

中国科学院科学出版基金资助出版

电力系统非线性控制

卢 强 孙元章 著

科学出版社

(京) 新登字 092 号

内 容 简 介

本书系统地阐述了电力系统非线性控制理论及应用，是一部科研成果专著。全书在全面总结该领域里国内外研究成果的基础上，重点论述了作者从事国家自然科学基金和国家自然科学基金青年基金有关项目所取得的最新研究成果。

全书共九章，主要内容包括：非线性控制理论中的一些基本概念；单输入单输出与多输入多输出非线性系统的设计原理；电力系统建模方法和非线性数学模型；非线性控制原理与设计方法在电力系统中的应用，其中包括大型发电机组非线性励磁控制、调节汽门控制、交直流联合输电系统中的直流输电系统的非线性控制、静止无功功率补偿系统的非线性控制等的数学模型、设计方法、控制策略、控制效果及实施方案。

本书注重物理概念，理论与实际并重，把近代非线性控制理论与工程实际有机地结合起来，可供从事电力系统自动化工作的科技人员和高等院校有关专业的教师、高年级学生以及研究生阅读，也可供从事自动控制的工程技术人员参考。

电力系统非线性控制

卢 强 孙元章 著

责任编辑 范铁夫

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100707

北京华星计算机公司激光照排

国防科工委印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1993年3月第 一 版 开本：787×1092 1/16

1993年3月第一次印刷 印张：17 1/4 插页：2

印数：1—2 300 字数：396 000

ISBN 7-03-003380-9/TM·33

定价：12.70元

前　　言

《输电系统最优控制》^[2]一书出版至今已经10年了，在这期间控制理论与技术及其在电力系统中的应用又有了重大发展。上述著作曾建造了从线性最优控制原理到电力系统控制工程之间的一条通道。如果说当这本书刚问世时，它还只是“纸上谈兵”的话，那么差不多在它与读者见面10年之后，在碧口水电厂单机容量为10万千瓦、刘家峡水电厂单机容量为22.5万千瓦以及白山水电厂单机容量为30万千瓦的大型发电机上，我国自行研制的线性最优励磁控制器已成功地投入了运行。这在世界上还是首次。这种励磁控制器与其他类型的励磁控制器相比，有以下两方面优点：一是对改善电力系统小干扰稳定性与动态品质的作用更为显著；二是对系统参数与运行方式在一定范围内的变化有较好的适应能力。这就是它问世不久便能在我国一些大型远距离输电的电站中得以推广应用的重要原因之一。当然，这种控制器制造厂家工艺水平和制造质量的优良也是个重要原因。

我们知道，实际上，包括电力系统在内的诸多控制系统都是非线性的，如机器人控制系统、自动驾驶飞机控制系统、化学反应器控制系统等。用线性控制理论和方法去设计非线性系统的控制器，首先需要将系统的数学模型在选定的某一平衡点（平衡状态）处加以近似线性化。实质上，就是要在数学模型中，以非线性解析函数在该点的全微分代替其增量。这种近似线性化的方法，从原理上决定了这样一个基本事实，即当系统实际状态偏离设计中选定的平衡状态甚远时，如果说控制器不是起相反作用的话（不能排除这种可能性），其控制的效果也会大大削弱。如何对付这个挑战？对于慢过程的控制系统，用实时地改变多变量反馈增益的办法来“自动寻优”是可行的，但对于像电力系统这类系统来说，在其状态量较大幅度地发生变化的情况下就难以实现，因为其振荡周期是以秒来计算的。那么更好的出路何在？

近10年来，非线性控制理论有了突破性的进展。微分几何方法在非线性系统的控制理论中得到了广泛的应用，从而形成了控制理论中的一个崭新分支。正如罗马大学教授伊西多锐（A. Isidori）在1985年所指出的：正如50年代拉氏变换、复变函数理论应用于线性单输入单输出系统，以及60年代状态空间描述方法和线性代数应用于多变量线性系统那样，用微分几何方法研究非线性控制系统取得了并将进一步取得突破与成功^[3]。今天，非线性系统微分几何方法不仅在理论上已初步形成了自己的体系，而且在工程技术中也得到了应用。例如美国一些科学家将它用于机械手控制系统和直升飞机与飞行器自动控制系统的应用中^[7-10]，我国学者将它用于化学反应器控制系统^[11]，本书作者，则将它首先应用于电力系统动态安全性控制中^[12-15]。

本书的主要目的是要在近代非线性控制理论与工程控制实践之间架设一道桥梁，力求用具有一般常微分方程知识和一般近代控制理论知识的大学生、研究生、教师、工程技术人员和科学技术工作者易于接受的方式，把这个领域中与工程应用关系较密切的主

要成果及精华介绍给他们，使之便于应用。从这个基本点出发，本书在论述中力求深入浅出，竭力避免过分地“数学化”，避免那些也许只对专门数学工作者才感兴趣的“严格证明”；但同时，又要使读者准确地理解与掌握那些重要的定理、命题、算法、结论与方法，并能正确用于解决实际工程问题，特别是电力系统的工程控制问题。

根据上述的给本书规定的基本任务，就决定了它的基本结构有四个组成部分。

第一部分，从与线性系统的比较上，阐明非线性系统的特点与特殊问题，并着重阐明非线性控制理论中的一些基本概念，这些基本概念是本书后续内容的基础。这部分内容包括在第一和第二章中。

第二部分，系统地讨论单输入单输出与多输入多输出非线性系统的设计原理。其中包括状态反馈精确线性化原理与算法、零动态设计原理与方法以及输出对干扰解耦的设计原理与方法。这些是第三章与第四章的主要内容。

第三部分，是非线性控制原理与电力系统控制问题之间的联接部。它主要阐述电力系统建模方法和非线性数学模型，这部分内容主要在第五章中加以表述。

最后一部分，论述非线性控制理论与设计方法在电力系统中的应用，其中包括大型发电机组非线性励磁控制、调节汽门控制、交直流联合输电系统中的直流输电系统的非线性控制、静止无功功率补偿系统的非线性控制等的研究成果。将给出它们的数学模型、设计方法、控制策略、控制效果，以及对实现方案的讨论。这部分内容将在第六章至第九章中论述。实际上，从第六章至第九章每章都是一篇关于电力系统非线性控制问题的专题研究总结。

对于专业领域与电力系统比较密切的读者，除了本书前面几章所阐述的非线性控制原理以外，最后一部分内容，想来会引起他们的兴趣和给予特殊的关注；对于与电力系统专业领域较远的读者，可选择最后一部分中的某些章节，作为非线性控制理论应用的实例加以研究。

本书所总结和概括的研究成果，主要是在国家自然科学基金材料与工程科学部的支持下取得的。没有这项基金的支持，要想顺利开展这一较大型的基础性与应用基础性课题的研究，并在较短时期内取得这样系统性的成果，几乎是不可能的。本书的一名青年作者的研究工作，也得到了国家自然科学基金委员会青年科学基金的资助。书中所述的交直流联合输电系统的研究成果，主要是在这项青年基金支持下取得的。上述事实说明，国家自然科学基金对于推动我国自然科学中的基础研究和应用基础研究起到了重要作用。

本书所论述的科研项目的研究工作是在高景德教授主持下完成的。高景德教授指导了本书的编写，审阅了全部书稿，并提出了宝贵意见。在课题研究与本书撰写过程中，还曾得到了美国华盛顿大学（圣·路易斯）谈自忠（T. J. Tarn）教授、中国科学院系统科学研究所程代展教授和秦化淑教授的热情帮助；清华大学电机系为本书的撰写创造了良好的条件，中国科学院科学出版基金资助了本书的出版，所有这些都使作者感激至深。

我们期待着与读者间的学术交流，并诚恳地欢迎来自他们的批评性的评论和意见。来函请寄：北京100084清华大学电机系。

作 者
1992年9月于清华园

目 录

前言

第一章 导论 (1)

- 1.1 引言 (1)
- 1.2 控制理论发展概述 (2)
- 1.3 线性控制系统与非线性控制系统 (8)
- 1.4 非线性系统近似线性化建模方法及其局限性 (12)
- 1.5 非线性系统稳定与不稳定平衡点 (13)
- 1.6 非线性系统的混沌现象与电力系统非线性振荡 (15)

第二章 非线性控制理论中的一些基本概念 (20)

- 2.1 引言 (20)
- 2.2 非线性系统的坐标变换 (20)
 - 2.2-1 坐标变换的一般概念 (20)
 - 2.2-2 线性系统坐标变换 (22)
 - 2.2-3 非线性坐标变换与微分同胚 (22)
 - 2.2-4 映射 (23)
 - 2.2-5 局部微分同胚 (23)
 - 2.2-6 非线性控制系统的坐标变换 (25)
- 2.3 仿射非线性系统 (26)
- 2.4 向量场 (27)
- 2.5 向量场的导出映射 (28)
- 2.6 李导数与李括号 (30)
 - 2.6-1 李导数 (30)
 - 2.6-2 李括号 (32)
- 2.7 向量场集合的对合性 (36)
- 2.8 控制系统的关系度 (37)
- 2.9 非线性系统的线性化标准型 (40)
- 2.10 小结 (45)

第三章 单输入单输出非线性控制系统设计原理 (47)

- 3.1 引言 (47)
- 3.2 状态反馈精确线性化的设计原理 (47)
 - 3.2-1 关系度 r 等于系统阶数 n 的线性化设计原理 (48)
 - 3.2-2 一般情况下的线性化的设计原理 (55)
 - 3.2-3 精确线性化的条件 (56)

3.2-4 精确线性化的算法	(62)
3.3 零动态设计原理与方法	(71)
3.3-1 零动态第一种设计方法	(71)
3.3-2 零动态第二种设计方法	(76)
3.3-3 几个问题的讨论	(79)
3.4 线性系统零动态设计方法	(81)
3.5 输出对干扰解耦的控制系统设计原理	(85)
第四章 多输入多输出非线性控制系统的应用	(94)
4.1 引言	(94)
4.2 关系度与线性化标准型	(94)
4.2-1 系统的关系度	(94)
4.2-2 线性化标准型	(96)
4.3 零动态设计原理	(106)
4.4 状态反馈精确线性化设计原理	(114)
4.4-1 状态反馈精确线性化的条件	(115)
4.4-2 状态反馈精确线性化的算法	(117)
第五章 电力系统基本数学描述	(129)
5.1 引言	(129)
5.2 同步发电机的转子运动方程	(129)
5.3 同步发电机输出功率方程	(132)
5.4 多机系统中同步发电机实用的输出功率方程	(139)
5.4-1 单机无穷大系统中的发电机输出功率方程	(139)
5.4-2 多机系统中同步发电机实用化的输出功率方程	(140)
5.5 同步发电机励磁绕组电磁动态方程	(143)
5.6 汽轮发电机组汽门开度控制系统的数学描述	(144)
5.7 直流输电系统的数学描述	(148)
5.7-1 直流输电线路的动态方程	(148)
5.7-2 直流调节系统的数学模型	(152)
第六章 大型发电机的非线性励磁控制	(155)
6.1 引言	(155)
6.2 励磁控制方式的发展	(156)
6.3 单机系统中发电机非线性励磁控制系统的应用	(163)
6.3-1 精确线性化的设计方法	(163)
6.3-2 关于非线性励磁控制规律的实现问题的讨论	(170)
6.3-3 非线性励磁控制的效益	(171)
6.4 多机系统中发电机非线性励磁控制系统的应用	(175)
6.4-1 多机电力系统的动力学方程	(175)
6.4-2 励磁控制系统精确线性化的设计方法	(176)
6.4-3 实用化的非线性励磁控制规律	(184)
6.4-4 对多机系统发电机非线性励磁控制规律的讨论	(185)

6.4-5 多机电系统非线性励磁控制器的控制效果	(186)
第七章 电力系统中汽轮发电机组汽门开度的非线性控制	(193)
7.1 引言	(193)
7.2 单机无穷大系统中汽轮发电机组汽门的非线性控制	(194)
7.2-1 数学模型	(194)
7.2-2 精确线性化设计方法	(195)
7.2-3 模拟式汽门非线性控制器	(200)
7.2-4 单机系统汽门非线性控制的动态模拟实验结果	(200)
7.2-5 单机系统主调节汽门非线性控制的计算机仿真结果	(202)
7.3 多机电力系统中发电机组汽门非线性控制	(204)
7.3-1 数学模型	(204)
7.3-2 精确线性化设计方法	(206)
7.3-3 多机电力系统汽门非线性控制措施的效果	(214)
7.4 若干问题的讨论	(215)
第八章 交直流联合输电系统中直流系统的非线性控制	(219)
8.1 引言	(219)
8.2 换流站的运行特性与常规控制方式	(219)
8.2-1 整流器的电压-电流特性	(219)
8.2-2 逆变器的电压-电流特性	(219)
8.2-3 整流器定直流电流、逆变器定关断越前角的常规控制方式	(220)
8.2-4 整流器定直流电流、逆变器定直流电压的常规控制方式	(222)
8.2-5 直流输电系统的功率调制	(223)
8.3 换流站的非线性控制	(224)
8.3-1 定电流、定关断越前角的非线性控制器的设计	(224)
8.3-2 定电流、定电压非线性控制器的设计	(230)
8.4 直流系统非线性控制与互联电力系统的稳定性	(235)
8.4-1 交直流系统非线性稳定控制器设计的数学模型	(235)
8.4-2 非线性直流稳定控制器设计	(238)
8.4-3 直流系统非线性稳定控制器的控制效果	(240)
第九章 静止无功补偿器系统的非线性控制	(242)
9.1 引言	(242)
9.2 无功补偿的基本概念	(242)
9.2-1 输电系统中的无功潮流	(242)
9.2-2 无功功率补偿的两种基本方式	(244)
9.2-3 线路中间无功补偿对传输功率极限的影响	(245)
9.3 静止无功功率补偿装置结构	(249)
9.3-1 可控硅控制电抗器 (TCR 型)	(249)
9.3-2 可控硅开关电容器 (TSC 型)	(253)
9.4 静止无功补偿器 (SVC) 的常规控制方式	(258)
9.5 静止无功补偿器的非线性控制器设计	(259)

9.5-1 SVS 控制系统模型	(259)
9.5-2 精确线性化设计方法	(261)
9.5-3 静止无功补偿器非线性控制的效益	(264)
参考文献	(267)

第一章 导 论

1.1 引 言

现代电力系统需要加以解决与改善的问题很多，但概括起来主要是运行的经济性和可靠性两大类问题。可靠性问题又包括两方面不同的内容：其一是在一定约束条件下，选择发电厂、变电站与电力网的接线图、接线方式，使得造成年事故停电小时数或停电损失的概率最小。这方面问题可称之为电力系统的静态可靠性问题或结构可靠性问题。电力系统运行的安全可靠性问题，还包括另一个更为重要的内容——电力系统运行的稳定性，即电力系统在小干扰和大干扰作用下，不发生危及用户的振荡并能保持全系统的发电机组的同步运行状态的能力。这方面问题可称之为电力系统的动态可靠性问题或动态安全性问题。

电力系统运行的稳定性问题，即动态安全可靠性问题是电力系统运行的重要问题。因为如果大型电力系统运行的稳定性遭到破坏，就可能造成一个或数个大区域停电，使它们一时陷于瘫痪和混乱，严重者甚至危及全国，对人民生活及国民经济造成灾难性损失。在这方面，美国、前苏联、加拿大、欧洲和日本等国都有过惨重教训。据近十年的统计，我国六大电力系统和一些省网，因稳定破坏事故所造成的经济损失是相当惊人的，其对人民生活和社会造成的危害，更是不能用数字表达的。因此，改善电力系统运行的稳定性、动态可靠性，过去是，今后仍然是一项迫切而艰巨的任务。

改善与提高电力系统稳定性的主要手段是控制。半个多世纪以来，人们为了改进与发展电力系统控制技术，进行了浩瀚的研究工作。以发电机组的连续性控制为例，在这方面主要有发电机的励磁控制与汽轮机的调速汽门控制。在励磁控制技术方面，在70年代以前，主要采用单变量反馈方式，即采用发电机端电压偏差作为反馈量的控制方式。属于这种单输入控制方式的有比例式控制方式和比例-积分-微分（PID）控制方式两种。这两种控制方式的反馈量都是发电机端电压的偏差。

随着电力系统本身的发展，人们深感这种单输入控制方式的不足。于是，70年代美国通用电气公司（GE）推出了在电压偏差外再增加一个辅助反馈变量的控制方式。这个辅助反馈量可以是发电机转速偏差 $\Delta\omega$ 、发电机频率偏差 Δf 或发电机有功功率的偏差 ΔP_r 。这样，发电机励磁控制就由单输入控制系统发展成为双输入控制系统。这就是常说的PSS（电力系统稳定器）控制方式。在这期间，前苏联按照他们自己独特的设计方法——多变量D域划分法，发展了他们称之为强力型励磁调节器的励磁控制方式。这种方式，除电压偏差外，还附加了电流量、频率偏差及其一阶导数、有功功率偏差及其一阶导数等反馈量，但由于所应用的设计理论与方法上的局限性，这种控制方式至今未能取得预期效果。

80年代，在我国，一方面引进美国的PSS励磁控制方式并加以改进，另一方面又发

展了自己的线性最优励磁控制(LOEC)方式。这种方式采用电压偏差、转速(或频率)偏差以及有功功率偏差作为反馈变量。各反馈变量的增益系数是“线性·二次型·黎卡梯(LQR)问题”的解。这种LOEC的励磁控制方式已在我国一些大型电站中得到成功的应用。上述励磁控制方式已对电力系统小干扰稳定性的提高带来显著效果。

事实上，上述的PSS方式与线性最优控制方式也应同样应用于汽轮发电机组的调速汽门控制中，但因种种原因，这种多输入的控制方式在调速汽门控制中尚未得到应有的重视与应用。

生产与技术永远不会停滞在它们的某一个发展水平上，它们永远在发展中提高，在提高中发展。我们知道，电力系统是非线性动态系统。但上述的PSS控制方式与线性最优控制方式的设计方法都有一个共同点，那就是将电力系统非线性状态方程在某一特定运行方式(特定潮流)下进行近似线性化。很显然，这种在某一特定状态 X_0 下被近似线性的数学模型只能在实际运行状态 $X(t)$ 十分接近 X_0 时才比较准确。换言之，当实际状态 $X(t)$ 偏离 X_0 较远时，那种近似线性的数学模型并不能正确表述实际的控制系统。因此，以其为根据而设计的控制器也就不能正确有效地工作，故而这种设计方法与提高电力系统大干扰稳定性的要求不相适应。我们应该接受这个挑战，用非线性控制系统理论与方法去设计电力系统控制器。

以上我们是以电力系统为例讨论了近似线性化设计方法所带来的问题。实际上，迄今为止，几乎所有非线性控制系统的设计都是采用这种一点处近似线性化的方法。当然，人们并不是不知道这种设计方法可能产生的弊病，在某些情况下，可以说，是不得已而为之，因为非线性控制理论体系的形成和走向实用化，才只是近几年的事。随着非线性控制理论和技术的发展，现在电力系统以及其他非线性系统的控制技术，需要也有可能加以改进和提高。综上所述，控制理论及其应用总的提高和发展趋势是由单变量到多变量，由线性到非线性。正是为了适应这种需要，本书将非线性控制系统领域中，国际和国内近年来所取得的与实际应用关系比较密切的成果，奉献给读者，并以电力系统为具体对象，阐明这种理论的应用方法与应用效果。

我们期望，我国电力系统控制理论与技术能迅速提高到一个新的水平，期望非线性控制理论与方法的种子能在我国工程控制领域的土壤中发芽、成长并结出丰硕的果实。

1.2 控制理论发展概述

为了对本书研究的主要内容——非线性控制理论及其在电力系统中的应用——的全貌有一个总体的了解，拟先对控制理论发展的几个阶段的特点作一概括性的阐述。

控制是用施加某种特定的输入的方法，改造所涉及的各种动力学系统的性能，使其最大限度地满足特定需要的理论与技术的总称。控制技术的进步总是紧紧依赖于控制理论的发展。控制理论发展至今，已经历了如下几个阶段：

第一阶段，可称之为复数域或频域的控制理论。有的文献也将其称为古典控制理论。其实，这个体系的控制理论并非十分“古典”。它的整个理论体系在50年代才发展成熟，而且至今也还有一定的发展。之所以在习惯上称它为古典控制理论，主要是相对于60年代初迅速发展起来的新的控制理论体系而言的。这种复数域的控制理论体系，大体上由

建立数学模型的理论(简称建模理论)、响应分析、稳定性分析与综合校正等四部分内容组成。这种理论的最大特点在于它的独特的建模方法。这个独特的建模方法是建立在这样一种基本事实之上的，那就是

若有一自变量为时间 t 的函数 $x(t)$ ，使得积分 $\int_0^\infty \frac{d^k x(t)}{dt^k} e^{-st} dt$ (k 是自然数， s 为复变量) 是绝对收敛的，即

$$-\infty < \int_0^\infty \frac{d^k x(t)}{dt^k} e^{-st} dt < +\infty \quad k = 0, 1, \dots, n$$

那么，在初始条件为零的条件下，根据拉氏变换定义可得到

$$\mathcal{L}\left(\frac{d^k x(t)}{dt^k}\right) = \int_0^\infty \frac{d^k x(t)}{dt^k} e^{-st} dt = s^k X(s) \quad (1.1)$$

此处，符号 $\mathcal{L}(\cdot)$ 表示拉氏变换； $X(s)$ 为函数 $x(t)$ 的拉氏变换函数。

由 (1.1) 式所示的结果进一步可知，若有一 n 阶单输入单输出的线性定常系统，则为以下常系数线性常微分方程所描述：

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{(n-1)} x(t)}{dt^{(n-1)}} + \cdots + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) \\ = b_r \frac{d^r u(t)}{dt^r} + \cdots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t) \end{aligned} \quad (1.2)$$

此处， $u(t)$ 为输入量或控制量， $x(t)$ 为输出量。将 (1.2) 式等号两端进行拉氏变换，当初始条件为零时有

$$\begin{aligned} (a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0) X(s) \\ = (b_r s^r + b_{r-1} s^{r-1} + \cdots + b_1 s + b_0) U(s) \end{aligned} \quad (1.3)$$

若将系统输出量拉氏变换与输入量拉氏变换在初始条件为零的条件下之比定义为系统的传递函数 $G(s)$ ，则由 (1.3) 式可得系统 (1.2) 的传递函数为

$$G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{b_r s^r + b_{r-1} s^{r-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (1.4)$$

上式所表述的这种 s 多项式之比的形态是传递函数的一般形式，也是古典控制理论中的数学模型的基本形式。当然，在实际建模中，一般并不是一次写出整个闭环系统的传递函数，而是首先将整个系统划分成若干个由一阶或二阶微分方程描述的典型环节，并列出这些典型环节的传递函数，然后将这些典型环节的传递函数按照系统的实际结构，联接成整个闭环系统的传递函数结构图，从而得到全系统的传递函数。因传递函数 $G(s)$ 是复变量 s 的函数，故这种控制理论可称之为 s 域的控制理论。我们又知道，可将 $j\omega$ ($-\infty \leq \omega \leq +\infty$) 看成是实部值为零的复变量。若以 $s = j\omega$ 代入系统传递函数 $G(s)$ 中，则得到该系统的频率特性 $G(j\omega)$ 。故通常将这种控制理论的分析方法称为频域法。

上述的这种传递函数描述法，决定了古典控制理论有如下基本特点和实用范围。第一，这种理论与方法的最大特点是将以时间 t 为自变量的高阶微分方程的求解问题转化为关于复变量 s 的多项式代数问题，因此它所运用的数学工具较为简单，主要是拉氏变换和多项式代数。第二，由于传递函数是由常系数线性常微分方程组经过拉氏变换而得，所以二者是等价的，因此，传递函数所能描述的，也只能是线性定常的控制系统。第三，由于传递函数所确定的只是输出量与输入量拉氏变换之比，因此，这种理论与方法主要适用于研究单控制量单输出量的系统。第四，传递函数或频率特性的描述方法，只是从系

统的输出量与输入量之间的关系的角度去研究一个系统的，故它难以揭示系统内部的动态行为。以上是由古典控制理论特有的建模方法所决定的这种理论体系的优点、特点及其局限性。

第二阶段，一般称之为现代控制理论。更确切地说，应称之为线性多变量系统控制理论。这种体系的理论，自60年代初开始获得迅速发展。当今在国际上获得了广泛的应用。

60年代以来，随着工程控制系统规模及复杂程度的增大以及对控制精确程度和对系统动态品质要求的不断提高，上述的古典控制理论的局限性愈来愈尖锐地显露出来。生产和科学技术的发展，迫切要求发展一种能很好适用于多输入多输出动态系统新的控制理论与综合方法。另一方面，60年代以来，电子计算机技术获得迅猛发展，为复杂的大规模的数值分析提供了技术条件。以上这些，总起来就成为第二阶段控制理论——线性多变量控制系统理论发展的背景与条件。

1960年贝尔曼(R. Bellman)的《矩阵分析导论》一书^[16]和1963年卡尔曼(R. E. Kalman)的“线性动态系统的数学描述”^[17]一文，对奠定这种控制理论的基础作出了重要贡献。这种理论体系最主要的特征，如果用一句话加以概括的话，那就是：状态空间的建模理论与线性代数的数学方法相结合。

状态空间建模理论与方法可作以下概括。首先，将能够唯一地确定系统动力学行为的最少的一组变量 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ 定义为系统的一组状态变量集合或状态向量 $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ 以每一个状态变量 $x_i(t), i = 1, 2, \dots, n$ ，为轴所形成的n维欧氏空间 \mathbf{R}^n 定义为状态空间。这样一来，系统的每一个确定的状态是以状态空间中的一个确定的点来表征的；系统的从某一初始状态开始的一个动态过程是以状态空间中起于该初始点的一条轨线来描述的。如果一个动态系统的状态向量的维数为n，则称该系统是一个n阶系统。我们知道，一个n阶的线性动态系统可由一个n阶的线性常微分方程加以描述。但是，如果用一个n阶的常微分方程来描述一个线性动态系统，则我们从这个数学模型中所能感受到的仅仅是一个输入量和一个输出量。为了适用于多变量系统，现代控制理论的建模方法要求用n个一阶常微分方程所组成的方程组去描述一个n阶的线性动态系统。其数学模型的标准形式为

$$\begin{aligned}\frac{dx_1(t)}{dt} &= a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + \dots + a_{1n}x_n(t) + b_{11}u_1(t) + \dots + b_{1r}u_r(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + \dots + a_{2n}x_n(t) + b_{21}u_1(t) + \dots + b_{2r}u_r(t) \\ &\dots \\ \frac{dx_n(t)}{dt} &= a_{n1}x_1(t) + a_{n2}x_2(t) + \dots + a_{nn}x_n(t) + b_{n1}u_1(t) + \dots + b_{nr}u_r(t)\end{aligned}\quad (1.5)$$

输出方程为

$$y_1(t) = c_{11}x_1(t) + c_{12}x_2(t) + \dots + c_{1n}x_n(t)$$

.....

$$y_m(t) = c_{m1}x_1(t) + c_{m2}x_2(t) + \dots + c_{mn}x_n(t)$$

此处， $x_i(t), i=1, 2, \dots, n$ 为状态变量； $y_l(t), l=1, 2, \dots, m$ ，为输出变量； $u_k(t), k=1, 2, \dots, r$ ，为控制量， a_{ij}, b_{ik} 以及 $c_{il}, j=1, 2, \dots, n, l=1, 2, \dots, m$ ，为系数。

若这些系数皆为常数，则系统是线性定常的；若这些系数中至少有一个为时间 t 的函数，则系统是线性时变的。

将 (1.5) 式写成矩阵形式则为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{AX}(t) + \mathbf{BU}(t) \\ \mathbf{Y}(t) &= \mathbf{CX}(t)\end{aligned}\quad (1.6)$$

这里， $\mathbf{X}(t)$ 为 n 维状态向量； $\mathbf{Y}(t)$ 为 m 维输出向量； $\mathbf{U}(t)$ 为 r 维控制向量； \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 及 \mathbf{C} 分别称为状态系数矩阵、控制系数矩阵和输出系数矩阵。(1.5) 或 (1.6) 式所给出的这种标准形式，即称之为线性动态系统的状态空间方程，或简称为状态方程。在初始条件为 $\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0$ 的状态方程的解（又称积分曲线）在状态空间中是以起于 \mathbf{X}_0 点的一条轨线来表征的。这条轨线就是以上提到的状态轨线。它描述了系统的动态过程，也就是电力系统文献中常说的过渡过程。

既然所有线性动态系统的数学模型都可归结为 (1.6) 式所示的矩阵形式的状态方程，那么矩阵代数（线性代数）中的几乎所有方法都可以用来对线性动态系统的各种问题，如可控性问题、动态品质问题、稳定性问题、参数辨识问题以及综合校正（即控制系统的“设计问题”）等问题进行分析和研究。这样，正如前面提到的，状态空间描述方法与线性代数理论相结合，就形成了一整套线性多变量控制系统的理论体系，进入了控制理论发展进程中的第二阶段。

这里值得特别一提的是，在这个理论体系中有一个发展得很成熟并获得广泛应用的分支——线性最优控制。最优控制问题的提法表述如下。对于一个给定的线性系统或在某一平衡点处加以近似线性化了的系统

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{AX}(t) + \mathbf{BU}(t) \\ \mathbf{Y}(t) &= \mathbf{CX}(t)\end{aligned}\quad (1.7)$$

提出一个性能指标，该性能指标一般是以状态变量和控制量的平方和的积分来表示的，故称二次型指标，其一般表达式为

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{X}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{X}(t) + \mathbf{U}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{U}(t)) dt \quad (1.8)$$

此处， \mathbf{Q} 为正定或半正定的权矩阵； \mathbf{R} 为正定的权矩阵。问题是要求出状态反馈规律 $\mathbf{U}^*(\mathbf{X}(t))$ ，使得 (1.8) 式给出的性能指标 J 达极值，是极大值还是极小值由问题本身性质及指标的物理意义而定，使性能指标 J 达极值的状态反馈 $\mathbf{U}^*(\mathbf{X}(t))$ 称最优控制。我们知道，(1.8) 式所示的二次型指标 J 是状态向量 $\mathbf{X}(t)$ 及控制向量 $\mathbf{U}(t)$ 的泛函。因此求解最优控制问题，从数学上来看，就是在状态方程约束条件下求泛函 $J[\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t)]$ 的极值条件问题。这是一个典型的条件变分法问题。因此，条件变分问题中的欧拉-拉格朗日 (Euler-Lagrange) 方程是解决线性二次型最优控制问题的基础。美国学者贝尔曼 1957 年从他发展的动态规划原理出发^[18]，也解决了线性最优控制问题。苏联学者庞特亚金 (Л. С. Понtryagin) 1958 年提出的极大值原理，更具有普遍性地解决了这一问题。从变分法、动态规划原理和极大值原理出发，都导致线性最优控制问题的最终解决。结论已经明确，线性二次型最优控制规律 \mathbf{U}^* 是状态变量的线性函数，即

$$\mathbf{U}^* = -\mathbf{K}^* \mathbf{X}(t) \quad (1.9)$$

此处， \mathbf{K}^* 为最优增益矩阵，其表达式为

$$K^* = R^{-1}B^T P^* \quad (1.10)$$

对线性定常系统, K^* 为常数矩阵; 上式中 P^* 为黎卡梯 (Riccati) 矩阵方程

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (1.11)$$

的解.

因此可将线性最优控制系统用图 1.1 所示的结构框图加以形象的表述. 正因为如此, 二次型性能指标的线性最优控制问题称为 LQR 问题, 即线性·二次型·黎卡梯问题. 线性多变量最优控制理论发展得是如此的迅速, 可以说, 它从 60 年代开始发展到 70 年代中期, 理论问题都已解决了.

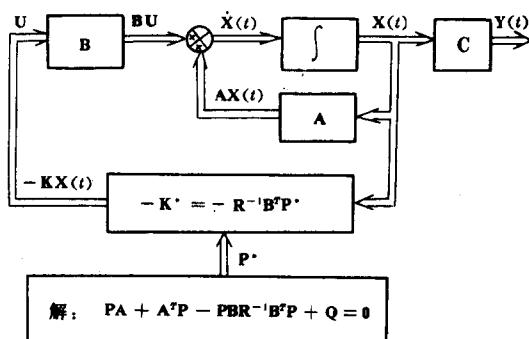


图 1.1 线性二次型最优控制系统结构图

综上所述, 第二阶段的控制理论有以下这些显著特点: 第一, 它是以一阶线性自变量为时间 t 的微分方程组来对系统进行描述的, 其数学模型与分析方法是时域的. 第二, 所用到的数学工具主要是线性常微分方程理论与线性代数理论, 而不像古典控制理论主要是应用拉氏变换与多项式代数. 第三, 它的建模理论与数学方法使得这种控制理论体系适用于线性多输入多输出系统. 第四, 它建立了一整套最优控制设计原理与方法, 使得所求得的控制规律能保证系统性能指标达到极值. 第五, 对于参数可能在较大范围内变化的线性系统, 最优控制设计方法与线性系统参数辨识技术相合, 可得到自适应的或称之为自动寻求最优点的控制系统. 以上是第二阶段控制理论——线性多变量系统控制理论发生、发展的背景及主要特点.

第三阶段, 非线性控制理论. 我们知道, 大多数工程控制系统都是非线性的. 应该承认, 其中确有不少的一部分可以在基本满足工程需要的条件下将其在某一平衡点处加以近似线性化. 这样当然就可应用上述的线性系统理论与方法进行分析与综合了. 但是, 也有一些系统, 如电力系统, 在分析它的大干扰稳定性与动态品质时, 就不宜把它近似地作为线性系统处理, 否则控制效果就不会令人满意. 再如一些系统, 如机械手控制系统、自动驾驶飞机系统和有些化工过程控制系统, 若采用近似线性化的数学模型进行控制器的设计, 其控制精确度就会深感不够理想. 总之, 生产和科学技术的发展迫切要求建立非线性控制理论的新体系.

近 10 年来, 近代微分几何方法与非线性控制系统的应用问题相结合, 形成了一门新的学科体系, 即非线性控制系统几何结构理论体系.

几年前，罗马大学教授依色多锐 (A. Isidori) 曾指出：正如 50 年代前引入拉氏变换和传递函数以及 60 年代引入线性代数方法分别给控制理论在单输入输出及多变量线性系统方面所带来的重大成就那样，微分几何方法引入非线性控制系统，将会给控制理论带来突破性的进展。他的这一观点，不是没有根据的。今天，从非线性系统的能控性、能观性一直到各种设计方法及算法的一整套新的理论体系已初步形成。可以预见，在不久的将来，凡是多变量线性控制系统理论体系中的一切主要成就都可以相应地在新的非线性控制理论体系中找到。

在这新的理论体系中，有一个分支发展得最为迅速，且在工程中得到了应用，那就是非线性系统状态反馈精确线性化理论。它的问题的提法是：

对于一个给定的仿射非线性系统^① 若为下列状态方程和输出方程所描述：

$$\begin{aligned} \frac{dx_1(t)}{dt} &= f_1(x_1, \dots, x_n) + g_{11}(x_1, \dots, x_n)u_1 + g_{21}(x_1, \dots, x_n)u_2 \\ &\quad + \dots + g_{m1}(x_1, \dots, x_n)u_m \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= f_2(x_1, \dots, x_n) + g_{12}(x_1, \dots, x_n)u_1 + g_{22}(x_1, \dots, x_n)u_2 \\ &\quad + \dots + g_{m2}(x_1, \dots, x_n)u_m \\ &\dots \\ \frac{dx_n(t)}{dt} &= f_n(x_1, \dots, x_n) + g_{1n}(x_1, \dots, x_n)u_1 + g_{2n}(x_1, \dots, x_n)u_2 \\ &\quad + \dots + g_{mn}(x_1, \dots, x_n)u_m \\ y_1(t) &= h_1(x_1, \dots, x_n) \\ y_2(t) &= h_2(x_1, \dots, x_n) \\ &\dots \\ y_m(t) &= h_m(x_1, \dots, x_n) \end{aligned}$$

此处， x_1, \dots, x_n 为状态变量； y_1, \dots, y_m 为输出量； u_1, \dots, u_m 为控制量； $f_i(\cdot)$ ， $i=1, 2, \dots, n$ ； $h_j(\cdot)$ ， $j=1, 2, \dots, m$ 以及 $g_{ij}(\cdot)$ 分别为状态变量的标量函数。

将上式写成紧缩形式，则为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{X}(t)) + \sum_{i=1}^n g_i(\mathbf{X})u_i \\ \mathbf{Y}(t) &= \mathbf{h}(\mathbf{X}(t)) \end{aligned} \tag{1.12}$$

此处

$$\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \text{ 为状态向量}$$

$$\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T \text{ 为输出向量}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{X}) = [f_1(\mathbf{X}), f_2(\mathbf{X}), \dots, f_n(\mathbf{X})]^T$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{X}) = [g_{11}(\mathbf{X}), g_{12}(\mathbf{X}), \dots, g_{1n}(\mathbf{X})]$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{X}) = [h_1(\mathbf{X}), h_2(\mathbf{X}), \dots, h_m(\mathbf{X})]^T$$

问题是要求得一个非线性反馈

$$\mathbf{U} = \alpha(\mathbf{X}) + \beta(\mathbf{X})\mathbf{V} \tag{1.13}$$

^① 关于仿射非线性系统的概念，将在第二章中讨论。

此处, $\alpha(\mathbf{X})$ 为 \mathbf{X} 的 m 维函数向量、 $\beta(\mathbf{X})$ 为 \mathbf{X} 的 $m \times m$ 维函数矩阵、 \mathbf{V} 为 m 维向量, 使得在选定的坐标变换 $\mathbf{Z}(t) = \Phi(\mathbf{X}(t))$ 下, 原非线性系统 (1.12) 转换为一个完全可控的线性系统, 即

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{Z}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{Z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{V} \\ \mathbf{Y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{Z}(t)\end{aligned}\quad (1.14)$$

此处, \mathbf{Z} 为 n 维向量, \mathbf{A} 为 $n \times n$ 阶状态系数矩阵, \mathbf{B} 为 $n \times m$ 阶控制系数矩阵, \mathbf{V} 为 m 维控制向量, $\mathbf{Y}(t)$ 为 m 维输出向量, \mathbf{C} 为 $m \times n$ 阶输出系数矩阵. 显然, 这种线性化的方法和结果都迥然不同于以往的在某一平衡点 \mathbf{X}_0 处将非线性函数 $f(\mathbf{X})$ 的台劳展开式的高次项加以忽略, 亦即以 $f(\mathbf{X})$ 的全微分

$$df(\mathbf{X}) = \frac{\partial f(\mathbf{X}_0)}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f(\mathbf{X}_0)}{\partial x_n} \Delta x_n$$

代替函数在该点处的增量

$$\Delta f(\mathbf{X}) = f(\mathbf{X}) - f(\mathbf{X}_0)$$

的那种近似的线性化, 故称之为非线性控制系统的精确线性化.

伯劳凯特 (R. W. Brockett) 是精确线性化的一位有影响的开创人^[19]. 加库伯斯克 (B. Jakubczyk) 等人提出了多输入非线性系统局部精确线性化的充分必要条件^[20]. 苏 (R. Su) 和亨特 (L. R. Hunt) 等简化了这个充分必要条件^[21]. 美国华盛顿大学 (圣·路易斯) 谈自忠教授和我国学者程代展博士于 1985 年提出了仿射非线性系统全局精确线性化更为简明的充分和必要条件, 并且给出了严格而实用的算法^[22]. 1988 年程代展在《非线性系统几何理论》一书中^[5], 进一步系统地总结了精确线性化的条件与算法.

在精确线性化理论的应用方面, 美国梅尔 (G. Meyer) 将其应用于直升飞机的自动控制方面; 谈自忠等将其应用于机械手控制系统中; 本书作者在国内外发表的论文^[12-14]中, 开拓了电力系统非线性控制这个新的领域.

非线性控制理论正在不断发展与完善中, 它的应用前景也是十分广阔的.

以上是对控制理论发展进程中的三个阶段的概述. 希望它能有助于读者高屋建瓴地把握控制理论发展的主脉, 有助于从总体上把握本书的内容.

1.3 线性控制系统与非线性控制系统

控制系统按其动力学特性或者说按其数学模型的特点, 可分为线性系统与非线性系统两大类.

如果我们下定义说: 线性控制系统是用线性微分方程来描述的, 非线性控制系统是用非线性微分方程来描述的系统, 这当然是对的, 不过这样的定义并不能给我们增加多少对问题的感性认识与理解. 为加深对所论问题内容的真实理解, 首先让我们来看由电阻元件、电感元件及电容元件串联的 $R-L-C$ 电路 (图 1.2). 把该电路的外加电压 $V(t)$ 作为输入量, 把电容器两端电压 $V_c(t)$ 作为输出量, 该系统的微分方程应是

$$LC \frac{d^2V_c(t)}{dt^2} + RC \frac{dV_c(t)}{dt} + V_c(t) = V(t) \quad (1.15)$$

式中, R , L 和 C 分别表示电阻、电感和电容的数值. 在上式中若令

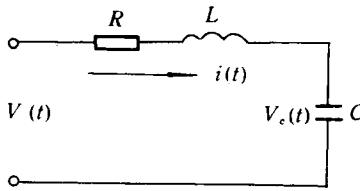


图 1.2 R-L-C 电路

$$x_1(t) = V_c(t)$$

$$x_2(t) = \frac{dV_c(t)}{dt} = \frac{dx_1(t)}{dt}$$

则 (1.15) 式可写成

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -\frac{1}{LC}x_1(t) - \frac{R}{L}x_2(t) + \frac{1}{LC}V(t) \end{aligned} \quad (1.16)$$

或写成以下形式：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{LC} \end{bmatrix} V(t) \quad (1.17)$$

将上式写成紧缩形式则为

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}V(t) \quad (1.18)$$

这就是线性控制系统状态方程的标准形式。在 (1.18) 式中，若 \mathbf{A} , \mathbf{B} 皆为常数矩阵，则该式所表述的系统为时不变的线性控制系统，亦称定常线性控制系统。

譬如说，我们考虑元件的老化问题，即考虑它们的参数值随时间 t 的延续而发生的变化给电路特性带来的影响问题，那么 R , L 和 C 也应看成是时间 t 的函数，从而应表示为 $R(t)$, $L(t)$ 和 $C(t)$ 。对于这种情况，(1.17) 式中的 \mathbf{A} , \mathbf{B} 矩阵不再是常数矩阵，而是时间 t 的函数矩阵，则所讨论的 R - L - C 电路应描述为

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}(t)V(t) \quad (1.19)$$

该式给出了一个时变的线性系统状态方程的标准形式。

由此可知，线性系统又分为时变的与时不变的即定常的两种类型。这里应指出，有时有人把时变的概念与非线性混在一起，这当然是一种误解。

现在来讨论非线性系统的数学模型。

为使论述简明，仍以 R - L - C 电路为例。现假设有一种特殊电容，其电容值 C 与其两端电压 V_c 之间存在着某种函数关系，譬如说是成反比的关系，即

$$C = f(V_c) = k_c \frac{1}{V_c} = k_c \frac{1}{x_1} \quad (1.20)$$

此处， k_c 为常数。将上式的关系代入 (1.16) 式，并令 $a_1 = -\frac{1}{k_c L}$, $a_2 = -\frac{R}{L}$, $a_3 = \frac{1}{k_c L}$ ，显然 a_1 , a_2 和 a_3 皆为常数，则我们得到

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= a_1x_1^2(t) + a_2x_2(t) + a_3x_1(t)V(t) \end{aligned} \quad (1.21)$$