遍性行为——策略性这一本质特征,为理解与研究复杂的经济行为而发展起来的。从这方面意义看,经济学对新数学工具的需求促进了数学科学的发展。

五

国际上,自第二次世界大战后期开始,经济学理论研究进入到一种具有强烈数学化倾向阶段。在这一基础上,数理经济学得到迅速发展,这可通过数理经济领域的几个重要刊物每年发表的文献总数量而略见一斑。据德布鲁所作的统计,^[7]《经济计量学》杂志(ECONOMETRICA)和《经济研究评论》(REVIEW OF ECONOMIC STUDIES)从1933年开始发行

到1935年,全部文献总篇幅约为700页。1944年开始标志着经济理论数学化倾向迅速加强,到1960年,又增加了《国际经济评论》(INTERNATIONAL ECONOMIC REVIEW),1969年出现了《经济理论杂志》(JOURNAL OF ECONOMIC THEORY),1974年《数理经济学杂志》(JOURNAL OF MATHEMATICAL ECONOMICS)正式出版发行。到1971年,上述五种杂志发表文献的篇幅总计超过5000页。从1944年到1974的30年间,每9年文献数量都要翻一番。从这一点来看,1944年是数理经济学发展史上的一个明显转折点。也正是这一年,冯·诺依曼和摩根斯坦恩发表了他们的名著《对策论与经济行为》。

就在数理经济学的专业刊物迅速崛起之时,美国经济学会的期刊,有“经济学帝国的传言人”之称的《美国经济评论》(AMERICAN ECONOMIC REVIEW)也不得不适应潮流,在编辑方针与内容上经历了同样一种急剧的变化。在1940年的第30卷中,只有不到3%的篇幅可以勉强算作含有初步的数理表达形式。15年后的1955年在其第60卷中将近4%的篇幅里出现了更精致的数理表达形式,1992年在其第82卷中则达到了20%。

数理经济学家与经济计量学家在美国经济学教学与研究的机构中发挥了越来越重要的作用。国际经济计量学会由1944年的40个会员增加到1990年的422人。在美国被视为学术水平最高的几个大学经济系,如芝加哥大学等8个经济系中,有超过50%的教授是国际经济计量学会会员。在美国国家科学院经济学部的40人中,有34人是国际经济计量学会会员。从1969年到1993年共有36人获诺贝尔经济学奖,其中30人是国际经济计量学会会员。

在西方,培养年青经济学家的方式越来越多地借助于数学训练,以期培养他们的严密思维与推理能力以及精确的表达方式。博士生不管攻读什么方向的,都必须通过数理经济学、经济计量学、高级微观经济理论、高级宏观经济理论,再加上一门专业方向课程的资格考试,才能进入论文准备阶段。高级宏、微观经济理论是用纯数学的形式表述的,即用定义、定理、引理的形式叙述的,^{[9][10]}以示与中级课程或初级课程相区别。由于西方这种培养方式对数学知识要求越来越高,下一代青年经济学家所受的这种教育背景,可以预计,以后经济理论发展的数学化倾向只会日益加强而不会减弱。如何看待这个问题,国内有不同的意见,但有一点我们已经意识到,各国经济日益国际化,各种经济理论与思潮在比较中求生存求发展,为了加强国际性交流,熟悉和了解最新经济理论的发展,国内必须有一批学术力量从事这方面的研究,再也不能走过去几十年那种封闭式研究,自我欣赏的老路,国内的经济学研究也要走出去,加强交流,建立起具有中国特色的现代经济理论体系,并能在国际经济理论界上占一席之地。每年都有诺贝尔经济学奖授予那些杰出的经济学家,中国经济学家有没有摘取这一桂冠的愿望?如果有这种愿望的话,估计到什么时候才能实现?

为了促进中国数理经济学的研究与发展,1990年专门成立了全国数理经济学会,学会的宗旨是:致力于促进与数学相联系的经济理论的发展,团结全国从事数理经济研究与教学的力量,建立有中国特色的数理经济学学科体系。这标志着数理经济学已经成为一门独立的经济学学科的地位已经确立。现在,国内已翻译出版了一批优秀的数理经济学专著。在吸收消化的基础上,国内学者也出版了一些数理经济学教科书,为